



Física

Mauricio Bautista Ballén
Francia Leonora Salazar Suárez

1

HIPERTEXTO FÍSICA 1 Para educación media, es una obra colectiva, concebida, diseñada y creada por el Departamento Editorial de Santillana S.A.

Directora de Educativas Ana Julia Mora Torres

Directora Editorial Fabiola Nancy Ramírez Sarmiento

Equipo editorial
Isabel Hernández Ayala. *Coordinadora de contenidos*
Diana Constanza Salgado Ramírez. *Editora ejecutiva del área de matemáticas*
Jeinsson Giovanni Gamboa Sulvara. *Editor júnior*
Carlos David Sánchez. *Editor júnior*
Mauricio Bautista Ballén. *Editor externo*
Juan Gabriel Aldana Álvarez. *Asistente editorial del área de matemáticas*

Autores
Mauricio Bautista Ballén
Licenciado en matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional.
Físico. Universidad Nacional de Colombia.
Especialista en educación matemática. Universidad Pedagógica Nacional.
Estudios de Maestría en docencia de la matemática. Universidad Pedagógica Nacional.

Francia Leonora Salazar Suárez
Licenciada en física. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Estudios de maestría en Educación con énfasis en investigación. Universidad de la Sabana.

La persona encargada de avalar este texto desde el punto de vista de la disciplina específica y desde su pedagogía fue *Beatriz Bechara Cabrera.* Física. Universidad Nacional de Colombia. Science Instructor. Universidad de Londres.

La especialista encargada de avalar este texto desde la equidad de género y de su adecuación a la diversidad cultural fue *Doris Gilma Rincón Perilla.* Psicóloga. Corporación Universitaria Iberoamericana.

Las pruebas de campo del texto fueron realizadas por el Departamento de Investigación de Editorial Santillana, bajo la dirección de *Ximena Galvis Ortiz.*

Se han hecho todos los esfuerzos para ubicar a los propietarios de los derechos de autor. Sin embargo, si es necesario hacer alguna rectificación, la editorial está dispuesta a hacer los arreglos necesarios.

Equipo gráfico y técnico
Iván Merchán Rodríguez. *Coordinador creativo/Diseñador del modelo gráfico y carátulas*
Mauricio García Duque. *Coordinador de contenidos digitales*
Martha Jeanet Pulido Delgado, Orlando Bermúdez Rodríguez. *Correctores de estilo*
Alveiro Javier Bueno Aguirre. *Coordinador de soporte técnico*
Luis Nelson Colmenares Barragán. *Documentalista gráfico y operador de escáner*
Claudia Marcela Jaime Tapia, Anacelia Blanco Suárez, Lady Midlennis Sánchez Yopazá. *Documentalistas*
Sandra Patricia Acosta Tovar, Hugo Armando Castrillón Toro, César Alfonso Murillo Díaz. *Diagramadores*
Diomedes Guilombo Ramírez, Francisco Sánchez, Danilo Ramírez Parra, Jhon Jairo Barinas. *Ilustradores*
Gustavo Rodríguez, Juan Giraldo, Claudia Marcela Jaime Tapia. *Fotógrafos*
Getty images, Repositorio Santillana, Corel Professional Photos, Images provided by Photodisc, Inc., Corbis Images, Archivo Santillana, Furita S.L., Novosti, Agencia García Pelayo, S.L., Thinkstock. *Fotografía*
Francisco Rey González. *Director de producción*

© 2011 EDITORIAL SANTILLANA S.A.

Calle 80 No. 9-69
Bogotá, Colombia.

ISBN 978-958-24-1598-3 Obra completa
ISBN 978-958-24-1599-0 Edición para el estudiante
ISBN 978-958-24-1600-3 Edición para el docente

Este libro está elaborado de acuerdo con las normas ICONTEC NTC-4724 y NTC-4725 para textos escolares.

Depósito legal en trámite.

Impreso en Colombia por

Prohibida la reproducción total o parcial, el registro o la transmisión por cualquier medio de recuperación de información, sin permiso previo por escrito de la Editorial.



HIPERTEXTO FÍSICA 1

De la serie HIPERTEXTOS SANTILLANA, es una nueva propuesta pedagógica que responde a los lineamientos curriculares y a los estándares básicos de competencias exigidos por el MEN. Tu *Hipertexto* te permitirá potenciar tus capacidades de manera que puedas manejar los conocimientos propios de esta área, aproximarte al conocimiento como científico natural y desarrollar compromisos personales y sociales.

¡Tu Hipertexto hace tu aprendizaje más dinámico!

¿Qué hay en tu hipertexto?

- Estos hipervínculos.
  Cuando los veas debes saber que cada uno de ellos te indica que, además de lo que hay en la página, vas a encontrar:



Mayor información para ampliar tus conocimientos sobre temas específicos. Además, en algunos casos, te sugiere realizar más actividades para reforzar los conceptos trabajados.

Una dirección de Internet para profundizar en un tema.



Una evaluación que te permitirá verificar tus capacidades y el aprendizaje de los contenidos de cada unidad.

Una presentación o un video que te ayudará a comprender mejor los temas desarrollados.



Este enlace te invita a consultar en nuestra página web la sección de laboratorios. Allí obtendrás el formato para la presentación de tu informe de laboratorio.



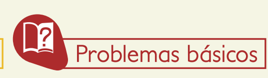
Para acceder a esta información debes consultar la página: www.santillana.com.co/hipertextos

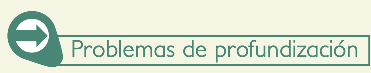
- Un método para que desarrolles destrezas en la comprensión de los contenidos propios de la física.

Comprender para aprender









- Unas HIPERPÁGINAS que, a través de infografías e imágenes llamativas, te permitirán establecer relaciones entre procesos o descomponer un todo en sus partes para conocerlas en detalle.



¿Cómo está organizado tu hipertexto?

Tu *Hipertexto* Física 1 está compuesto por ocho unidades y los contenidos están organizados de acuerdo con los componentes de Física.

Páginas iniciales

Al comienzo de cada unidad encontrarás una doble página de apertura con los temas que vas a trabajar, una lectura relacionada con los contenidos y algunas preguntas sobre ella.



Presenta los temas que vas a trabajar en la unidad.

Para pensar…
Texto breve de divulgación científica que se relaciona con el tema de la unidad y recoge algunos de los aspectos más importantes que vas a estudiar.

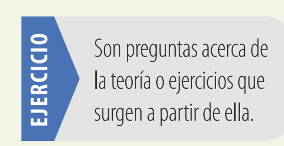
Para responder...
Las preguntas de esta sección te permitirán fortalecer tu capacidad de interpretar textos relacionados con Física.

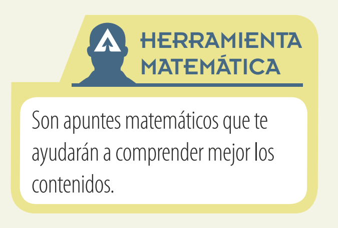
Páginas de contenido

En las páginas de contenido encontrarás las ideas fundamentales del tema con ejemplos resueltos, que explican el procedimiento que se debe realizar paso a paso.



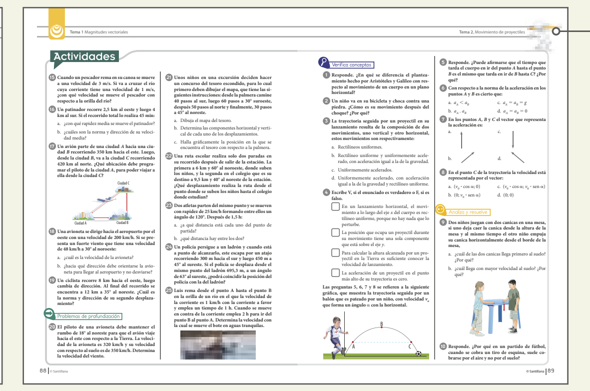
En las páginas de contenido también vas a encontrar estas señales:





Además tu hipertexto contiene:

Actividades con ejercicios enfocados a desarrollar competencias.



Aquí afianzarás tus conocimientos a partir de la realización de actividades, utilizando el método "Comprender para aprender".

Secciones especiales

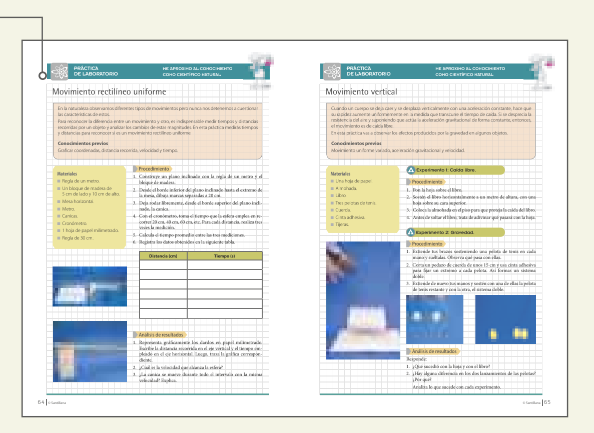
En tu Hipertexto Física 1, también encontrarás algunas secciones especiales que puedes identificar así:

Ciencia + tecnología: esta sección te informa sobre algunos elementos, procesos y avances tecnológicos, su funcionamiento y la manera como estos influyen en la sociedad.





Prácticas de laboratorio: a través de estas prácticas podrás comprobar algunos fenómenos científicos y aplicar conceptos tratados en cada unidad, para aproximarte al conocimiento como científico natural.



CONTENIDO

 © Santillana



UNIDAD 1

Introducción a la física

Temas de la unidad

1. Cómo se construye la ciencia
2. Magnitudes físicas
3. Funciones y gráficas

 © Santillana



Para pensar…

En todo trabajo científico, los conceptos propios de la ciencia, los métodos utilizados para la construcción del conocimiento, las aplicaciones que tienen los descubrimientos y la forma como se comunican los resultados a la comunidad, cumplen un papel muy importante.

En las ciencias las mediciones son de especial importancia, ya que permiten tomar datos, cuantificar situaciones y hacer generalizaciones a partir de resultados experimentales; para representar dichas mediciones se requieren unidades de medida como el metro, el kilogramo y el segundo, entre otras.

Los datos obtenidos a partir de la aplicación de los conceptos o de los métodos experimentales permiten el análisis de variables, para lo cual las matemáticas son el lenguaje conveniente hacia una apropiada comprensión.

A lo largo de esta unidad describiremos el trabajo en ciencias y estudiaremos algunos elementos fundamentales, que debemos tener en cuenta para expresar, representar y relacionar las medidas.

Para responder…

- Considera la validez de la expresión "cuando la edad aumenta, la estatura aumenta".
- Describe un experimento que hayas realizado indicando los pasos que seguiste.
- Construye una lista de unidades de medida que utilices en la vida cotidiana.

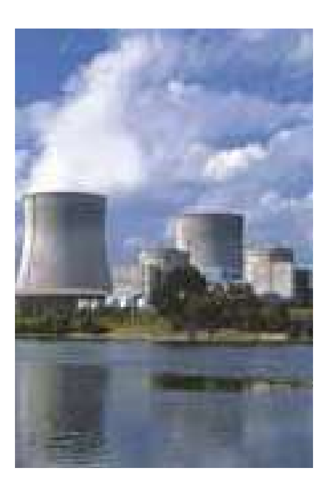


Figura 1. El aprovechamiento de la energía nuclear es una de las principales aplicaciones de las interacciones entre materia y energía.

1. Cómo se construye la ciencia

1.1 Qué estudia la física

La física, como disciplina científica, indaga acerca del porqué y el cómo suceden los fenómenos naturales que observamos; en este proceso usamos nuestros sentidos y los instrumentos de medición y de observación de los cuales disponemos.

En este contexto, los físicos intentan descubrir las leyes básicas que rigen el comportamiento y las interacciones de la materia y la energía en cualquiera de sus formas. Así mismo, escudriñan la naturaleza de las estrellas, la luz, el tiempo, el sonido y las partículas subatómicas, entre otros objetos de estudio.

En conclusión, mediante la física se busca descubrir generalidades sobre la estructura básica del universo, para así explicar fenómenos observables en términos de principios fundamentales.

1.2 El trabajo científico

A continuación describiremos los pasos del trabajo científico.

El trabajo científico se planifica

Para desarrollar un trabajo, los científicos establecen los objetivos y las etapas que, aunque no siempre se dan en el mismo orden, les permiten abordar problemas, explicar fenómenos, realizar descubrimientos y obtener conclusiones generales sobre el funcionamiento de un sistema en estudio.

El trabajo científico busca soluciones

La esencia del quehacer científico es la capacidad humana para plantearse preguntas acerca de los sucesos más complejos e incomprensibles, por lo cual, la razón, fundamental del estudio de un fenómeno se relaciona con el interés que este despierta en el científico.

En muchas ocasiones, la motivación de los científicos se relaciona con las necesidades de la sociedad, por lo cual su trabajo tiene un marcado carácter social, ejemplo de esto es el desarrollo de vacunas para combatir enfermedades y epidemias que arremeten contra la población.

El trabajo científico se basa en conocimientos existentes

Para realizar su trabajo, los científicos no parten de cero, sino que en sus investigaciones aprovechan los conocimientos que existen sobre el objeto de estudio. En este sentido, se dice que la ciencia es acumulativa, es decir, los nuevos conocimientos se construyen sobre los anteriores y, de esta forma, dichos conocimientos pueden ser ampliados. Por ejemplo, el físico inglés Isaac Newton (1643-1727) declaró que nunca habría podido llegar a plantear sus leyes sobre el movimiento sin apoyarse en los hombros de dos gigantes: Galileo Galilei (1564-1642) y Johannes Kepler (1571-1630).

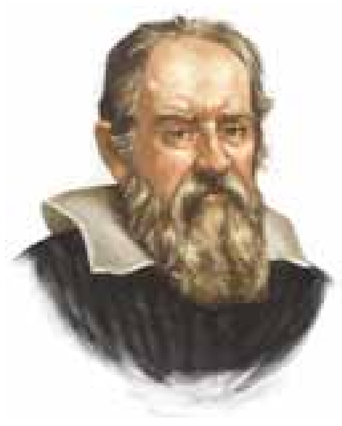


Figura 2. Galileo Galilei produjo un cambio en la forma de observar los fenómenos.

El trabajo científico es cualitativo y cuantitativo

En ocasiones, el trabajo científico implica observaciones de tipo cualitativo en las cuales no es necesario tomar medidas. En estas observaciones se analiza y se describe un determinado fenómeno para establecer la causa que lo produce, los factores que intervienen en él, la relación que tiene con otros fenómenos, etc.

 © Santillana

En otras ocasiones, el trabajo científico es cuantitativo, es decir, requiere medidas rigurosas y precisas de las características de los fenómenos observados, por lo cual, en estos casos, se formulan matemáticamente las observaciones y las conclusiones.

El trabajo científico conduce a resultados

Los resultados de la experimentación y del trabajo científico, en la mayoría de las situaciones, conducen a plantear generalizaciones para explicar los fenómenos.

A partir de estas generalizaciones es posible predecir las condiciones en las cuales se producirá determinado fenómeno.

No obstante, nunca se puede estar seguro de que, en el futuro, no pueda darse una experiencia que sirva como contraejemplo de una generalización.

Por ejemplo, las tres leyes del movimiento planteadas por Isaac Newton en el siglo XVII son válidas para describir y predecir el movimiento de los cuerpos siempre que estos no se muevan con velocidades cercanas a la velocidad de la luz (300.000 km/s) y que su masa no sea demasiado pequeña (como la de las partículas subatómicas), caso en el cual se aplica la mecánica cuántica, desarrollada a partir de los trabajos realizados en el siglo XX por Planck, Einstein y De Broglie, entre otros.

El trabajo científico se realiza en equipo

Aunque en un principio, los científicos concebían sus ideas y experimentaban sobre ellas de manera independiente, en la actualidad se conforman equipos interdisciplinarios con permanente comunicación nacional e internacional.

Cada vez se acepta más la importancia y la necesidad de abordar en equipo problemas concretos, en forma completa y cercana a la realidad.

1.3 Un ejemplo de investigación científica

A continuación, se propone un ejemplo para ilustrar un posible proceso en la solución de la siguiente pregunta científica: ¿al suministrar calor a un cuerpo, aumenta siempre su temperatura?

En el proceso que se describe a continuación se consideran los siguientes aspectos: observación del fenómeno, búsqueda de la información, formulación de la hipótesis, comprobación experimental, trabajo en el laboratorio, conclusiones y comunicación de resultados, y elaboración de teorías.

Observación del fenómeno

La observación debe ser reiterada, minuciosa, rigurosa y sistemática.

Tal vez la primera pregunta que nos formulemos sea: ¿en qué circunstancias aumenta la temperatura cuando le suministramos calor a un cuerpo?

Una primera observación nos indicará que, cuando ponemos sobre el fogón una cantidad de agua, la temperatura del líquido aumenta. Para comprobar dicho evento será necesario valernos de nuestros sentidos para percibir las diferencias de temperatura (figura 3).

Posteriormente, y para evitar errores, se usa un instrumento de medición adecuado, que en este caso, es el termómetro.



Figura 3. Si simultáneamente introducimos los dedos en dos recipientes con agua a diferente temperatura y luego los introducimos en otro recipiente cuya temperatura sea intermedia, es posible que nuestros sentidos nos engañen.



Figura 4. Un metal puede cambiar de fase cuando se somete al calor.

Búsqueda de información

Además de la observación es necesario consultar información acerca de la pregunta planteada en fuentes de referencia como libros, enciclopedias o revistas científicas. En este tipo de fuentes se encuentra el conocimiento científico acumulado a través de la historia. Internet resulta una herramienta útil, pero es importante verificar la credibilidad de la información obtenida.

En el caso del ejemplo, la consulta que hemos considerado mostrará que los conceptos de calor y temperatura son diferentes y que, en algunos casos, la temperatura de las sustancias aumenta cuando se les suministra calor. Sin embargo, encontramos que en algunas situaciones particulares, al suministrar calor a una sustancia, la temperatura no aumenta.

Un caso en el que se verifica esta afirmación se presenta cuando la sustancia experimenta cambio de fase, es decir, cuando cambia de la fase líquida a la gaseosa o de la fase sólida a la líquida.

Formulación de hipótesis

A partir de la observación y de la documentación, se plantea una posible explicación del fenómeno, tratando de responder preguntas como:

¿Siempre que se suministra calor a una sustancia, aumenta su temperatura? ¿En qué condiciones se suministra calor y no aumenta la temperatura?

La explicación, propuesta como hipótesis, debe ser coherente con las observaciones y teorías científicas aceptadas hasta el momento.

A partir de la hipótesis planteada, es posible especular acerca de qué pasaría si se cambia algo o qué pasaría si las condiciones fueran diferentes. En otras palabras, hacemos suposiciones y predicciones, que luego deberán ponerse a prueba a través de una serie de experimentos.

Volviendo al ejemplo, se sabe que los conceptos de calor y temperatura se relacionan, de manera que una posible causa del aumento de temperatura en una sustancia es el suministro de calor.

Podemos formular una explicación, a manera de hipótesis, en los siguientes términos:

La temperatura de una sustancia no varía durante el tiempo en el cual la sustancia cambia de fase.

Comprobación experimental

Se deben confirmar las hipótesis con experimentos que reproduzcan las condiciones bajo las cuales ocurre el fenómeno estudiado. El fenómeno tendrá validez si tiene lugar en tales condiciones y se cumplen las suposiciones y predicciones que se hicieron con base en la hipótesis.

Para el caso tratado, es posible poner un recipiente con hielo sobre el fogón de una estufa para suministrarle calor. Mientras exista únicamente hielo dentro del recipiente, la temperatura permanecerá constante.

Trabajo en el laboratorio

En el laboratorio, se crean condiciones para reproducir el fenómeno estudiado; allí es posible cuantificar las variables, tomar datos y repetir las medidas tomadas por diferentes personas.

 © Santillana



Para nuestro problema de investigación, en el laboratorio se puede realizar el siguiente experimento:

— Se pone una cantidad de hielo dentro de un recipiente.

— Luego, se le suministra calor por medio de un mechero y se registra la temperatura cada dos minutos.

— Con los datos obtenidos, se construye una tabla de valores y se analizan los registros.

Se podrá observar que, mientras exista hielo en el recipiente, la temperatura no variará.

— El paso siguiente sería explicar lo observado en los siguientes términos: cuando las sustancias experimentan un cambio de fase mediante suministro de calor, la temperatura no varía.

En realidad, el calor absorbido por la sustancia durante el cambio de fase se manifiesta en energía que aumenta la velocidad promedio de las moléculas.

Conclusiones y comunicación de resultados

Las conclusiones que se obtienen después del trabajo experimental pueden ser de dos tipos: empíricas o deductivas. En el primer caso, las conclusiones se basan en la experimentación, mientras que en el caso de las deductivas, se parte de premisas que han sido comprobadas anteriormente, para deducir otras de manera lógica. Toda conclusión debe ser divulgada a la comunidad.

Elaboración de teorías

En palabras del filósofo alemán Goethe:

Toda contemplación se convierte en observación, toda observación conduce a una conjetura, toda conjetura conduce al establecimiento de un enlace importante y se puede decir que cada vez que nosotros examinamos con atención el mundo, postulamos una teoría.

Las palabras anteriores, que pueden considerarse como una guía del trabajo científico, sitúan la observación como una contemplación que genera conocimiento sobre un fenómeno. A partir de la misma, surgen hipótesis y suposiciones que conducen a una primera aproximación del conocimiento.

Las leyes son hipótesis comprobadas que permiten explicar algunos fenómenos y hacer predicciones acerca de los mismos. Deben ser generales y, con frecuencia, requieren el uso de las matemáticas.

Las teorías son sistemas de leyes que, relacionadas entre sí en forma coherente, permiten explicar fenómenos. Las teorías científicas, como lo hemos indicado, tienen validez hasta que se muestran limitaciones para explicar determinados fenómenos o hasta que un nuevo descubrimiento las contradice.

De acuerdo con las limitaciones de una teoría, se puede establecer el campo de aplicación, es decir, se indican los problemas en los que dicha teoría es o no suficiente.

La pregunta planteada con respecto al aumento de la temperatura quedó resuelta al comprobar la hipótesis formulada que establece que, durante los cambios de fase, el suministro de calor no produce cambios de temperatura.



Figura 5. Montaje de laboratorio para la medida de la temperatura del agua expuesta al calor.





Figura 6. El sistema Tierra-Luna es un ejemplo de sistema físico.

2. Magnitudes físicas

2.1 Sistemas físicos

Nuestra realidad objetiva es muy compleja y presenta una gran cantidad de propiedades para ser estudiadas; por ejemplo, si observamos una piedra, notamos que su conformación no es sencilla, ya que presenta un gran número de elementos químicos en su composición interna, seguramente con imperfecciones en su estructura cristalina; sin embargo, cuando se usa en el estudio de la caída de los cuerpos, estas propiedades son despreciables en relación con la posición de la piedra en cada instante de tiempo.

Para que el estudio de un sistema físico resulte útil para la interpretación de la realidad, se hace una observación de él. En esta interpretación se usan sólo las propiedades relevantes de los objetos que están relacionadas con el fenómeno físico que se va a estudiar. Como conclusión, podemos decir que el estudio de un sistema físico nos ayuda a comprender la realidad y en ese sentido, es una aproximación a ella.

Son ejemplos de sistemas físicos una estrella, un haz luminoso, un átomo de un elemento, un resorte, el sistema Tierra-Luna o un circuito eléctrico, entre otros. Así, por ejemplo, si consideramos el sistema físico formado por un recipiente que contiene agua, la influencia de la temperatura del medio que lo rodea puede provocar que el agua hierva o que, por el contrario, se congele.

2.2 Magnitudes físicas

Para la descripción del sistema físico es imprescindible la medición, ya que permite establecer relaciones cuantitativas entre las diversas variables que intervienen en su comportamiento.

Las propiedades que caracterizan a los cuerpos o a los fenómenos naturales y que son susceptibles de ser medidas, reciben el nombre de magnitudes físicas. Así, la longitud, la masa, la velocidad, el tiempo y la temperatura, entre otras, son ejemplos de magnitudes físicas.

Otras propiedades, como el olor, el sabor, la bondad, la belleza, no son magnitudes físicas, ya que no se pueden medir.

Existen magnitudes físicas que son independientes de las demás y reciben el nombre de magnitudes fundamentales; entre ellas mencionamos la longitud, la masa y el tiempo.

Algunas magnitudes se definen a partir de las magnitudes fundamentales y reciben el nombre de magnitudes derivadas. Por ejemplo, la medida de la velocidad de un objeto se obtiene a partir de la longitud y el tiempo, por lo tanto, la velocidad es una magnitud derivada.

2.2.1 Medición de las magnitudes físicas

Al medir, se compara una magnitud física con una cantidad conocida que se toma como patrón. Este patrón se denomina unidad.

Resulta habitual que las magnitudes físicas se midan utilizando instrumentos calibrados; así, la masa de un cuerpo se puede medir en una balanza de platillos, comparándola con la de otros cuerpos de masa conocida (figura 7).

Figura 7. Balanza de platillos, mide la masa comparándola con la de otros cuerpos de masa conocida.

El resultado de la medición de una magnitud se expresa mediante un número y una unidad. Por ejemplo, si se mide la altura *(l)* de una persona y se toma como unidad el metro (m), el resultado debe expresarse de esta manera: l = 1,80 m, donde el número 1,80 indica cuántas unidades (metros en este caso) están contenidas en la magnitud medida (la altura de la persona). Decir únicamente que la altura de la persona es 1,80 no tendría significado, ya que podría tratarse de 1,80 centímetros, 1,80 milímetros, etc.

EJERCICIO

La capacidad del disco duro de un computador se expresa en gigabytes (GB), sin embargo, hoy se consiguen discos de 1 terabyte o más (TB). ¿A cuántos GB equivale un TB?

2.2.2 Sistema internacional de unidades

Las mediciones confiables y exactas exigen unidades inalterables que los observadores puedan reproducir en distintos lugares. Por tal razón, en virtud de un acuerdo firmado en 1960, se estableció que en la mayor parte del mundo se utilizaría un sistema de unidades para científicos e ingenieros, denominado Sistema Internacional de Unidades (SI). Estos acuerdos son resultado del trabajo de la llamada Conferencia General de Pesos y Medidas, organización internacional con representación en la mayoría de países.

En la tabla 1.1 se muestran las unidades básicas del SI y nos referiremos a cada una de ellas a medida que avancemos en nuestro estudio de la física.

Tabla 1.1

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente	amperio	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

En la tabla 1.2, se indican algunos prefijos utilizados para las unidades del Sistema Internacional y el factor por el que se debe multiplicar cuando se utiliza cada uno de ellos. Por ejemplo, 3 kg equivalen a $3 \cdot 10^3$ g, lo que es igual a 3.000 g. También, 5 μm equivalen a $5 \cdot 10^{-6}$ m, es decir, 0,000005 m.

Tabla 1.2

Múltiplos			Submúltiplos		
Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo	Factor
exa	E	10^{18}	deci	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	mili	m	10^{-3}
giga	G	10^{9}	micro	μ	10^{-6}
mega	M	10^{6}	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^{3}	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^{2}	femto	f	10^{-15}
deca	D	10	atto	a	10^{-18}

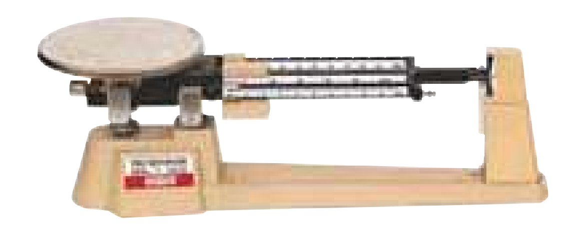


Figura 8. La masa de los objetos se mide con la balanza.

A continuación, nos referimos a tres magnitudes fundamentales: la longitud, la masa y el tiempo.

Es importante tener presente que las unidades de las magnitudes fundamentales han sido escogidas de manera arbitraria por la comunidad científica, teniendo en cuenta algunas condiciones de comodidad, reproducibilidad, accesibilidad y universalidad.

La longitud

La unidad básica de longitud en el Sistema Internacional es el metro (m). Durante mucho tiempo se tomó como definición internacional de metro la distancia existente entre dos marcas hechas en una barra de platino e iridio (distancia denominada metro patrón) que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sèvres (París). Definir de esta manera el metro no es preciso, ya que cualquier material, aun el platino y el iridio, está sometido a dilataciones y contracciones por efecto de la temperatura.

A partir de 1982, las unidades fundamentales del Sistema Internacional se definen en función de constantes totalmente invariables. En particular, el metro se define así:

Definición

Un metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en un tiempo de 1/299.972,458 de segundo.

Aunque el metro es la unidad básica de longitud en el Sistema Internacional, se utilizan los múltiplos y los submúltiplos del metro para expresar algunas distancias. En ocasiones, si las distancias son muy grandes se emplea el año luz, el cual es equivalente a la distancia que recorre la luz en un año.

La masa

La unidad básica de masa en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg). El kilogramo fue definido desde 1889 como la masa de un bloque de platino e iridio, denominado kilogramo patrón, que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sèvres.

Aunque la unidad en el Sistema Internacional es el kilogramo, la masa se expresa con otras unidades, como los múltiplos y submúltiplos del gramo. Por ejemplo, la cantidad de alguna sustancia contenida en un medicamento se expresa en miligramos (mg).

El tiempo

La unidad de tiempo en el Sistema Internacional es el segundo (s).

Desde 1889 a 1967, el segundo fue definido como la fracción 1/86.400 del día solar medio, pero, como la duración del día experimenta variaciones, la definición actual es la siguiente:

Definición

Un segundo es la duración que tienen 9.192.631.770 períodos de una determinada radiación de cesio-133.

 © Santillana

Otras unidades de tiempo diferentes al segundo se utilizan de acuerdo con los períodos de tiempo que se quieran determinar. Por ejemplo, para referirse al tiempo que emplea un planeta de nuestro sistema solar en dar una vuelta alrededor del Sol, se utilizan los años o los días, pero para medir el tiempo que tarda una de las alas de un insecto en su ir y venir, se utilizan los milisegundos (ms).

2.2.3 Sistema británico de unidades

Aunque a lo largo del texto utilizaremos con mayor frecuencia las unidades del Sistema Internacional, cabe mencionar que existen otros sistemas de unidades. Uno de ellos es el sistema británico de unidades, que se usa habitualmente en los Estados Unidos.

El pie (p) es la unidad de longitud en este sistema y equivale a 30,48 centímetros. Otras unidades comunes de longitud son: la pulgada (pul), que equivale a 2,54 centímetros y la milla (mi), que equivale a 1.609 kilómetros.

El slug es la unidad de masa y equivale a 14,59 kilogramos.

La unidad de tiempo en el sistema británico, al igual que en el Sistema Internacional, es el segundo. En la tabla 1.3 se presentan las unidades en el sistema británico.

Tabla 1.3

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	pie	p
Tiempo	segundo	s
Masa	slug	slug

2.3 Cómo expresar los resultados de las mediciones

2.3.1 Conversión de unidades

En física, es muy común expresar algunas cantidades en diferentes unidades de medida. Por ejemplo, determinar a cuántos kilómetros equivalen 1.560 metros o a cuántos segundos equivalen 20 minutos. Preguntas como estas se resuelven mediante la conversión de unidades.

Algunas de estas conversiones sólo requieren realizar un cálculo mental; en otras ocasiones se hace necesaria la utilización de los factores de conversión, los cuales facilitan la expresión de una misma cantidad física en unidades diferentes.

Los factores de conversión se utilizan cuando se establece proporcionalidad entre las unidades. Por ejemplo, un slug equivale a 14,59 kg. En consecuencia, para convertir 30 kilogramos en x slug, escribimos la proporción:

$$\frac{1 \text{ slug}}{14{,}59 \text{ kg}} = \frac{x}{30 \text{ kg}}$$

$$x = \frac{30 \text{ kg} \cdot 1 \text{ slug}}{14{,}59 \text{ kg}} \qquad \textit{Al despejar } x$$

$$x = 2{,}06 \text{ slug} \qquad \textit{Al calcular}$$

La misma conversión se puede realizar de la siguiente manera:

$$30 \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ slug}}{14{,}59 \text{ kg}} = 2{,}06 \text{ kg}$$

A la expresión 1 slug = 14,59 kg se le denomina factor de conversión.

En un factor de conversión se establece un cociente entre la unidad de un sistema y su equivalencia en otro sistema o en otra unidad del mismo sistema.

EJEMPLOS

1. **En el comercio se consiguen reglas graduadas en centímetros y en pulgadas. Determinar la medida en pulgadas de una regla de 30 cm.**

   Solución:

   Como 1 pulgada equivale a 2,54 cm, la conversión que se establece es:

$$30 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ pul}}{2{,}54 \text{ cm}} = 11{,}81 \text{ pul}$$

   La longitud de una regla de 30 centímetros, expresada en pulgadas, es 11,81 pul.

2. **La masa de una persona es 65 kg. ¿Cuál es su masa en slug?**

   Solución:

   Se multiplica 65 kg por el factor de conversión 1 slug/14,59 kg:

$$65 \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ slug}}{14{,}59 \text{ kg}} = 4{,}46 \text{ slug}$$

   Por tanto, la masa de una persona de 65 kg es 4,46 slug.

2.3.2 Las cifras significativas

En la figura 9 se observa que, al determinar la longitud de una mesa con una cinta métrica graduada en centímetros, se puede afirmar que dicha longitud es de 58,3 cm; al hacer esta medición estamos seguros de las cifras 5 y 8, pero la cifra 3 es dudosa.

Ahora, al observar la figura 10, si la medida se realiza con una cinta métrica graduada en milímetros, se puede afirmar que la medición es, por ejemplo 583,5 mm, donde las cifras seguras son el 5, el 8 y el 3, pero la cifra dudosa es el 5.

A las cifras seguras y a la primera cifra dudosa obtenida en una medición se les denomina cifras significativas. En el primer caso, decimos que la medición tiene tres cifras significativas; mientras que en el segundo, decimos que tiene cuatro cifras significativas.

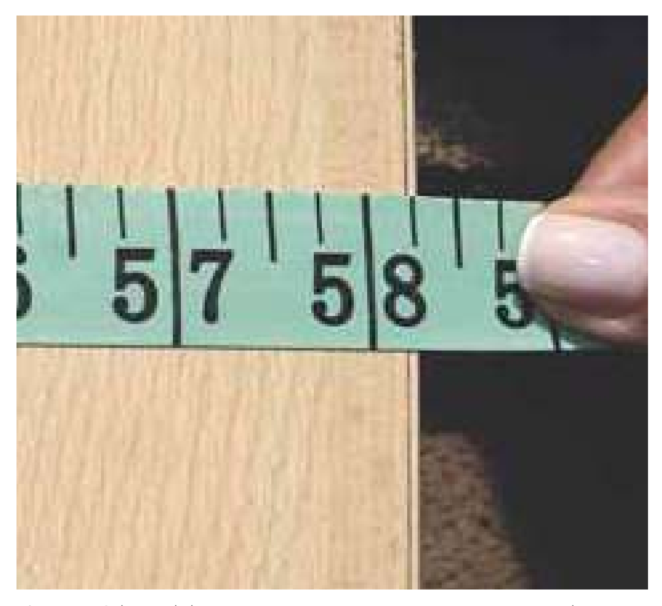


Figura 9. Si la medida que expresamos en este caso es 58,3 cm, el 3 es dudoso.

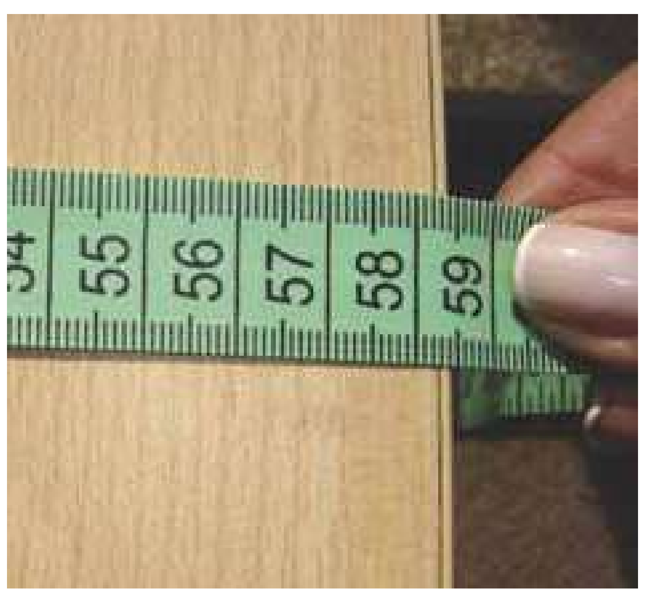


Figura 10. Si la medida que expresamos en este caso es 583,5 mm, el 5 es dudoso.

 © Santillana

EJEMPLOS

1. **El radio de la base de un cilindro de aluminio mide 1,25 cm y su altura mide 4,63 cm. Cuando se pone en el platillo de una balanza, se registra una masa de 61,3 g. Determinar la densidad del aluminio si se sabe que esta se calcula como el cociente entre la masa y el volumen.**

   Solución:

   Para calcular el volumen de un cilindro consideramos algunos conceptos geométricos.

   $V = \pi r^2 h$

   $V = 3{,}14 \cdot (1{,}25 \text{ cm})^2 \cdot 4{,}63 \text{ cm}$ *Al remplazar*

   $V = 22{,}7 \text{ cm}^3$

   Aunque el resultado obtenido con la calculadora es 22,7159375, lo redondeamos a 22,7 puesto que, tanto en el radio como en la altura, se utilizaron tres cifras significativas y el resultado no debe expresarse con un número de cifras mayor que ellas.

   Ahora, la densidad se expresa mediante la expresión:

   $$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

   $$\text{densidad} = \frac{61{,}3 \text{ g}}{22{,}7 \text{ cm}^3} = 2{,}70 \text{ g/cm}^3$$ *Al remplazar y calcular*

   Por tanto, la densidad del aluminio es 2,70 gramos por centímetro cúbico.

2. **El radio de una esfera de hierro mide 1,15 cm y la densidad del hierro es 7,80 g/cm³. Determinar la masa de la esfera, teniendo en cuenta el número de cifras significativas.**

   Solución:

   El volumen de una esfera se expresa como:

   $$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$$

   $$V = \frac{4}{3}\pi \cdot (1{,}15 \text{ cm})^3 = 6{,}37 \text{ cm}^3$$ *Al remplazar y calcular*

   Ahora, la masa se expresa mediante la expresión:

   masa = densidad · volumen

   $\text{masa} = 7{,}80 \text{ g/cm}^3 \cdot 6{,}37 \text{ cm}^3 = 49{,}7 \text{ g}$ *Al remplazar y calcular*

   La masa de la esfera es 49,7 g. Este resultado tiene tres cifras significativas.

EJERCICIO

El largo de una placa rectangular es 3,25 cm y el ancho 1,50 cm. Calcula el área de la placa teniendo en cuenta las cifras significativas.

2.3.3 La notación científica

Como resultado de los cálculos científicos, a veces aparecen magnitudes físicas que toman valores muy grandes o por el contrario, surgen valores de medidas que, al ser comparadas con la unidad patrón, toman un valor muy pequeño. Para expresar el valor numérico de dichas magnitudes se utiliza la notación científica. En el manejo de la notación científica se emplean las cifras significativas y las potencias de 10.

Para escribir una cantidad utilizando la notación científica, se ubican las cifras significativas con una parte entera (comprendida entre 1 y 9) y otra parte decimal, multiplicada por la correspondiente potencia de 10. Por ejemplo, la masa de un electrón es $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, mientras que la masa de la Tierra es $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg. Por medio de la notación científica se pueden comparar los valores que toma una magnitud física en forma sencilla.

EJEMPLO



El planeta Tierra se encuentra ubicado en la galaxia conocida como la Vía Láctea. El Sol se encuentra a 30.000 años luz del centro de la Vía Láctea. Determinar esta distancia en metros.

Solución:

Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año. La luz recorre 300.000.000 metros en un segundo, es decir, recorre $3{,}0 \cdot 10^8$ metros en un segundo. Como un año equivale a 31.536.000 segundos, tenemos que:

1 año luz = velocidad de la luz · un año

1 año luz = $(3{,}0 \cdot 10^8$ m/s$) \cdot (31.536.000$ s$)$ *Al remplazar*

1 año luz = $9{,}5 \cdot 10^{15}$ m *Al calcular*

Por tanto, 30.000 años luz equivalen a $(3 \cdot 10^4$ años luz$)$ $(9{,}5 \cdot 10^{15}$ m$) = 2{,}8 \cdot 10^{20}$ m

La distancia que separa el Sol del centro de la Vía Láctea es $2{,}8 \cdot 10^{20}$ m, correspondiente al número 280.000.000.000.000.000.000.

2.4 Cómo interpretar las unidades de medida

En el estudio de las ciencias es importante dar significado a las unidades. La densidad del aluminio es 2,70 g/cm³. Este dato permite concluir que la masa de cada cm³ de aluminio es 2,70 g.

En este caso, la unidad g/cm³ se interpreta de la siguiente manera: si la densidad del aluminio es 2,70 g/cm³, se tiene que la masa de cada cm³ de aluminio es 2,70 g.

En conclusión, podemos afirmar que la densidad es una magnitud derivada, puesto que para su definición, se utilizan las magnitudes masa y volumen, siendo el volumen una magnitud derivada de la longitud.

EJEMPLO

El sonido viaja en el aire a una velocidad de 340 m/s, ¿cómo se podría interpretar este resultado?

Solución:

Si la velocidad del sonido es 340 m/s, podemos interpretar que 1 s después de generarse un sonido, este se ha propagado 340 m a partir del sitio en el cual se produjo. Por lo tanto, la velocidad es una magnitud derivada, puesto que para su definición, se consideran las magnitudes fundamentales longitud y tiempo.

© Santillana



2.5 Manejo de errores

Al realizar una medición es imposible evitar cierto grado de incertidumbre, pues es probable que en el procedimiento se generen errores experimentales, ya sean humanos, por variaciones del medio o por una calibración incorrecta de los instrumentos utilizados. Al medir se pueden presentar dos clases de errores que no son atribuidos al experimentador: sistemáticos o aleatorios.

Los errores sistemáticos se producen por limitaciones del equipo utilizado o por deficiencias en el diseño experimental. Suele suceder que se presente este tipo de errores cuando se repite el experimento exactamente de la misma manera.

Por ejemplo, la medida de una determinada intensidad de corriente es 2,5 A; si el fabricante del amperímetro advierte que toda medición tiene un error de $\pm$0,05 A, el resultado se debe expresar como 2,5 A $\pm$ 0,05 A.

Los errores aleatorios se originan por causas que no se pueden controlar en cada medida. Por ejemplo, si diferentes personas midieran el espesor de un libro con una regla graduada en milímetros, obtendrían diferentes valores, ya que la apreciación de la última cifra significativa podría ser distinta.

Nos referimos a la precisión de una medición cuando al repetirse dicha medición varias veces, existe concordancia entre los valores obtenidos. Cuando en la repetición de la medida la variación entre los valores obtenidos aumenta, a esta se le atribuye una menor precisión.

Por otra parte, mencionamos la exactitud de una medida al expresar la proximidad de Esta con determinado valor de referencia, relacionando la cercanía del valor medido al valor conocido.

Por ejemplo, cuando se determina experimentalmente la densidad del aluminio, el valor obtenido tendrá mayor exactitud cuanto más se aproxime a 2,70 g/cm^3.

A partir de la diferencia entre el valor obtenido en la medición y el valor de referencia, se definen dos tipos de errores: el absoluto y el relativo.

Error absoluto: es el valor absoluto de la diferencia entre el valor obtenido en una medición y el valor que se toma como referencia.

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor obtenido} - \text{Valor de referencia}|$$

Error relativo: es el cociente entre el error absoluto y el valor que se toma como referencia de la medida.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Valor obtenido} - \text{Valor de referencia}}{\text{Valor de referencia}}$$

Como hemos dicho, se obtiene una medida más precisa de una magnitud cuando se realizan varias mediciones; sin embargo, es posible que en cada medición se obtenga una diferencia con respecto al valor esperado o valor de referencia. Por esta razón, es conveniente calcular el error en que se incurre en un conjunto de varias mediciones.

La estadística nos permite calcular el valor promedio de los valores obtenidos en una serie de mediciones mediante el cálculo de la media aritmética.

EJERCICIO

Al determinar la medida de la masa de un objeto se obtiene 308 g, sin embargo, las especificaciones originales indican que la masa es 300 g. Calcula el error absoluto y el error relativo de la medición.

© Santillana

Si una medida se realiza ocho veces y se obtienen los valores x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 y x_8, el valor promedio se obtiene mediante la expresión:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8}$$

Por otra parte, es importante establecer qué tanto se alejan los datos tomados con respecto al promedio. Para ello, se calcula la desviación media, la cual se determina mediante la siguiente expresión

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

El resultado de la medición se expresa como

$$x \pm DM$$

Se acostumbra a determinar el error relativo como

$$\text{Error relativo} = \frac{DM}{\bar{x}}$$

Es usual expresar el error relativo en términos de porcentaje.

EJEMPLO

El diámetro de un disco se mide cinco veces con una regla graduada en milímetros, y se obtienen los siguientes resultados: 12,2 mm; 12,1 mm; 12,3 mm; 12,0 mm; 12,2 mm.

a. Determinar el valor promedio de los datos.

b. Determinar la desviación media.

c. Expresar el resultado de la medición y el error relativo.

Solución:

a. El valor promedio se calcula así:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{12{,}2 + 12{,}1 + 12{,}3 + 12{,}0 + 12{,}2}{5}$$

$$\bar{x} = 12{,}2$$

Al remplazar, calcular y aproximar

b. La desviación media se calcula a partir de:

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + |x_4 - \bar{x}| + |x_5 - \bar{x}|}{5}$$

$$DM = \frac{|12{,}2 - 12{,}2| + |12{,}1 - 12{,}2| + |12{,}3 - 12{,}2| + |12{,}0 - 12{,}2| + |12{,}2 - 12{,}2|}{5}$$

$$DM = 0{,}1$$

Al remplazar y calcular

c. La medida del diámetro se expresa como $12{,}2 \pm 0{,}1$ y el error relativo es

$$\text{Error relativo} = \frac{DM}{\bar{x}} = \frac{0{,}1}{12{,}2} = 0{,}008$$

El error relativo 0,008 se expresa en términos de porcentaje como $\frac{0{,}1}{12{,}2} \cdot 100\% = 0{,}8\%$

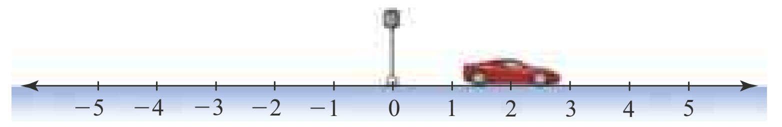
© Santillana

3. Funciones y gráficas

3.1 Sistemas coordenados

En la mayoría de estudios es necesario efectuar medidas relacionadas co factores que intervienen en un fenómeno. Los datos que se obtienen d mediciones, en lo posible, se presentan por medio de representaciones grá que pueden ser en una dimensión, en dos dimensiones o en tres dimensi

- En una dimensión se representan los valores de una variable sobre la recta de los números reales. Por ejemplo, la posición de un objeto que se mueve en línea recta se puede representar sobre una recta, como se muestra en la siguiente figura:



- En dos dimensiones se utiliza el plano cartesiano (figura 11), en el que a cada punto le corresponde una pareja ordenada. Este tipo de representación es muy útil para analizar los datos obtenidos en un experimento o para relacionar variables.
- En tres dimensiones se representan puntos en el espacio, lo cual se realiza por medio de un sistema de tres ejes coordenados, perpendiculares entre sí, llamados eje x, eje y y eje z. En este caso, a cada punto del espacio le corresponde una terna (x, y, z), como se muestra en la figura 12.

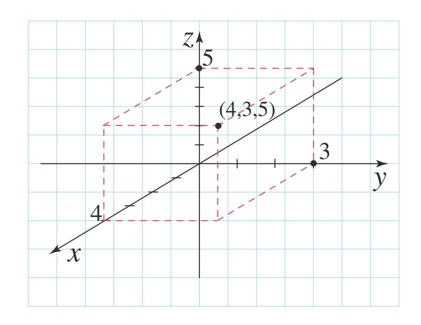
  Este tipo de representación es útil, por ejemplo, para describir el movimiento de un objeto que se mueve en el espacio; se utilizan los tres ejes coordenados.



Representar gráficamente en el espacio el punto (4, 3, 5).

Solución:

Para representar el punto (4, 3, 5) se ubica sobre el eje x el punto cuya coordenada es 4, y sobre el eje y el punto cuya coordenada es 3. Se trazan segmentos paralelos a los ejes x y y. Luego, se traza un segmento paralelo al eje z de longitud 5 unidades.



3.2 Las variables en un experimento

En un experimento influyen muchos factores. A estos factores se les conoce con el nombre de variables. Una vez identificadas las variables que intervienen en el transcurso de un experimento, se clasifican en variables que se mantienen constantes mientras que otras toman diferentes valores. A una variable cuyos valores dependen de los valores que toma la otra variable se le llama **variable dependiente** y a la otra variable se le llama **variable independiente**.

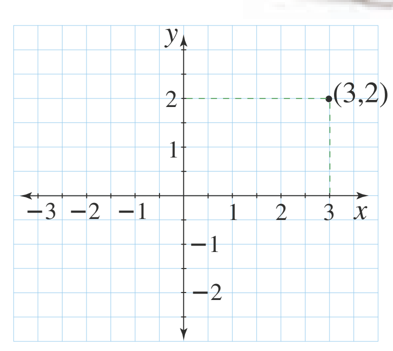


Figura 11. En el plano cartesiano a cada punto le corresponde un par ordenado.

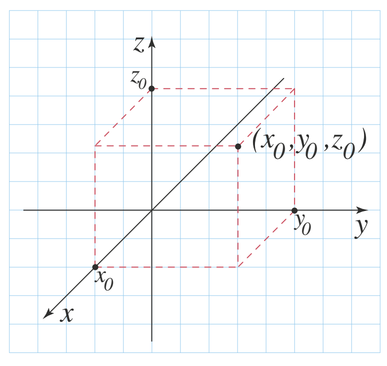


Figura 12. En la representación gráfica de tres dimensiones se representan puntos en el espacio.




Figura 13. Es posible encontrar la relación matemática entre la masa del objeto que se cuelga y el alargamiento producido en el resorte.

Para ilustrar la manera como se realiza un tratamiento de datos, consideremos el estudio del alargamiento de un resorte cuando se suspenden pesas en su extremo (figura 13). En este caso, la longitud de alargamiento del resorte (A), es la variable dependiente, la masa (m) del objeto que colgamos es la variable independiente y la elasticidad del resorte es una variable controlada que mantenemos constante, ya que se trata del mismo resorte.

En un experimento se puede tener más de una variable cuyo cambio afecta la variable dependiente. Por ejemplo, para estudiar el comportamiento del volumen de un gas, se tiene que este depende de la presión a la cual se somete y de la temperatura a la cual se encuentra. Una variación en la presión produce una variación en el volumen; así mismo, una variación en la temperatura produce una variación en el volumen.

Dadas las múltiples situaciones de la vida cotidiana en las cuales intervienen relaciones entre dos variables, resulta útil recurrir al concepto de función definido en matemáticas. Por ejemplo, para el caso del resorte, la variable alargamiento está representada en función de la variable masa, pues a cada valor de la masa que se cuelga, le corresponde un único valor del alargamiento.

Como sabemos, hay varias formas de representar funciones y es posible establecer relaciones entre las distintas formas de representación.

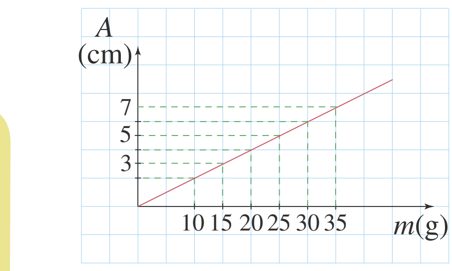
3.3 La construcción de gráficas

Tanto las funciones como las relaciones entre dos variables se pueden representar a partir de tablas de datos. Una tabla es un arreglo, de dos filas o dos columnas, en el cual se escriben todos o algunos valores de la variable independiente y los respectivos valores de la variable dependiente. En la siguiente tabla se presentan los valores de la masa del cuerpo colgada del resorte y su respectivo alargamiento.

Masa del cuerpo colgado (g)	10	15	20	25	30	35
Alargamiento (cm)	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0

La representación gráfica de una función se construye en el plano cartesiano. Sobre el eje x se ubica el rango entre el cual están los valores dados a la variable que se considera independiente. Sobre el eje y se ubica el rango entre el cual están los valores que corresponden a la variable dependiente.

La representación gráfica de una función se obtiene al constituir en el plano cartesiano un número suficiente de parejas ordenadas. A continuación, presentamos la gráfica.



El alargamiento A del resorte depende de la masa m del cuerpo que se cuelga.

Es importante anotar que, a partir de la gráfica, se puede analizar el comportamiento de la función.



Una función f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto X, un único elemento y de un conjunto Y.

3.3.1 Proporcionalidad directa

Definición

Dos magnitudes son directamente proporcionales si la razón entre cada valor de una de ellas y el respectivo valor de la otra es igual a una constante. A la constante se le llama constante de proporcionalidad.

Si dos magnitudes, x y y, son directamente proporcionales, se cumple que:

- El cociente entre ellas siempre es constante, es decir $\frac{y}{x} = k$, donde k se denomina constante de proporcionalidad.
- Sus valores se relacionan mediante la expresión $y = k \cdot x$.

En la gráfica presentada en la página anterior podemos observar que cuanto mayor es la masa (m) del objeto que colgamos del resorte, mayor es su alargamiento (A). Además, al duplicar la masa, el alargamiento se duplica, al triplicar la masa, el alargamiento se triplica, y así sucesivamente. De esta manera, al dividir el alargamiento entre el respectivo valor de la masa siempre se obtiene el mismo valor.



La pendiente de la recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) en el plano cartesiano se define como

$$\text{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

EJEMPLO

Un tren avanza 40 km hacia el norte cada vez que transcurre una hora.

a. Elaborar una tabla de valores para la distancia recorrida en los tiempos 1, 2, 3, 4 y 5 horas.
b. Determinar la razón entre cada distancia y su respectivo tiempo. ¿Las variables distancia y tiempo son directamente proporcionales?
c. Realizar la gráfica que representa los valores de las variables.

Solución:

a. El tiempo y la distancia que recorre se representan en la siguiente tabla.

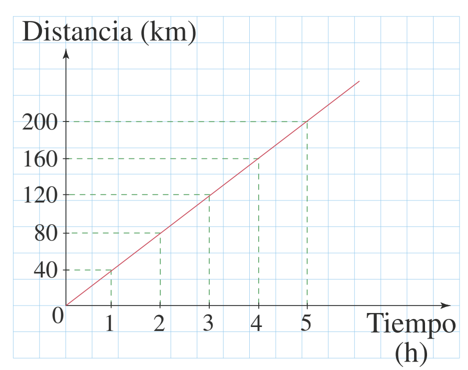
Tiempo (horas)	1	2	3	4	5
Distancia (kilómetros)	40	80	120	160	200

b. La razón entre cada valor de la distancia y su respectivo valor del tiempo se obtiene así:

$$\frac{40}{1} = 40,\ \frac{80}{2} = 40,\ \frac{120}{3} = 40,\ \frac{160}{4} = 40 \text{ y } \frac{200}{5} = 40$$

Las magnitudes distancia recorrida y tiempo son directamente proporcionales, porque la razón entre sus respectivos valores es constante e igual a 40. Es decir, la constante de proporcionalidad es 40 km/h.

c. En la figura se puede observar la representación gráfica de la función que relaciona las variables distancia y tiempo.



Al representar, en el plano cartesiano, dos magnitudes directamente proporcionales se obtiene una recta que pasa por el origen. El valor de la pendiente de esta recta corresponde a la constante de proporcionalidad.

© Santillana

En el ejemplo del tren de la página anterior, los valores de la distancia recorrida y el tiempo se pueden relacionar mediante la expresión $d = 40\ t$. Observemos que la pendiente de la recta es

$$\text{Pendiente} = \frac{200\ m\ -\ 0\ m}{5h\ -\ 0\ h} = 40\ \text{m/h}$$

3.3.2 Proporcionalidad inversa

Definición

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando el producto de cada valor de una magnitud por el respectivo valor de la otra es igual a una constante, llamada constante de proporcionalidad inversa.

Por ejemplo, el tiempo, t, y la velocidad, v, empleados en recorrer determinada distancia son magnitudes inversamente proporcionales. A medida que la velocidad aumenta, el tiempo que emplea en el recorrido disminuye, de tal manera que si la velocidad se duplica, el tiempo se reduce a la mitad; si la velocidad se triplica, el tiempo se reduce a la tercera parte, y así sucesivamente.

Si dos magnitudes, x y y, son inversamente proporcionales se cumple que:

- El producto entre ellas es constante, es decir $x \cdot y = k$, donde k es la constante de proporcionalidad inversa.
- Sus valores se relacionan mediante la expresión $y = \dfrac{k}{x}$

EJEMPLO

Se desea cortar placas rectangulares cuya área sea igual a 36 cm².

a. Elaborar la tabla que muestra los posibles valores para el largo y el ancho de las placas.

b. Determinar la relación entre el largo, l, y el ancho, a, de los rectángulos.

c. Determinar la expresión matemática que relaciona el largo y el ancho de las placas.

d. Realizar la gráfica que representa los valores del largo y el ancho.

Solución:

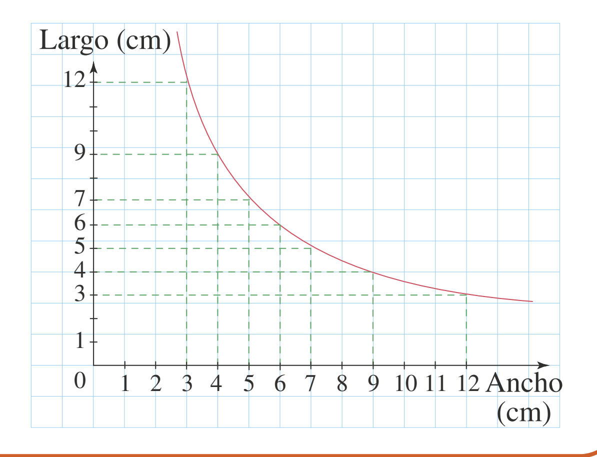
a. Una tabla de valores podría ser la siguiente:

Largo (cm)	3,0	4,0	5,0	6,0	7,2	9,0	12,0
Ancho (cm)	12,0	9,0	7,2	6,0	5,0	4,0	3,0

b. Observamos que, cuando el largo del rectángulo aumenta, el ancho disminuye. Además, es posible observar que al duplicar el largo, el ancho disminuye a la mitad; al triplicar el largo, el ancho disminuye a la tercera parte, etc. Así, entre el largo y el ancho de las placas de área 36 cm², podemos establecer una relación de proporcionalidad inversa.

c. El producto del largo, l, por el ancho, a, siempre toma el mismo valor, 36. Por tanto, $l \cdot a = 36$.

d. Al representar los datos en el plano cartesiano obtenemos la gráfica que se muestra a continuación.



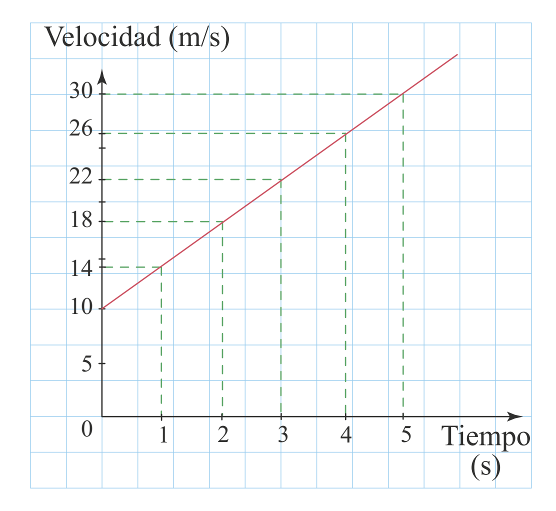
3.3.3 Otras relaciones entre variables

Relación gráfica de una línea recta

Algunas variables se relacionan de tal manera que la representación gráfica es una línea recta que no necesariamente pasa por el origen de coordenadas. En este caso, puede suceder que, cuando una variable aumenta, la otra también aumenta y, sin embargo, las variables no son directamente proporcionales. En la siguiente tabla se presentan los valores de la velocidad de un objeto para diferentes valores del tiempo.

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
Velocidad (m/s)	10	14	18	22	26	30

La representación gráfica de los valores en el plano cartesiano es una recta que no pasa por el origen, como se muestra a continuación.



Podemos determinar la ecuación de la recta mediante el cálculo de la pendiente y el valor en el que la gráfica corta al eje vertical (eje que representa la velocidad).

$$\textit{Pendiente} = \frac{30\text{ m} - 10\text{ m}}{5\text{ s} - 0} = 4\text{ m/s}$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta que relaciona las variables v y t es:

$$v = 4\,t + 10$$

Relación cuadrática

Algunas magnitudes se relacionan mediante una relación cuadrática, como es el caso de un objeto que se mueve en línea recta y la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo. En la siguiente tabla se muestran los datos de la distancia y el tiempo para el movimiento de un objeto bajo esta condición.

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
Distancia (m)	0	2	8	18	32	50	72

La representación gráfica de los valores de la variable se representa en la figura 14. Aunque la distancia aumenta cuando el tiempo aumenta, en este caso las variables no son directamente proporcionales y la gráfica no es una línea recta que pasa por el origen.



La ecuación de la recta en el plano $x - y$, cuya pendiente es m y corta al eje vertical en $y = b$ es $y = mx + b$

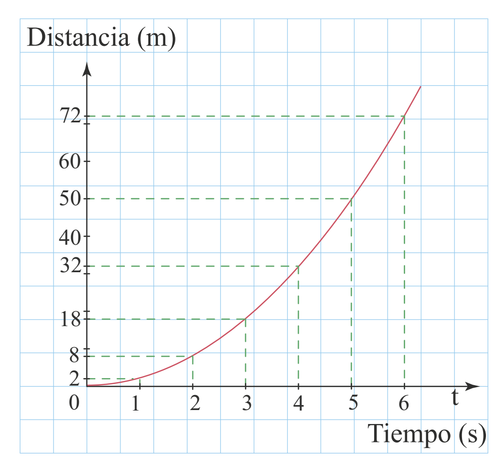


Figura 14. La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola.



Interpreta

1 **Ordena de menor a mayor las siguientes medidas de masa:**

- masa de un electrón $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
- masa de un protón $1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg
- masa de un deuterón $3{,}343 \cdot 10^{-27}$ kg

2 **En la fresa de un dentista aparece una inscripción que dice: 7.200 r.p.m.; ¿Qué significa la inscripción?**

3 **Un medicamento en su posología indica: "Dosis niños 8 mL/kg al día, adultos 12 mL/kg al día".**

a. ¿Cuántos cm^3 debe tomar al día un bebé que tiene 6 kg?

b. ¿Cuántos cm^3 debe tomar al día una persona de 45 kg?

4 **¿Cuál es la densidad de la Tierra si su diámetro promedio mide 12.634 km y su masa corresponde a $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg?**

5 **La siguiente tabla muestra la distancia recorrida por un cuerpo en determinados instantes de tiempo.**

t	**Tiempo(s)**	0	4	8	12	16
y	**Distancia (m)**	0	60	120	180	240

a. Construye en el plano cartesiano la gráfica de posición-tiempo.

b. Calcula la pendiente de la recta e interpreta lo que representa en el movimiento.

c. Determina la expresión matemática que relaciona las variables distancia y tiempo.

6 **La tabla muestra el comportamiento del volumen de un gas a medida que la presión sobre él varía, cuando la temperatura es constante.**

x	**Volumen (cm^3)**	1	5	10	20	25
y	**Presión (Pa)**	20	4	2	1	0,8

a. Construye en una hoja de papel milimetrado, la gráfica de presión *P*, en función del volumen *V*.

b. ¿Qué tipo de proporcionalidad relaciona las variables?

c. De acuerdo con la gráfica, ¿qué presión se debe ejercer al gas para que su volumen sea 15 cm^3?



Argumenta

7 **En la expresión $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ para que el período, *T*, se duplique es necesario que:**

a. *L* se reduzca a la mitad.

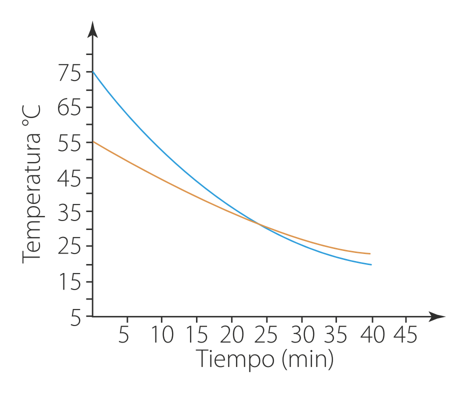
b. *L* se duplique.

c. *L* se cuadruplique.

d. *L* se reduzca a la cuarta parte.

8 **Se desea reducir el error en la medición del tiempo que tarda un péndulo en su movimiento en ir desde un lado de su trayectoria hasta el otro. Para esto se proponen dos procedimientos; medir directamente el tiempo que tarda en hacer el recorrido o medir el tiempo en el que va 10 veces de un lado hasta el otro y luego dividir el valor obtenido por 10. ¿Cuál procedimiento escogerías y por qué?**

9 **Las gráficas representan la temperatura de dos sustancias que se han sometido a una fuente de calor y luego se han retirado de ella en función del tiempo. Las temperaturas iniciales son 70 °C y 50 °C, respectivamente.**



a. ¿Cómo varía la temperatura cuando transcurre tiempo?

b. ¿En qué instante las dos temperaturas son iguales?

Propone

10 **Diseña un método que te permita medir el diámetro de un alambre, utilizando una regla graduada y un lápiz.**

11 **¿Cómo medirías el volumen de una figura irregular? Aplicando este método determina el volumen de una piedra.**

 © Santillana

Actividades

Verifica conceptos

1 **¿Cuál es la importancia de la matemática para abordar situaciones propias de la física?**

2 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

☐ La física utiliza los sentidos, los instrumentos de medición y la observación en su proceso de búsqueda del porqué y el cómo suceden los fenómenos naturales.

☐ Los pasos del trabajo científico se deben desarrollar en el orden en el que están planteados para poder obtener los resultados esperados.

☐ La curiosidad y el deseo de saber más, del hombre, constituyen el principal insumo del trabajo científico.

☐ El trabajo científico de mayor aporte social es aquel que realiza de manera individual, el científico en su laboratorio.

3 **¿Qué significa la frase “la ciencia es acumulativa”? Explica a través de un ejemplo.**

4 **En la clase de ciencias Juan realizó un experimento en el cual puso una arveja sobre algodón dentro de un frasco con agua. Durante las dos siguientes semanas observó y describió cómo fue cambiando la arveja, y planteó sus conclusiones con respecto a lo observado. Luego al presentar su trabajo en la clase uno de sus compañeros le dijo que su trabajo no era un estudio científico, pues no tenía medición alguna que lo respaldara. ¿Tiene razón el compañero de Juan? ¿Por qué?**

5 **¿Qué es más general, una teoría o una ley? ¿Por qué?**

Analiza y resuelve

6 **En un estudio científico sobre la extinción de los dinosaurios la frase “Los dinosaurios desaparecieron por una lluvia de meteoritos” corresponde a:**

a. Un análisis
b. Una hipótesis.
c. Una observación.
d. Una comprobación experimental.

Problemas básicos

7 **Se desea hacer un estudio científico sobre los cambios que experimenta un resorte al variar la masa que pende de él. Describe como realizarías el estudio.**

8 **Selecciona un fenómeno cuyo estudio requiera de observación tanto cualitativa como cuantitativa.**

9 **Describe cómo realizarías el estudio. Elige la opción correcta, el planteamiento hecho por Copérnico de que el Sol es el centro del sistema solar es:**

a. Una ley
b. Una teoría
c. Una hipótesis.
d. Una observación

Explica tu respuesta.



Problemas de profundización

10 **Utilizando el método científico, plantea de qué manera se relaciona el movimiento de la Tierra alrededor del Sol.**

11 **La rapidez del sonido depende del medio a través del cual se propaga. ¿Cómo determinarías el medio en el cual se propaga el sonido con mayor rapidez entre el aire, el agua y el hierro?**

12 **William Herschel descubrió, en 1781, el séptimo planeta, Urano. Aun cuando había observado su movimiento por el cielo y su forma, aseguró que era un nuevo cometa.**

Otros científicos anteriormente pensaron que era una estrella fija.

a. ¿Qué crees que permitió a Herschel llegar a esta conclusión?
b. ¿De qué manera llegó Herschel a esta conclusión?

13 **Con respecto a la tesis “Nuestro universo está contenido en otro universo cuya existencia no se ha podido detectar”, plantea una hipótesis, y describe los pasos que desarrollarías para realizar la investigación.**

Actividades

Verifica conceptos

1. **¿Qué diferencia existe entre magnitud y patrón de medida? Explica a través de un ejemplo.**

2. **La unidad de temperatura del Sistema Internacional es:**

   a. K b. °R c. °C d. °F

3. **El radio promedio de la Tierra es de 6.374 km, este valor no es igual a:**

   a. $6{,}374 \cdot 10^6$ m c. $6{,}374 \cdot 10^3$ m

   b. $6{,}374 \cdot 10^8$ cm d. $63{,}74 \cdot 10^5$ dm

4. **Juan levanta en hombros a su compañera Patricia y afirma: "estás pesando 48 kg". ¿Puede esta afirmación ser cierta? ¿Por qué?**

5. **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

   - [ ] El volumen es una magnitud fundamental que se expresa en cm^3.
   - [ ] La cantidad de sustancia es una de las magnitudes básicas.
   - [ ] Un metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en un segundo.
   - [ ] El pie es una unidad de longitud que permite expresar la longitud de un cuerpo, en el sistema CGS.
   - [ ] Los prefijos nos permiten expresar múltiplos o submúltiplos de una unidad.
   - [ ] La velocidad es una magnitud fundamental.

6. **Completa la tabla en la unidad indicada con el valor o con el prefijo correspondiente.**

Magnitud	Valor	Prefijo
Corriente	A	75 mA
Carga	0,000005 C	
Longitud	3.500.000 m	
Capacitancia	f	15 pf
Masa	8.250.000.000 kg	

7. **¿Cuál de los siguientes conceptos no es una magnitud física y por qué?**

   a. Fuerza c. Carga

   b. Intensidad del dolor d. Energía

Analiza y resuelve

8. **Explica la forma en que calcularías el número de letras que tiene una hoja de este libro.**

9. **¿Qué características consideras que debe tener un patrón de medida?**

10. **En la clase de geometría el profesor entrega por grupo a sus estudiantes un círculo de cartulina, hilo y una regla. ¿Cómo pueden ellos con estos elementos determinar el radio, el diámetro y el perímetro de la circunferencia?**

11. **Galileo Galilei, utilizó el conteo de sus pulsaciones para medir el tiempo en uno de sus experimentos. ¿Consideras que ese método es confiable? ¿Por qué?**

12. **Se tienen tres cuerpos de 45 kg; 3,5 slug y 385 g, respectivamente. ¿Cuál de los tres tiene mayor masa? ¿Qué diferencia en kg hay entre las masas de los tres?**

13. **En clase de biología, a través de un microscopio, un estudiante observa una pequeña partícula de aluminio en forma de cubo cuya arista mide 0,000000000025 cm.**

    a. Expresa la longitud de la arista en notación científica.

    b. ¿Cuál es el volumen de la partícula en m^3?

    c. ¿Qué densidad tiene la partícula?

Problemas básicos

14. **Expresa en notación científica las siguientes longitudes:**

    a. Radio promedio de la Luna 1.740.000 m

    b. Radio promedio del Sol 696.000.000 m

    c. Distancia Tierra – Luna 384.000.000 m

    d. Distancia Tierra – Sol 149.600.000.000 m

15. **¿Qué masa en slug tiene la Tierra, si tiene $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg?**

16. **Un disco en formato DVD tiene una capacidad de almacenamiento de 4 Gb (gigabits). ¿Cuántos bits de información se pueden almacenar en 5 DVD?**

© Santillana

17 **Una señal de tránsito avisa que la velocidad máxima por una carretera es de 55 millas/h. ¿Cuál es el valor de esta velocidad máxima en km/h?**

18 **Un terreno de forma triangular tiene 250 pies de base por 180 pies de altura. ¿Cuál es la magnitud de su área en m^2?**

19 **Una gaseosa en lata contiene 355 cm^3 de líquido. ¿Cuál es el volumen del recipiente expresado en pul^3?**

20 **El período de rotación de Marte alrededor del Sol es de $5{,}94 \cdot 10^7$ s. ¿Cuántos años tarda Marte en dar la vuelta alrededor del Sol?**



21 **Un transbordador espacial alcanza velocidades hasta de $1{,}1 \cdot 10^4$ km/h.**

a. ¿Cuántos metros recorre en una hora?

b. ¿Cuántos metros recorre en un segundo?

22 **En un hospital, a un paciente de 110 lb de peso se le están suministrando diariamente 4.500 mg de insulina. ¿Cuántos mg de insulina por kilogramo de peso se le están suministrando?**

23 **Para hacer un oso de icopor se utilizan dos bolas de 4 cm y 7 cm de radio cada una, ¿cuántos metros cuadrados de paño lince deben comprarse para forrar las dos esferas?**

24 **Una unidad astronómica ua equivale a la distancia entre la Tierra y el Sol, que es aproximadamente $1{,}46 \cdot 108$ km. ¿Cuántas ua tiene el radio de la galaxia Andrómeda que es de $1{,}056 \cdot 10^{21}$ m?**

25 **En la práctica de laboratorio de instrumentos de medición, el profesor solicita a cada integrante de los diferentes grupos, medir la longitud de una puntilla, utilizando el calibrador. Los resultados obtenidos por un grupo son los siguientes: 1,27 cm; 1,265 cm; 1,275 cm; 1,27 cm y 1,275 cm, determina:**

a. Longitud promedio de la puntilla.

b. El error absoluto de la medición.

c. El resultado de la medición de la puntilla y el error relativo.

26 **Al realizar la medición de la masa de los estudiantes de un grado, el error relativo fue del 0,5% y la desviación media de 0,24.**

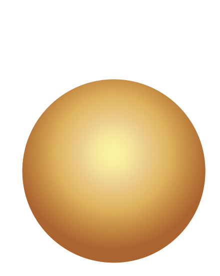
a. ¿Cuál es la masa promedio de los estudiantes?

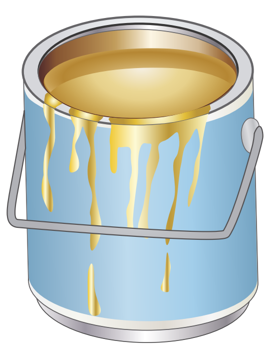
b. ¿Cuál es resultado de la medición?



Problemas de profundización

27 **Se va a pintar una pared de 4,5 m de largo por 3,4 m de alto; y se quiere que la capa de pintura sea de 3 mm de espesor. Si cada galón de pintura cuesta $85.000 ¿cuánto cuesta la pintura necesaria para terminar la pared?**





28 **Se compraron 210 baldosas de 1,15 pies de lado para embaldosar un patio. Si sobraron 3,25 baldosas, ¿cuál es el área del patio en m^2?**

29 **Si la densidad de la Tierra es de $5{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3 y su masa es $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg:**

a. ¿Cuál es su volumen?

b. ¿Cuál es el radio promedio de la Tierra en km?

30 **¿Qué masa tiene el aire contenido en un cuarto en forma de cubo de 4 m de lado, si la densidad del aire es de $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ g/cm^3?**

31 **Se desea realizar un recubrimiento en oro a una esfera de cobre de 10 cm de diámetro. Si el metro cuadrado de recubrimiento tiene un costo de $1.200.000, ¿cuánto cuesta recubrir la esfera?**

32 **En 1987 los científicos anunciaron la muerte de la supernova más brillante del siglo. Esta estrella tenía originalmente una masa 20 veces mayor que la del Sol.**

Si la masa del Sol es 330.000 veces la masa terrestre y la masa terrestre es de 6.000 millones de millones de millones de toneladas, ¿cuál era la masa de la supernova?



Actividades

Verifica conceptos

1 **¿Cómo se clasifican los factores que intervienen en la ocurrencia de un fenómeno físico?**

2 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- ☐ Las variables se clasifican en dependientes e independientes.
- ☐ Dos variables son directamente proporcionales cuando el cociente entre las dos es un valor constante.
- ☐ Cuando una magnitud crece mientras que la otra decrece se dice que las dos magnitudes son inversamente proporcionales.
- ☐ Cuando la gráfica que muestra el comportamiento de dos variables es una línea recta ascendente, su pendiente representa la constante de proporcionalidad entre las dos variables.

3 **Para un cuerpo que se mueve en línea recta, la posición que ocupa en el tiempo está dada por la ecuación $x = 2{,}5\ t$; para este cuerpo es correcto afirmar que:**

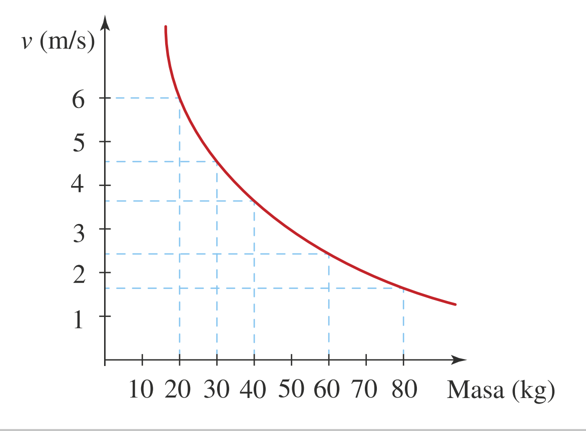
a. Cada segundo su velocidad es mayor.

b. Se mueve con velocidad constante de 2,5 m/s.

c. En cada segundo de tiempo que pasa, recorre menor distancia.

d. Si el tiempo se duplica el valor de *x* se cuadruplica.

4 **La siguiente gráfica muestra los cambios en la velocidad que experimentan diferentes masas al aplicárseles la misma fuerza.**



a. ¿Qué relación hay entre las variables? ¿Explica?

b. Si la relación es de proporcionalidad, ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?

c. ¿Cuál será la velocidad para una masa de 50 kg?

d. ¿Qué masa debe tener el cuerpo para que la variación en su velocidad sea 0,5 m/s?

Analiza y resuelve

5 **En la expresión $a = F/m$, si F es constante y se duplica el valor de m, entonces a:**

a. Se mantiene constante.

b. Se reduce a la mitad.

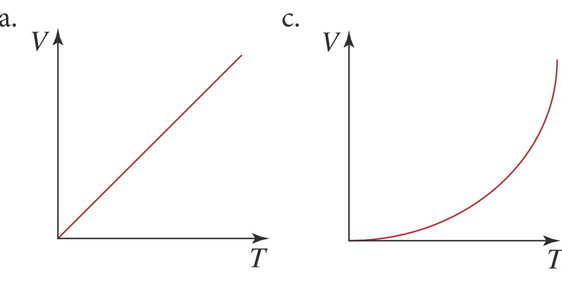
c. Se duplica.

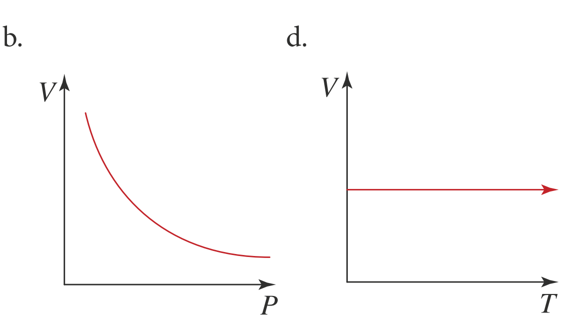
d. Se cuadruplica.

Explica tu respuesta.

6 **El área de la superficie de un paralelepípedo regular es la suma de las áreas de las seis caras. Si se duplica cada una de sus dimensiones, ¿en qué factor es mayor el área con respecto al área inicial?**

7 **Para cada una de las siguientes gráficas determina el tipo de relación existente entre las dos variables.**





 © Santillana



Problemas básicos

8 **Se miden los diámetros (cm) y perímetros (cm) de varias circunferencias y se obtienen los siguientes resultados:**

Diámetro	4	8	10	12	16
Perímetro	12,6	25,1	31,4	37,7	50,2

Construye la gráfica y responde:

a. ¿Cuál de las dos variables sería la independiente y cuál la dependiente?

b. ¿Qué relación hay entre el perímetro de la circunferencia y su diámetro?

c. ¿Cuál es la ecuación que relaciona las dos variables?

d. ¿En caso de proporcionalidad entre el diámetro y el perímetro cuál es la constante de proporcionalidad?

9 **Para los siguientes casos determina la variable dependiente y la variable independiente. Y explica cuáles son directamente proporcionales y cuáles inversamente proporcionales.**

a. La masa de varias esferas a medida que su volumen aumenta, siendo todas de un mismo material.

b. La presión que ejerce un fluido sobre un cuerpo a medida que desciende a través de él.

c. La medición de la presión que experimenta una lámina a medida que se disminuye el área en la que se aplica dicha presión.

10 **En una práctica de laboratorio se pide a los estudiantes trabajar con dos resortes, midiendo la longitud al sujetar, de cada uno, diferentes masas. Los resultados obtenidos son los siguientes:**

Resorte 1

Longitud	12	24	36	48	60
Masa (kg)	0	2	4	6	8

Resorte 2

Longitud	20	30	40	50	60
Masa (kg)	0	2	4	6	8

a. Construye la gráfica de longitud (x) en función de la masa (m) en un mismo plano cartesiano.

b. Halla la ecuación que relaciona la longitud con la masa para los dos resortes.

c. ¿Para cuál de los dos resortes aumenta más la longitud al colgar la masa?

11 **A un paciente de 55 kg se le está aplicando cada hora, de acuerdo con su peso, una determinada cantidad de diclofenaco en mg, la tabla muestra la cantidad de mg suministrados al cabo de cada intervalo de tiempo:**

Medicamento	137,5	275,0	412,5	550,0	687,5
Tiempo (h)	1 h	2 h	3 h	4 h	5 h

a. Construye la gráfica de la cantidad de medicamento en mg en función del tiempo en h.

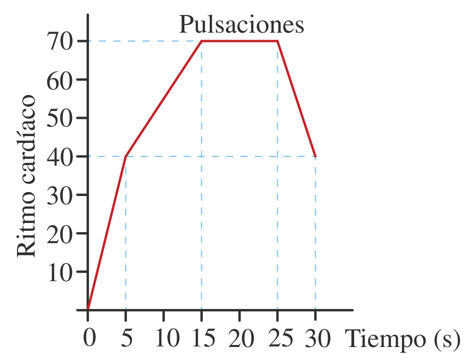
b. ¿Cuántos mg de diclofenaco se le aplican al paciente por kg de peso?

c. Si se le aplica el medicamento durante 24 horas, ¿cuánto medicamento le será inyectado?

d. ¿Cuántas horas deben transcurrir para que la cantidad del medicamento suministrado sea 86 g?

Problemas de profundización

12 **Cuando se sospecha de una insuficiencia cardiaca en una persona, los médicos realizan una prueba de esfuerzo; esta sirve para evaluar el funcionamiento del corazón cuando está sometido a un esfuerzo físico, como el ejercicio. Un paciente pedalea en una bicicleta estática y mide su ritmo cardiaco. Los resultados se muestran en la gráfica.**



Responde las siguientes preguntas y justifica tu respuesta.

a. ¿El paciente no realiza actividad cardíaca en los primeros 5 segundos?

b. Cuando comienza la actividad física, ¿el ritmo cardíaco del corazón es directa o inversamente proporcional al tiempo?

c. ¿Existe un momento de la prueba en el que el paciente estabiliza su ritmo cardíaco?

Cálculo de errores experimentales

Una técnica empleada en el trabajo experimental consiste en realizar varias veces una medición determinada. Una vez se han realizado las diferentes mediciones, es necesario determinar un único valor para la magnitud que se está cuantificando. Para tal fin, mediante el cálculo del promedio, la estadística nos permite saber cuál es el valor más probable. Como, por múltiples razones, puede suceder que al repetir una medición no se obtengan valores iguales, es importante establecer una medida que nos indique qué tanto se alejan del promedio los datos tomados.

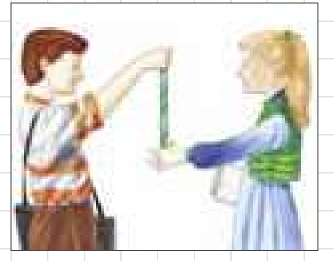
En esta práctica vamos a desarrollar un procedimiento para manipular, interpretar y analizar datos experimentales, centrándonos en el cálculo del error debido a imprecisiones experimentales.

Conocimientos previos

Promedio, porcentajes y análisis de datos.

Materiales

- Una regla de 50 cm de largo



Procedimiento

1. Pide a un compañero que sostenga la regla por el extremo superior, entre sus dedos índice y pulgar. Coloca tus dedos de la misma manera, justo a la altura del borde inferior de la regla pero sin tocarla.
2. Cuando tu compañero diga ¡ya! y deje caer la regla, debes juntar tus dedos para asegurarla entre ellos. Acuerda un criterio para medir la distancia x, expresada en centímetros, que baja la regla hasta que la detengas.
3. Realiza la experiencia ocho veces y registra la distancia x que baja la regla, en una tabla como la siguiente.

No. del ensayo	x	Error absoluto e.
1		
2		

4. Determina el promedio de la distancia, es decir, el valor más probable, mediante la expresión.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8}$$

5. Para cada uno de los datos, x_i, podemos determinar el error absoluto mediante la expresión

$$e_i = |x_i - \bar{x}|$$

Registra en la tabla el error absoluto para cada medición.

6. Para hallar el error absoluto promedio, e_a, determina el promedio de los errores mediante la expresión

$$e_a = \frac{e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7 + e_8}{8}$$

Expresa el resultado de las medidas de la siguiente forma:

$$\bar{x} \pm e_a$$

7. Calcula el error relativo, e_r, expresado en porcentaje, mediante la expresión

$$e_r = \frac{e_a}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Análisis de resultados

1. ¿Qué significa el promedio de los datos en este caso?
2. ¿Qué significado tendría que el error absoluto promedio de los datos fuera igual a cero?
3. ¿Qué significado tendría que el error absoluto tuviera un valor cercano al 100%?
4. ¿De qué depende que se obtengan errores diferentes de cero en este experimento?
5. Interpreta el significado del resultado absoluto de las medidas expresados como $\bar{x} \pm e_a$.

© Santillana

Análisis de un experimento

Cuando se realizan experimentos de diferente tipo, se estudian variables que se relacionan entre sí. Estas relaciones pueden dar como resultado expresiones que permiten describir de manera clara el fenómeno físico estudiado. Algunas herramientas útiles en la descripción de los fenómenos es la toma de datos y la organización de los mismos en tablas y gráficas.

Conocimientos previos

Magnitudes proporcionales, variables dependientes e independientes, relación y función.

Materiales

- 4 botellas plásticas de 600 mL cada una.
- 4 puntillas de diferentes diámetros.
- Una cubeta.
- Agua.
- Un cronómetro.
- Una regla.

Procedimiento

1. Realiza un único orificio de diferente diámetro en la base de cada botella.



2. Mide el diámetro (d) del orificio de cada botella.



3. Toma una de las botellas, tapa el agujero y llénala con agua hasta que su nivel alcance una altura $h = 20$ cm.



4. Destapa el agujero y mide el tiempo (t) empleado por el agua en salir de la botella.



5. Realiza los procedimientos 3 y 4 para niveles de agua, $h = 15$ cm, $h = 10$ cm y $h = 5$ cm.
6. Realiza los procedimientos 3, 4 y 5 con las otras tres botellas.
7. Registra los diámetros y tiempos obtenidos para cada recipiente en la siguiente tabla:

Tabla de registro

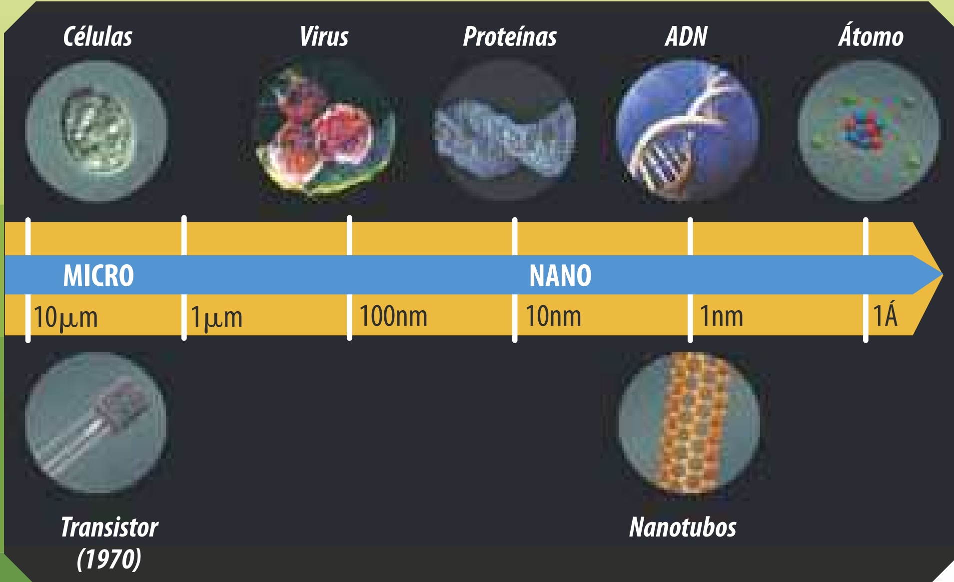
	d	***h***			
		20	**15**	**10**	**5**
Botella 1					
Botella 2					
Botella 3					
Botella 4					

Análisis de resultados

1. Identifica la variable dependiente y la variable independiente del experimento.
2. Explica la relación que existe entre las variables identificadas.
3. Realiza las gráficas correspondientes al comportamiento de cada botella en papel milimetrado.
4. Si en algún caso existe relación de proporcionalidad, encuentra el valor de la constante.

Nanotecnología

La **nanotecnología**, una verdadera revolución tecnológica, es el estudio, diseño, creación, aparatos y sistemas funcionales a la escala de átomos y moléculas. Al ser manipulados a escalas muy pequeñas los resultados son sorprendentes.





Richard Feynman, Nobel de Física, es considerado el padre de la nanotecnología. En 1959 propuso fabricar productos con base en un reordenamiento de átomos y moléculas. En este mismo año, escribió un artículo sobre los **computadores cuánticos** los cuales podían trabajar con átomos individuales consumiendo poca energía y logrando velocidades impresionantes.

En una conferencia en **Caltech**, Instituto de Tecnología de California, comenta:

"Muchas cosas nuevas podrán suceder porque las partículas se comportan en forma distinta a lo que ocurre a mayor escala". "Si nos reducimos y comenzamos a juguetear con átomos allá abajo estaremos sometidos a unas leyes diferentes y podremos hacer cosas diferentes".

 © Santillana

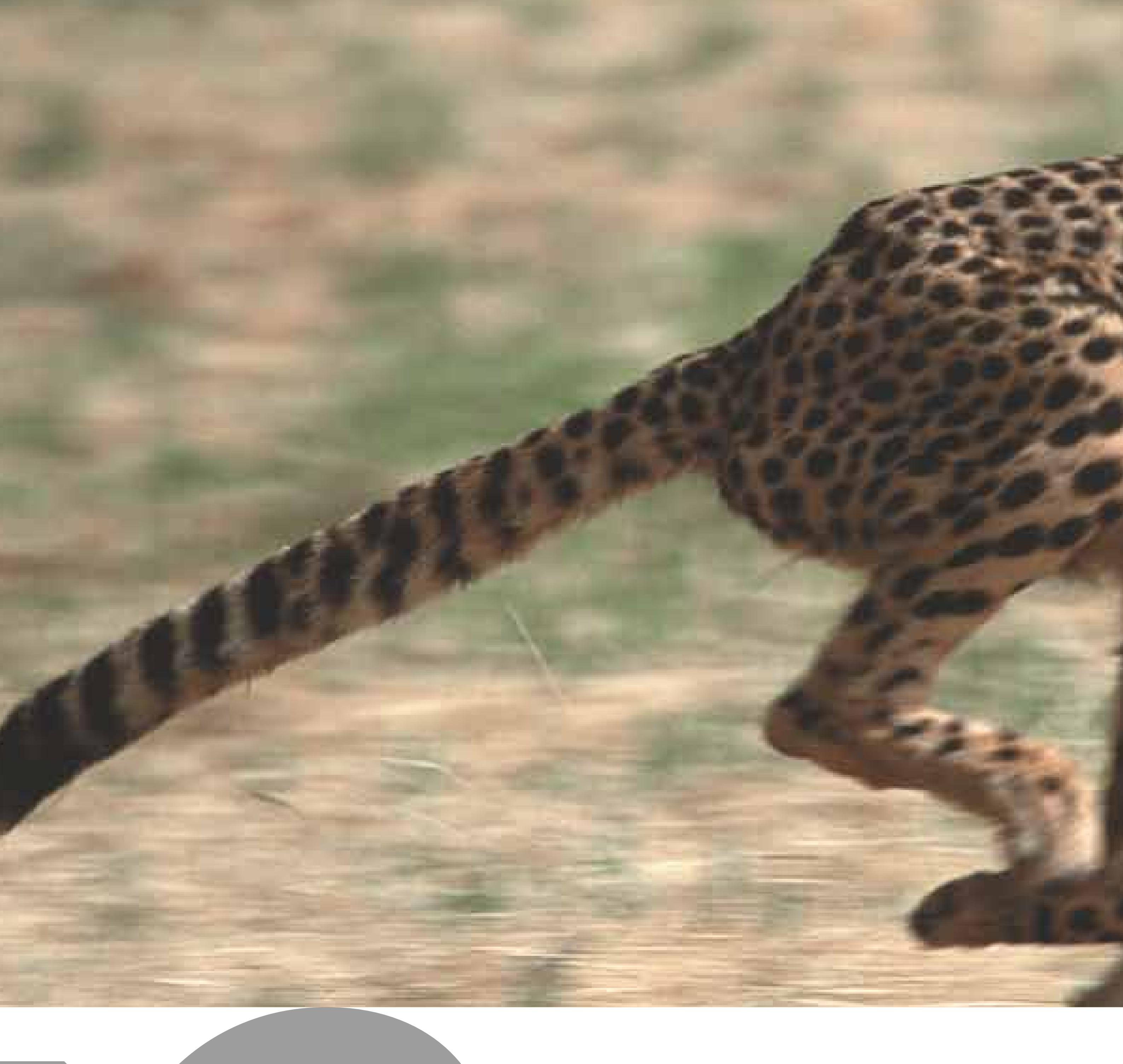


En la **industria electrónica** la nanotecnología es utilizada para crear los componentes básicos de un chip a escalas muy pequeñas.

Nanotubo de carbono

Estructura tubular de **carbono** extremadamente pequeña. Presenta propiedades interesantes como **conductor eléctrico** y es una **fibra resistente**. En la actualidad es usado para almacenar hidrógeno, en la construcción de paneles solares más eficientes, en la fabricación de transistores y en la creación de células nerviosas funcionando como protector de las mismas.

Los **dendrímeros** son moléculas artificiales que se pueden diseñar a escalas nanométricas y son utilizadas en **medicina** para incluir medicamentos contra el cáncer y otras enfermedades, a las células directamente afectadas.



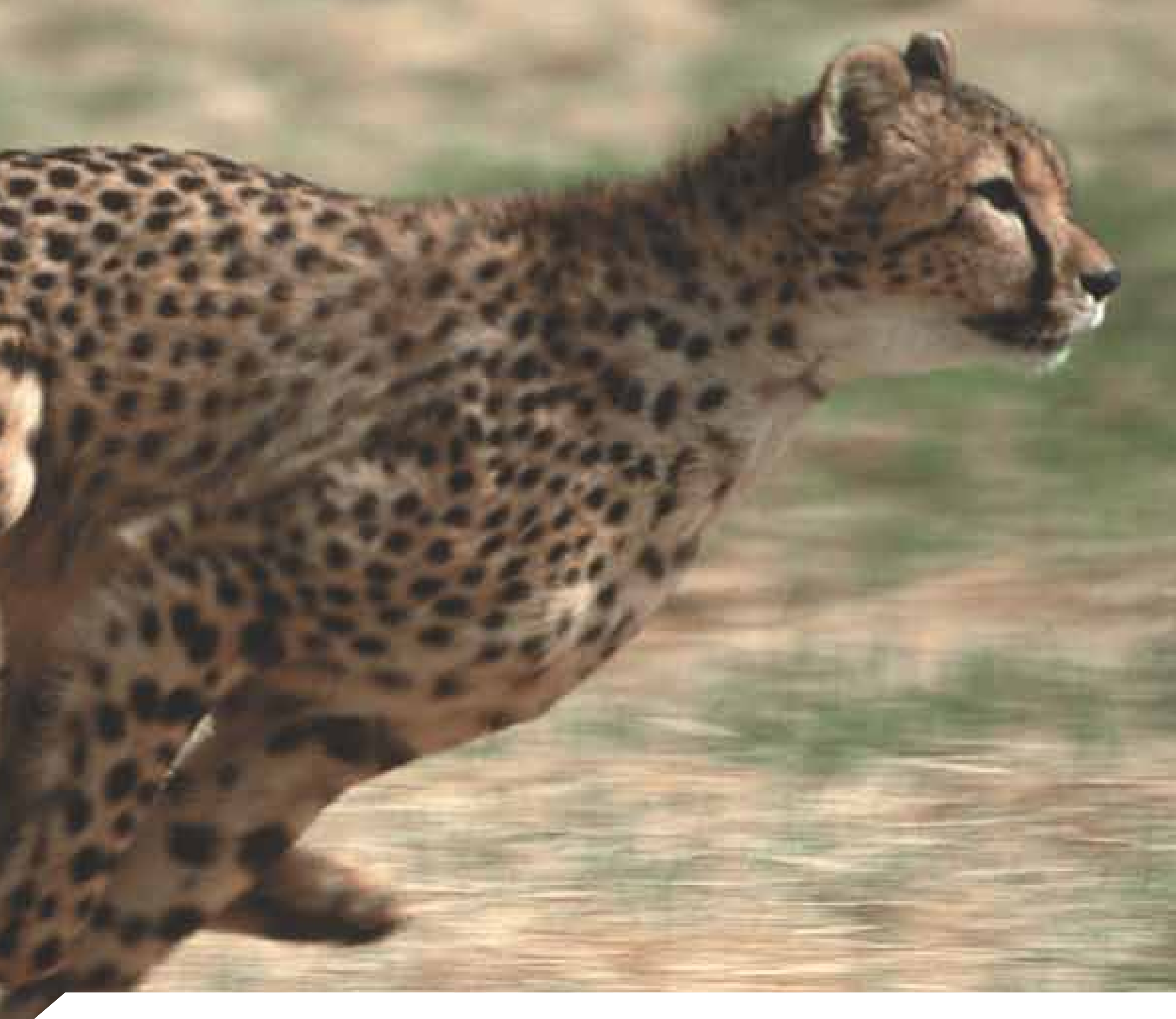
UNIDAD 2

El movimiento en una dirección

Temas de la unidad

1. El movimiento rectilíneo
2. Caída libre

 © Santillana



Para pensar…

El movimiento de los cuerpos es un fenómeno del que sabemos muchas cosas, ya que desde nuestra infancia, observamos que los cuerpos se mueven a nuestro alrededor, al mismo tiempo que nosotros también nos movemos.

A partir de las investigaciones realizadas por Galileo y Newton en el siglo XVII se ha visto la importancia del estudio del movimiento. A partir de allí se generó una nueva concepción del universo, por la cual el movimiento de los cuerpos terrestres y celestes se rige por las mismas leyes. Esta es una de las razones por las cuales es posible que a veces tengamos dudas acerca de qué cuerpos son los que realmente se mueven y qué cuerpos permanecen en reposo.

Al hablar de movimiento es muy común escuchar expresiones como: excedió el límite de velocidad, podría ir más rápido o desde dónde viene. Estas y otras expresiones hacen referencia a conceptos propios de la física que, aunque son de uso cotidiano, tienen inmersos aspectos matemáticos importantes de analizar.

En esta unidad estudiaremos el movimiento de los cuerpos en línea recta, consideraremos el caso particular de los cuerpos cuando caen o cuando son lanzados hacia arriba, y aplicaremos ecuaciones para describirlos.

Para responder…

- ¿Con respecto a qué objetos se mueve la Tierra?
- ¿Qué experimento realizarías para probar si un objeto pesado llega primero al suelo si se suelta al tiempo desde la misma altura con un objeto más liviano?
- ¿Cómo crees que se determina la rapidez con la cual se desplaza un animal en un recorrido en línea recta?



Figura 1. Los sistemas físicos describen diversos movimientos.

1. El movimiento rectilíneo

1.1 El movimiento

Desde la Antigüedad, el ser humano ha estudiado los fenómenos relacionados con el movimiento. La *cinemática* es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin ocuparse de las causas que lo provocan; se encarga de abordar el estudio de las magnitudes involucradas en el movimiento como la velocidad y la distancia recorrida.

A continuación, introduciremos dos conceptos necesarios para el estudio del movimiento: sistemas de referencia y cuerpos puntuales.

Los sistemas de referencia

El movimiento de los planetas puede ser descrito desde la Tierra como lo hizo Aristóteles (384-322 a.C.), quien la concebía como el centro del universo y la tomó como *sistema de referencia* para describir el movimiento de los planetas, del Sol, de la Luna y de las estrellas. También puede tomarse como sistema de referencia el Sol, cuyo estudio ha permitido profundizar en el conocimiento que tenemos acerca del comportamiento de los astros.

Otra forma de pensar en un sistema de referencia se presenta cuando estando en un automóvil en reposo, se percibe que éste retrocede por efecto del movimiento hacia delante de un automóvil que se encuentra al lado.

De manera general, para describir el movimiento de un cuerpo es conveniente establecer ciertos sistemas de referencia que faciliten su análisis. Es decir, el cambio de posición que experimentan unos cuerpos se describe con respecto a los sistemas de referencia.

Definición

Un sistema de referencia es un sistema coordenado en tres dimensiones, de tal manera que la posición de un punto cualquiera P en cierto instante de tiempo está determinada por sus tres coordenadas cartesianas (x, y, z).

Para medir el tiempo es necesario un reloj, por ende este instrumento también forma parte de un sistema de referencia.

Al realizar el análisis del movimiento de un cuerpo consideramos que los sistemas de referencia se encuentran en reposo. Como por ejemplo, una de las señales de tránsito que indica un determinado kilometraje. Sin embargo, si el sistema de referencia fuera el Sol, tendríamos que tener en cuenta que esta señal acompaña a la Tierra en sus movimientos de rotación y de traslación.

Cuerpos puntuales

Para el estudio del movimiento, muchas veces es suficiente con considerar los cuerpos como si fueran puntos geométricos, sin prestar atención a cómo se mueven las partes que los componen. Por ejemplo, una pelota pateada "con efecto" gira sobre su eje a medida que avanza; sin embargo, la podemos considerar como un punto.

 © Santillana



Definición

Un cuerpo puntual o partícula material es un objeto que consideramos sin tamaño, el cual puede tener movimiento.

Para considerar un cuerpo como puntual no se necesita que sea pequeño. Más aún, un mismo cuerpo puede ser considerado como puntual o no, si su tamaño es relevante para explicar el fenómeno que se está estudiando. Así, por ejemplo, el tamaño de la Tierra es fundamental para describir su movimiento de rotación, mientras que, a pesar de su tamaño, podemos considerar la Tierra como un punto si queremos estudiar la órbita que describe alrededor del Sol, el cual a su vez, también puede ser considerado como un cuerpo puntual.

Para entender de manera simple los conceptos fundamentales de la cinemática, primero limitaremos nuestro estudio al movimiento de cuerpos puntuales.

1.1.1 La trayectoria y la distancia recorrida

Cuando un objeto se mueve, ocupa diferentes posiciones sucesivas mientras transcurre el tiempo, es decir, que durante su movimiento describe una línea.

Definición

La trayectoria es la línea que un móvil describe durante su movimiento.

Considerando la trayectoria descrita por el objeto, el movimiento puede ser:

- *Rectilíneo*, cuando su trayectoria describe una línea recta.
- *Curvilíneo*, cuando su trayectoria describe una línea curva.

El movimiento curvilíneo puede ser:

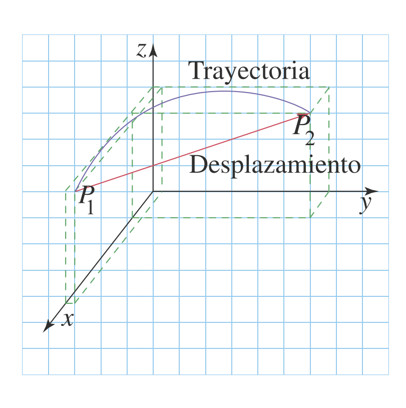
- *Circular*, si la trayectoria es una circunferencia, como ocurre con el extremo de las manecillas del reloj.
- *Elíptico*, si la trayectoria es una elipse, como ocurre con el movimiento planetario.
- *Parabólico*, si la trayectoria es una parábola, como ocurre con el movimiento de los proyectiles.

Definición

La distancia recorrida por el objeto es la medida de la trayectoria.

1.1.2 El desplazamiento

En la figura se representa la trayectoria de un objeto que pasa de la posición P_1 a la posición P_2, describiendo un movimiento curvilíneo. Al unir las posiciones P_1 y P_2 mediante un segmento dirigido, representado por una flecha, este indicará el cambio neto o variación, de la posición del objeto, es decir, su desplazamiento.



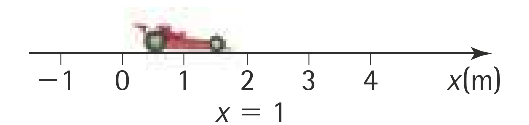


Figura 2. Posición del móvil en la recta.

Definición

El desplazamiento de un móvil es un segmento dirigido que une dos posiciones diferentes de su trayectoria.

Para describir el desplazamiento de un objeto se requiere especificar su medida e indicar su dirección. Por esta razón, se representa por medio de un segmento de recta dirigido denominado vector.

Por ejemplo, para el caso del movimiento representado en la figura de la página anterior.

- La distancia recorrida es la medida de la línea curva descrita por el objeto en su movimiento.
- El desplazamiento es el segmento dirigido que va desde la posición inicial P_1 hasta la posición final P_2.

La distancia recorrida y la medida del desplazamiento coinciden únicamente cuando el movimiento se produce en línea recta y en un solo sentido, por ejemplo, hacia la derecha.

En esta unidad nos referiremos únicamente a movimientos rectilíneos; estos movimientos se representan sobre el eje x, de tal manera que la posición de un objeto queda especificada por un valor de x (figura 2).

1.1.3 La rapidez y la velocidad

Los términos rapidez y velocidad se usan indistintamente en la vida diaria pero en física es necesario hacer distinción entre ellos. El término velocidad se usa para representar tanto la medida (valor numérico y unidad) como la dirección en la que se mueve el objeto. Por otro lado, la rapidez hace referencia sólo a la medida de la velocidad con que se mueve el objeto.

Rapidez

Definición

La rapidez es la distancia recorrida en la unidad de tiempo.

Supongamos que, con dos amigos, presencias una carrera automovilística y que cada uno se ubica al borde de la vía de tal manera que el primero se encuentra a 40 metros de la salida ($x = 40$ m) y los demás se ubican separados entre sí 40 metros, como se observa en la figura 3. Imagina también que cada uno cronometra el tiempo que emplea un vehículo en recorrer la distancia que existe entre el punto de salida y su posición. En la tabla se registran los valores indicados.

Tabla 2.1

	Trayecto 1	Trayecto 2	Trayecto 3
x (m)	40	80	120
t (s)	5,0	9,9	13,9

Es posible calcular las variaciones de las posiciones y de los tiempos y registrarlas en la tabla 2.2, como se observa en la siguiente página.

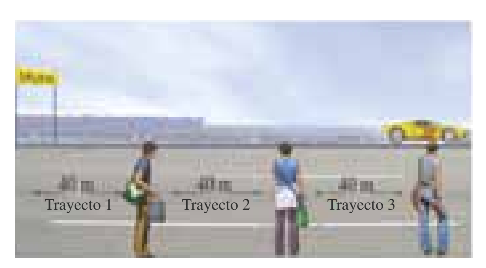


Figura 3. Carrera automovilística.

© Santillana

Tabla 2.2

	Trayecto 1	Trayecto 2	Trayecto 3
x_1(m)	0	40	80
x_x(m)	40	80	120
t_1(s)	0	5,0	9,9
t_2(s)	5,0	9,9	13,9
$\Delta x = x_2 - x_1$	$40 - 0 = 40$	$80 - 40 = 40$	$120 - 80 = 40$
$\Delta t = t_2 - t_1$	$5{,}0 - 0 = 5{,}0$	$9{,}9 - 5{,}0 = 4{,}9$	$13{,}9 - 9{,}9 = 4{,}0$

Al calcular el cociente entre la distancia recorrida por el móvil y el tiempo transcurrido, se obtiene un valor denominado rapidez media (v), es decir:

$$\textit{Rapidez media} = v = \frac{\textit{Distancia recorrida}}{\textit{Tiempo empleado}}$$

Definición

La rapidez media es el cociente entre la distancia recorrida por el móvil y el tiempo empleado en recorrerla.

Para el ejemplo anterior, la rapidez media se registra en la tabla 2.3.

Tabla 2.3

	Trayecto 1	Trayecto 2	Trayecto 3
$\Delta x = x_2 - x_1$	$40 - 0 = 40$	$80 - 40 = 40$	$120 - 80 = 40$
$\Delta t = t_2 - t_1$	$5{,}0 - 0 = 5{,}0$	$9{,}9 - 5{,}0 = 4{,}9$	$13{,}9 - 9{,}9 = 4{,}0$
Rapidez media(m/s)	8	8,2	10

Con la rapidez media nos referimos a la relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en un intervalo de tiempo determinado. Sin embargo, para el movimiento de un objeto, podemos describir la rapidez con la que se mueve en un instante determinado. Por ejemplo, en la carrera de autos se ha calculado la rapidez media en tres intervalos de tiempo distintos, pero es muy probable que la rapidez de los autos haya variado instante a instante. A la rapidez que el objeto presenta en cada instante de tiempo se le llama rapidez instantánea.

Velocidad

Cuando ves un cuerpo primero en un lugar y después en otro, sabes que se movió; pero si no lo seguiste en ese cambio de posición es difícil que puedas saber qué tan rápido lo hizo. Para describir un movimiento, no basta medir el desplazamiento del cuerpo ni trazar su trayectoria; debemos describir su velocidad.

La velocidad nos dice qué tan rápido se movió el cuerpo y hacia dónde lo hizo.

Definición

La velocidad es la razón de cambio de la posición con respecto al tiempo.



- Si un móvil está en una posición x_1 y pasa a una posición x_2, la variación de posición se representa como:

  $$\Delta x = x_2 - x_1.$$

  De igual manera, la expresión Δt indica la variación del tiempo, $\Delta t = t_2 - t_1$.
- La razón de cambio involucra dos cantidades e indica qué tan rápido varía una de ellas con respecto a la otra.

Al calcular el cociente entre el desplazamiento total y el tiempo que tarda en recorrerlo, se obtiene la velocidad media ($\overline{v}$), es decir:

$$\text{Velocidad media} = \overline{v} = \frac{\text{Desplazamiento}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

Definición

La velocidad media es el cociente entre el desplazamiento y el tiempo transcurrido.

Como lo hemos dicho, el desplazamiento se representa por la expresión $\Delta x = x_2 - x_1$. Si el desplazamiento ocurre durante el intervalo de tiempo transcurrido entre t_1 y t_2 ($\Delta t = t_2 - t_1$), podemos expresar la velocidad media como:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La rapidez y la medida de la velocidad en el SI se expresan en metros por segundo (m/s), pero frecuentemente se usa el kilómetro por hora (km/h).

Los automóviles disponen de un velocímetro cuya función es registrar la medida de la velocidad en cada instante, es decir, la *rapidez instantánea*. La velocidad instantánea se especifica mediante la medida de su velocidad y su dirección en cada instante. *La rapidez instantánea coincide con la medida de la velocidad instantánea.*

EJEMPLO

Un vehículo viaja, en una sola dirección, con una rapidez media de 40 km/h durante los primeros 15 minutos de su recorrido y de 30 km/h durante los siguientes 20 minutos. Calcular:

a. La distancia total recorrida.

b. La rapidez media.

Solución:

a. La distancia total recorrida es la suma de las distancias recorridas. Como:

$$v = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}} = \frac{d}{t}$$

Para el primer recorrido, $d_1 = v \cdot t$

$$d_1 = 40\text{ km/h} \cdot 0{,}25\text{ h} = 10\text{ km}$$

Para el segundo recorrido, $d_2 = v \cdot t$

$$d_2 = 30\text{ km/h} \cdot 0{,}33\text{ h} = 10\text{ km}$$

$$\text{Distancia total recorrida} = d_1 + d_2$$

$$\text{Distancia total recorrida} = 10\text{ km} + 10\text{ km} = 20\text{ km}$$

La distancia total recorrida por el vehículo es 20 km.

b. Para calcular la rapidez media tenemos:

$$v = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}}$$

$$v = \frac{20\text{ km}}{0{,}58\text{ h}} = 34{,}5\text{ km/h}$$

La rapidez media del vehículo durante el recorrido es 34,5 km/h.

 © Santillana

1.1.4 La aceleración

Los objetos en movimiento pueden aumentar su velocidad o disminuirla. En realidad en la mayoría de movimientos la velocidad no permanece constante. Por ejemplo, cuando estás dentro de un ascensor y este empieza a subir o cuando frena repentinamente experimentas algo en el estómago. Esa sensación solo se presenta cuando la velocidad aumenta o disminuye y no se siente en el resto del trayecto del ascensor, es decir, cuando su velocidad no varía.

Los cambios de velocidad se describen mediante la magnitud denominada aceleración.

Definición

La aceleración (a) es la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo.

Al calcular el cociente entre el cambio de velocidad y el intervalo de tiempo en el que se produce, se obtiene la aceleración media ($\bar{a}$), es decir:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Puesto que en el SI la velocidad se mide en m/s y el tiempo se mide en segundos, la aceleración se expresa en $\frac{m/s}{s}$, lo que es equivalente a la unidad m/s^2. Es decir, que la unidad de aceleración en el SI *es el metro sobre segundo al cuadrado* (m/s^2).

Puesto que la aceleración de un objeto puede variar, nos referimos a la aceleración de un cuerpo en un instante determinado como *aceleración instantánea*.

En la figura se muestran los valores de la velocidad de un automóvil para diferentes instantes de tiempo. En el velocímetro los registros de la rapidez en cada uno de los tiempos indicados muestran que la velocidad aumenta progresivamente. La tabla muestra cálculos del cambio de la velocidad en los intervalos de tiempo indicados y el valor de la aceleración en los mismos intervalos.

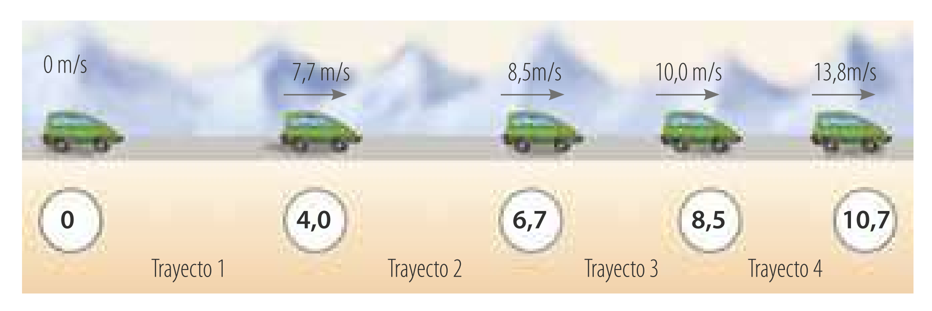


Tabla 2.4

	Trayecto 1	Trayecto 2	Trayecto 3	Trayecto 4
v_1(m/s)	0	7,7	8,5	10,0
v_2(m/s)	7,7	8,5	10,0	13,8
t_1(s)	0	4,0	6,7	8,5
t_2(s)	4,0	6,7	8,5	10,7
$\Delta v = v_2 - v_1$	7,7 − 0 = 7,7	8,5 − 7,7 = 0,8	10,0 − 8,5 = 1,5	13,8 − 10,0 = 3,8
$\Delta t = t_2 - t_1$	4,0 − 0 = 4,0	6,7 − 4,0 = 2,7	8,8 − 6,7 = 1,8	10,7 − 8,5 = 2,2
Aceleración media (m/s^2)	1,9	0,3	0,8	1,7

EJEMPLO

1. **Una motocicleta parte de la línea de salida y aumenta repentinamente su velocidad a 72 km/h en 20 s. Determinar su aceleración media.**

   Solución:

   Se debe expresar la velocidad en unidades del SI

   $$72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3.600\ \text{s}} = 20\ \text{m/s}$$

   Ahora se calcula la aceleración media:

   $$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{20\ \text{s}} = 1\ \text{m/s}^2$$

   La aceleración media de la motocicleta es 1 m/s^2.

2. **Determinar la aceleración media de un automóvil que, inicialmente, se mueve a 36 km/h y que se detiene en 5 s.**

   Solución:

   Se expresa la medida de la velocidad en m/s.

   $$36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3.600\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$$ *Al utilizar factores de conversión*

   Ahora, se calcula la aceleración media:

   $$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = -1\ \text{m/s}^2$$ *Al remplazar y calcular*

   La aceleración media es $-1\ \text{m/s}^2$. La aceleración y la velocidad tienen signos diferentes, lo cual se interpreta como una disminución de la rapidez.

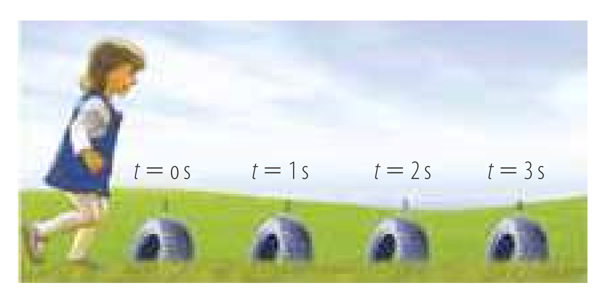


Figura 4. Desplazamiento de la niña, teniendo en cuenta varios puntos de referencia.

t(s)	0	1	2	3
x(m)	0	0,20	0,40	0,60
Δx(m)	0,20	0,20	0,20	0,20
Δt(s)	1	1	1	1
v(m/s)	0,20	0,20	0,20	0,20

1.2 El movimiento rectilíneo uniforme

Consideremos la situación que se representa en la figura 4, en la cual una niña se desplaza en línea recta con respecto a varios puntos de referencia que están marcados por cuatro objetos a lo largo del recorrido.

Al cronometrar el tiempo que la niña tarda en pasar por los puntos señalados, se obtienen los valores que se muestran en la tabla.

Estos valores sugieren que la velocidad de la niña ha permanecido constante durante todo el recorrido, siendo esta de 0,20 m/s.

Todo movimiento que presenta esta condición se denomina uniforme.

Definición

Un cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniforme cuando su trayectoria es recta y su velocidad instantánea es constante.

1.2.1 Ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme

Si en un movimiento, la velocidad instantánea v siempre es la misma, su medida debe coincidir con la medida de la velocidad media $\bar{v}$. Si la velocidad media se expresa como:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

para el movimiento uniforme la velocidad instantánea en cualquier instante de tiempo es:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Entre $t = 0$ s y un tiempo posterior t, el intervalo de tiempo es

$$\Delta t = t - 0 \text{ s.}$$

Así, el desplazamiento en dicho intervalo igual a:

$$\Delta x = v \cdot t$$

Por lo tanto, la posición de un cuerpo en un instante cualquiera se expresa como:

$$x = v \cdot t + x_0$$

Donde x_0 es la posición inicial del objeto. A esta ecuación se le denomina *ecuación de la posición del movimiento rectilíneo uniforme.*

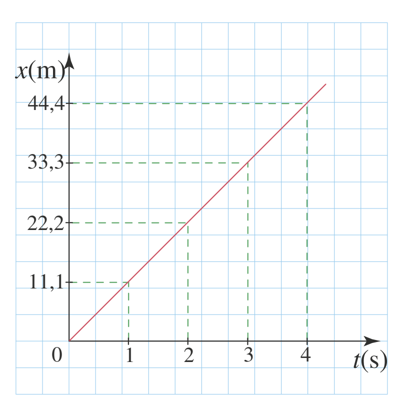


Figura 5. Gráfica de posición–tiempo que pasa por el origen, de un movimiento rectilíneo uniforme.

1.2.2 Análisis gráfico del movimiento rectilíneo uniforme

A partir del análisis gráfico es posible interpretar el movimiento rectilíneo de los objetos. A continuación presentamos el análisis de las gráficas posición-tiempo (x-t) y velocidad-tiempo (v-t).

Gráficas posición-tiempo (x-t)

La gráfica posición-tiempo (x-t) de la figura 5 corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme, puesto que:

En $t = 0$ s, el cuerpo se encuentra en $x = 0$ m,

En $t = 1$ s, el cuerpo se encuentra en $x = 11{,}1$ m,

En $t = 2$ s, el cuerpo se encuentra en $x = 22{,}2$ m, así sucesivamente.

Se observa que en cada segundo el objeto se desplaza 11,1 m, lo cual indica que su velocidad es igual a 11,1 m/s.

Para comprobar que la constante de proporcionalidad de la grafica x-t coincide con la velocidad del móvil, calculamos la pendiente de la recta eligiendo dos puntos arbitrarios, por ejemplo,

P_1 (1,0 s; 11,1 m) y P_2 (3,0 s; 33,3 m), por lo tanto tenemos que:

$$Pendiente = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$Pendiente = \frac{33{,}3 \text{ m} - 11{,}1 \text{ m}}{3{,}0 \text{ s} - 1{,}0 \text{ s}} = 11{,}1 \text{ m/s}$$

Supongamos que en $t = 0$ el objeto se encuentra en $x_0 = 11{,}1$ m moviéndose con velocidad constante e igual a 11,1 m/s, la gráfica x-t, en este caso, es un segmento de recta, que no pasa por el origen del plano cartesiano (figura 6).

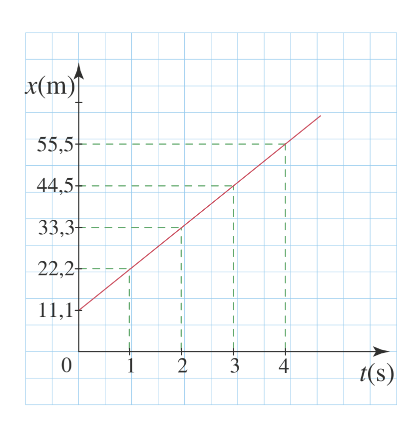


Figura 6. Gráfica de posición–tiempo que no pasa por el origen, de un movimiento rectilíneo uniforme.

EJERCICIO

¿Es cierto que en un movimiento rectilíneo uniforme la posición es directamente proporcional al tiempo?

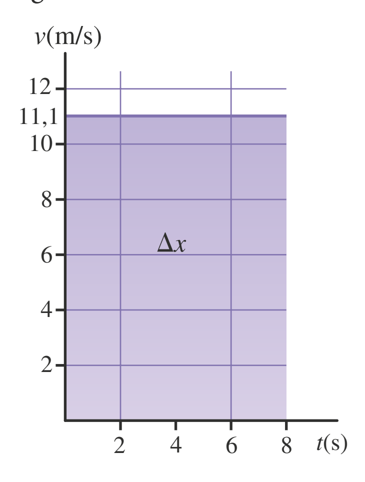
¿Es el desplazamiento directamente proporcional al tiempo transcurrido?

Al calcular la pendiente de la recta de la figura 6, se obtiene de nuevo el valor 11,1 m/s, pues el movimiento ocurre con velocidad constante. La ecuación de posición para este caso es:

$$x = 11{,}1 \text{ m/s} \cdot t + 11{,}1 \text{ m}$$

Gráficas velocidad-tiempo (v-t)

Cuando un objeto describe un movimiento uniforme, su velocidad es constante, por lo cual la gráfica v-t es un segmento de recta horizontal como se muestra en la siguiente grafica:



A partir de la gráfica y de la ecuación $\Delta x = v \cdot t$ podemos determinar el desplazamiento (Δx) del objeto que se mueve durante 4 s con velocidad de 11,1 m/s. Así,

$$\Delta x = v \cdot \text{t} = 11{,}1 \text{ m/s} \cdot 4{,}0 \text{ s} = 44{,}4 \text{ m}$$

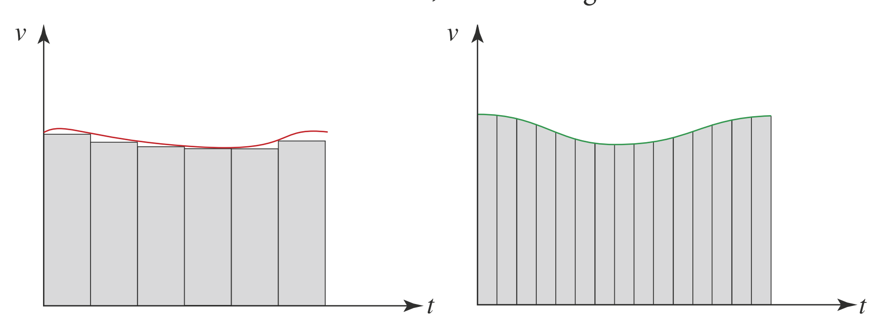
Un aspecto interesante es que el área del rectángulo determinado por el eje horizontal entre 0 s y 4,0 s, y el segmento que representa la velocidad de 11,1 m/s es 44,4 m. Dicha área es igual al desplazamiento.

Definición

En una gráfica v-t, el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal representa el desplazamiento del móvil.

La aceleración en un movimiento rectilíneo uniforme es igual a cero, puesto que la velocidad no experimenta variación.

Si suponemos que el movimiento se realiza por tramos con velocidad constante entonces, en la gráfica v-t, se pueden trazar rectángulos de base muy pequeña; la suma de las áreas de estos rectángulos se aproxima al desplazamiento del móvil. A continuación, mostramos gráficamente este hecho:



Cuanto más pequeña sea la base de los rectángulos, mayor será la aproximación de la suma de sus áreas al valor del desplazamiento del móvil.

© Santillana

1.3 El movimiento rectilíneo uniformemente variado

Cuando los carros toman la partida en una competencia de piques experimentan aceleración. En la figura 7 se muestra el registro del velocímetro de un carro en diferentes instantes de tiempo. Se puede observar que la rapidez experimenta cambios iguales en iguales intervalos de tiempo, por lo tanto, al calcular la aceleración del automóvil en cada uno de los tres intervalos de tiempo, se obtiene el mismo valor. Este hecho sugiere que la aceleración es constante.



Figura 7. Registro del velocímetro de un automóvil en diferentes instantes de tiempo.

Definición

Un cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniformemente variado cuando su trayectoria es una recta y, a la vez, su aceleración es constante y no nula.

Cuando un cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniformemente variado, puede suceder que:

- Su rapidez aumente, si la aceleración y la velocidad tienen el mismo signo.
- Su rapidez disminuya, si la aceleración y la velocidad tienen signos contrarios.

1.3.1 La velocidad en un movimiento uniformemente variado

Como el movimiento que describe el carro se produce con aceleración instantánea y constante *(a)*, el cociente entre cualquier cambio de velocidad y el tiempo empleado en producirse será siempre el mismo e igual a a. Esto quiere decir que, si la velocidad del móvil cuando el cronómetro indica $t = 0$ s es v_0 y al cabo de determinado tiempo t, la velocidad es v, se tiene que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

Por lo tanto,

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

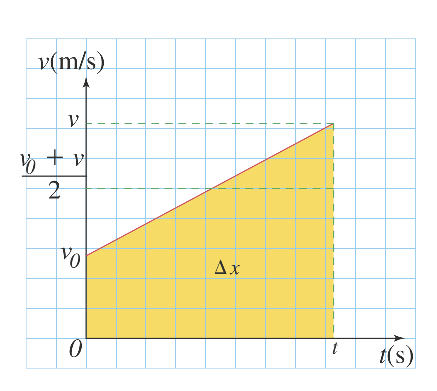
A partir de esta ecuación se puede deducir la dependencia de la velocidad con respecto al tiempo cuando la aceleración es constante y el móvil se mueve inicialmente con velocidad v_0, es decir:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

1.3.2 El desplazamiento en un movimiento uniformemente variado

Si el automóvil se mueve con determinada velocidad v_0 en $t = 0$ s, y acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad v en un tiempo t, en cada unidad de tiempo, la velocidad aumenta en la misma cantidad.

Como el desplazamiento Δx se representa por el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal, entonces se tiene que este desplazamiento es el mismo que si el móvil se hubiera movido durante el mismo intervalo de tiempo con velocidad igual al promedio entre v_0 y v.



EJERCICIO

Establece diferencias entre velocidad media y velocidad promedio.

El desplazamiento en un movimiento rectilíneo uniformemente variado, en el cual la velocidad inicial es v_0 y la velocidad final es v, describe un movimiento uniforme con velocidad igual al promedio de dichas velocidades.

$$Velocidad\ promedio = \frac{v_0 + v}{2}$$

Puesto que en un movimiento uniforme el desplazamiento es $\Delta x = vt$, podemos escribir:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t, \text{ donde } v = v_0 + a \cdot t$$

Por lo tanto,

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_0 + a \cdot t}{2}\, t$$

Luego,

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Como $\Delta x = x - x_0$ se tiene,

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Es decir,

$$x = x_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Esta ecuación muestra la dependencia del desplazamiento con respecto al tiempo cuando la aceleración es constante y el móvil se mueve inicialmente con velocidad v_0. Esta expresión se conoce como ecuación para la posición en un movimiento uniformemente variado.

A partir de la ecuación $v = v_0 + at$ y el desplazamiento $\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$, se puede obtener una expresión para la velocidad en un movimiento acelerado en función del desplazamiento.

A partir de:

$$v = v_0 + a \cdot t,$$

Despejamos el valor de t:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

y remplazamos en la expresión para el desplazamiento:

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \frac{(v_0 + v)(v - v_0)}{2a}$$

Ahora, resolvemos el producto que aparece en el numerador:

$$(v_0 + v)(v - v_0) = v^2 - v_0^2$$

Por tanto:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Despejamos la velocidad v: $v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x$

© Santillana

1.3.3 Análisis gráfico del movimiento uniformemente variado

En este apartado vamos a analizar las gráficas posición-tiempo (x-t), velocidad-tiempo (v-t) y aceleración-tiempo (a-t) para el movimiento uniformemente variado.

Gráfica de velocidad-tiempo (v-t)

En la figura 8 se aprecia la gráfica v-t del movimiento de un cuerpo que experimenta aceleración constante. Es decir, que en cada unidad de tiempo su velocidad cambia en la misma cantidad. La pendiente de la recta se expresa como:

$$Pendiente = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t}$$

lo cual coincide con la aceleración.

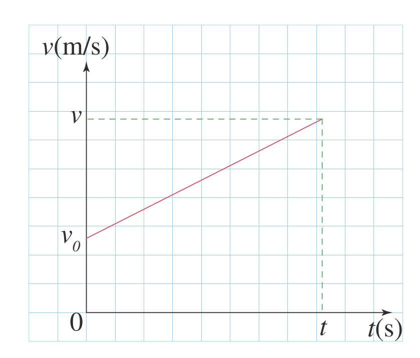


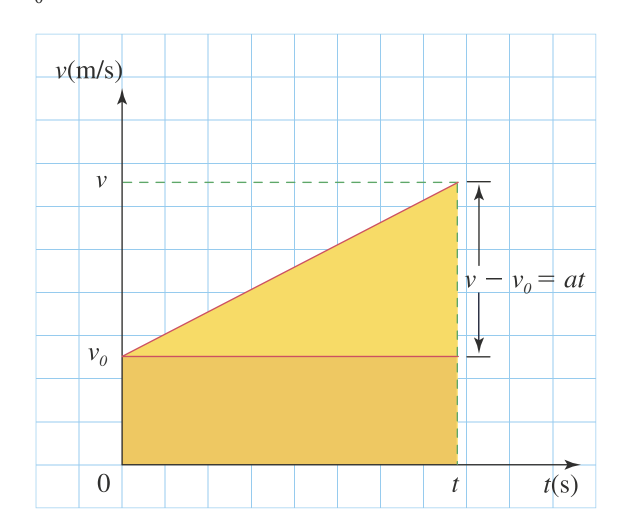
Figura 8. Gráfica de velocidad – tiempo, de un cuerpo que se mueve con aceleración constante.

Definición

En una gráfica de velocidad-tiempo para un movimiento rectilíneo uniformemente variado la pendiente de la recta coincide con el valor de la aceleración.

La ecuación para el desplazamiento Δx también se puede deducir a partir del cálculo del área comprendida entre la gráfica velocidad-tiempo y el eje horizontal.

En la siguiente gráfica se observa que el área sombreada es igual al área del triángulo de base t y altura $v - v_0$ más el área del rectángulo de base t y altura v_0.



$$\Delta x = \text{Área rectángulo} + \text{Área triángulo}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}(v - v_0)\,t,$$

Puesto que $v - v_0 = a \cdot t$, se tiene:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,a \cdot t \cdot t$$

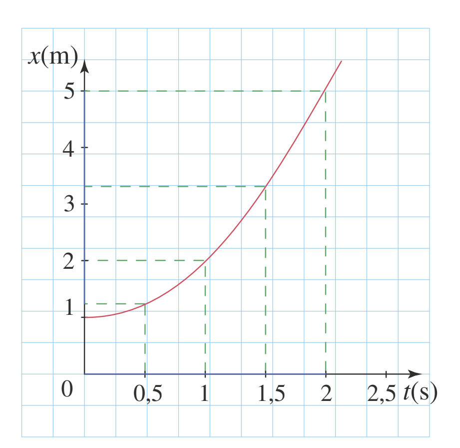
Luego,

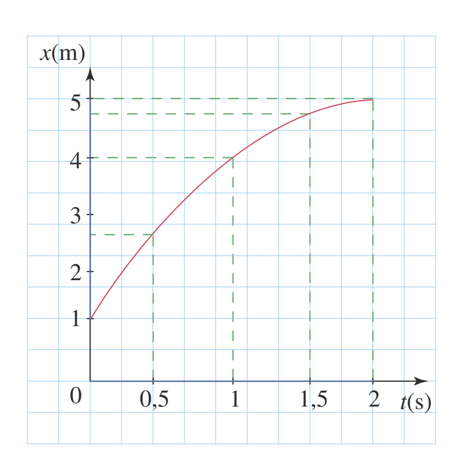
$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,a \cdot t^2$$

Gráfica del desplazamiento-tiempo (x-t)

Como la relación entre el desplazamiento y el tiempo tiene un término cuyo factor es t^2, entonces la gráfica x-t para el movimiento uniformemente variado es una parábola.

A continuación, se muestran las gráficas x-t para un movimiento uniformemente variado con aceleración positiva (izquierda) y con aceleración negativa (derecha).





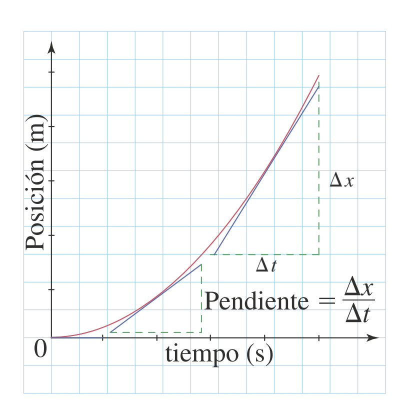


Figura 9. Recta tangente a un punto de una gráfica de posición–tiempo.

Se observa que si la aceleración es positiva, los cambios de posición son cada vez mayores en los mismos intervalos de tiempo; mientras que si la aceleración es negativa, los cambios de posición son cada vez menores.

En el movimiento rectilíneo uniforme la gráfica x-t es una recta, cuya pendiente representa la velocidad del objeto; sin embargo, cuando la velocidad no es constante, la representación x-t no es una recta y entonces debemos establecer un método para determinar la pendiente de la curva en cada punto.

Para ello trazamos la recta tangente a la curva en cada punto y la pendiente de esta recta representa la velocidad del objeto en cada instante de tiempo (figura 9).

Gráfica de aceleración-tiempo (a-t)

De la misma manera como representamos gráficamente en el plano cartesiano la velocidad y la posición en función del tiempo, podemos representar la aceleración en una gráfica a-t, para lo cual escribimos en el eje vertical la aceleración y en el horizontal el tiempo.

Puesto que el movimiento uniformemente variado se produce con aceleración constante, la gráfica que representa este movimiento es un segmento de recta horizontal, como el que se observa en la figura 10.

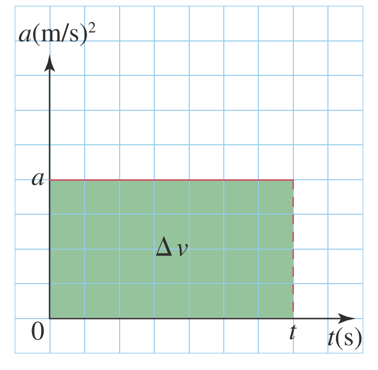


Figura 10. Variación de la velocidad.

A partir de la ecuación $v = v_0 + a \cdot t$, equivalente a $v - v_0 = at$, se obtiene la variación de la velocidad $\Delta v = at$, que corresponde al área del rectángulo que se forma entre la recta y el eje horizontal en la gráfica de a-t (figura 10).



Definición

El área comprendida entre la gráfica de a-t y el eje horizontal representa el cambio de velocidad de un objeto.

 © Santillana



1. Un automóvil, que se ha detenido en un semáforo, se pone en movimiento y aumenta uniformemente su rapidez hasta los 20 m/s al cabo de 10 s. A partir de ese instante, la rapidez se mantiene constante durante 15 s, después de los cuales el conductor observa otro semáforo que se pone en rojo, por lo que disminuye uniformemente la velocidad hasta detenerse a los 5 s de haber comenzado a frenar. Determinar la aceleración del auto y el desplazamiento entre los dos semáforos, en cada intervalo de tiempo.

Solución:



Intervalo 1: se calcula la aceleración.

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{20\ \text{m/s} - 0}{10\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}^2$$ *Al remplazar y calcular*

La aceleración es de 2 m/s^2.

Se calcula el desplazamiento.

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{m/s}^2 \cdot (10\ \text{s})^2 = 100\ \text{m}$$ *Al remplazar y calcular*

El desplazamiento en el primer intervalo es 100 m.

Intervalo 2: la velocidad se mantiene constante y por lo tanto la aceleración es nula.

Se determina el desplazamiento para el movimiento uniforme:

$$\Delta x = v \cdot t$$

$$\Delta x = 20\ \text{m/s} \cdot 15\ \text{s} = 300\ \text{m}$$ *Al remplazar y calcular*

El desplazamiento en el segundo intervalo es 300 m.

Intervalo 3: se calcula la aceleración:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{0 - 20\ \text{m/s}}{5\ \text{s}} = -4\ \text{m/s}^2$$ *Al remplazar y calcular*

La aceleración es $-4\ \text{m/s}^2$, lo cual indica que la velocidad y la aceleración tienen signos contrarios y se interpreta como una disminución de la velocidad.

Se calcula el desplazamiento:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\Delta x = (20\ \text{m/s})(5\ \text{s}) + \frac{1}{2}(-4\ \text{m/s}^2)(5\ \text{s})^2 = 50\ \text{m}$$ *Al remplazar y calcular*

El desplazamiento en el tercer intervalo es 50 m.

En consecuencia, el desplazamiento total es: 100 m + 300 m + 50 m = 450 m.

EJEMPLOS

2. Construir las gráficas *x-t, v-t* y *a-t* para el ejemplo 1.

Solución:

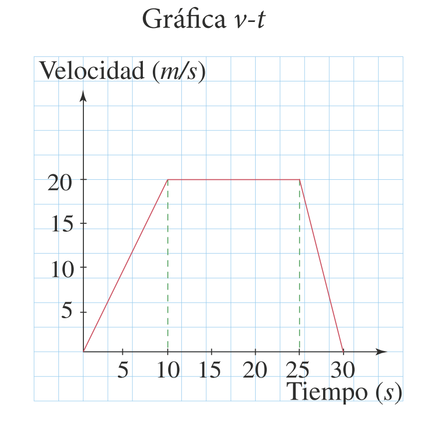
Las gráficas se muestran a continuación.

Gráfica *x-t*

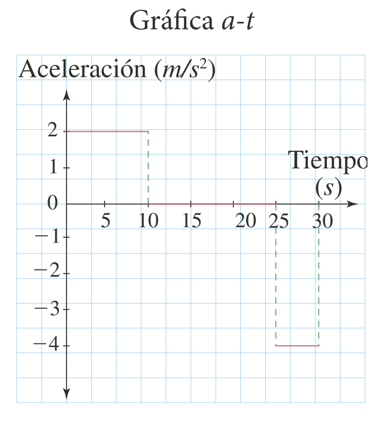
Posición (*m*)

Tiempo (*t*)

Gráfica *v-t*



Gráfica *a-t*

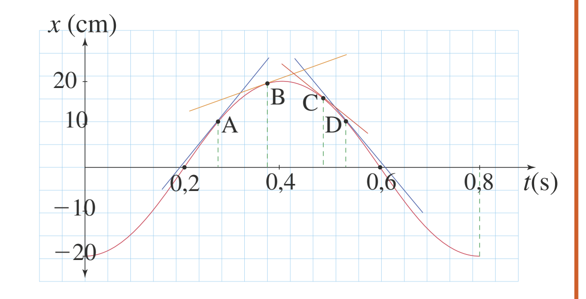


3. En la figura se muestra la gráfica *x-t* para el movimiento de un objeto atado a un resorte que oscila entre los valores −20 cm y 20 cm. Analizar los cambios de posición y velocidad.

Solución:

A la posición en la cual el resorte no está ni estirado ni comprimido se le conoce con el nombre de posición de equilibrio. Una vez el objeto, sujeto al resorte, se aleja 20 cm hacia abajo de la posición de equilibrio, se suelta y se mueve de tal manera que:

- A los 0,2 s pasa por la posición de equilibrio,
- A los 0,4 s está a 20 cm por encima de la posición de equilibrio,
- A los 0,6 segundos regresa a la posición de equilibrio,
- A los 0,8 s vuelve al punto de partida.



Analicemos la velocidad del objeto. En los instantes 0,4 s y 0,8 s, el objeto cambia la dirección del movimiento; esto implica que, en dichos instantes, tiene velocidad igual a cero.

Para determinar la velocidad para algunos valores del tiempo, trazamos rectas tangentes a la gráfica *x-t* y determinamos su pendiente, pues el valor de la pendiente es la medida de la velocidad instantánea.

En el instante de tiempo correspondiente al punto *A*, la velocidad es mayor que en el instante correspondiente al punto *B*. Esto quiere decir que entre 0,2 s y 0,4 s la velocidad disminuye hasta tomar el valor de 0 en $t = 0{,}4$ s.

Al analizar el movimiento entre los tiempos 0,4 s y 0,6 s encontramos que aunque la velocidad tiene signo menos, la posición cambia más rápidamente en el instante de tiempo correspondiente al punto *D* que en el instante de tiempo correspondiente al punto *C*. Esto quiere decir que entre 0,4 s y 0,6 s la rapidez aumenta.

Del análisis en los tiempos comprendidos entre 0,6 s y 0,8 s, concluimos que la posición cambia cada vez más lentamente, hasta tener rapidez igual a cero en el instante $t = 0{,}8$ s. En los instantes de tiempo $t = 0{,}2$ s y $t = 0{,}6$ s el objeto se mueve más rápidamente.

 © Santillana

2. Caída libre

2.1. Cómo caen los cuerpos

En el siglo IV a.C., Aristóteles estableció que la rapidez con la que un cuerpo caía, dependía del peso del mismo puesto que, según el filósofo, los cuerpos pesados caían con más velocidad que los cuerpos livianos, idea que fue aceptada durante casi 200 años como una verdad absoluta.

Galileo Galilei (1564-1642) encontraba grandes contradicciones con sus observaciones y, en 1589, realizó una serie de experiencias para refutar la teoría aristotélica de la caída de los cuerpos. Al no disponer de instrumentos precisos que pudieran medir pequeños intervalos de tiempo, realizó sus estudios utilizando planos inclinados de pequeña pendiente, por los cuales hacia rodar esferas de distinto peso. Para medir el tiempo de desplazamiento, contaba el número de gotas de agua que caían de un barril.

El revolucionario investigador comprobó que cuando las esferas eran lo suficientemente pesadas, todas empleaban exactamente el mismo tiempo en recorrer el plano, y que la velocidad de las mismas aumentaba de manera uniforme. De esta forma afirmó: "Está claro que si una bola liviana tarda más tiempo en recorrer el plano que otra más pesada es debido a la resistencia que presenta el aire a su avance. Por eso, cuando las bolas rebasan un cierto peso, la resistencia del aire es despreciable para ellas, y todas caen con idéntica rapidez". Según cuenta la leyenda, Galileo llevó a sus alumnos de la Universidad de Pisa a la torre inclinada de esta ciudad y dejó caer desde el último piso dos objetos de pesos diferentes, demostrando ante los estudiantes que la teoría de Aristóteles estaba equivocada.

La última obra de Galileo, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos ciencias nuevas*, donde revisa y afina sus primeros estudios sobre el movimiento, abrió el camino que llevó a Newton a formular sus principios de la dinámica.



Figura 11. Torre inclinada de Pisa.

2.2 La caída de los cuerpos

Un caso particular del movimiento uniformemente variado es el de un objeto al cual se le permite caer libremente cerca de la superficie terrestre. Un cuerpo que se deja caer en el vacío, se desplaza verticalmente con una aceleración constante, lo que hace que su velocidad aumente uniformemente en el transcurso de la caída.

La Tierra ejerce una fuerza de atracción, dirigida hacia su centro, sobre todo cuerpo que se encuentra cerca de la superficie terrestre, imprimiéndole cierta aceleración, denominada aceleración debida a la gravedad y denotada con la letra g.

Se ha determinado experimentalmente que un cuerpo en caída libre, aumenta su velocidad en unos 9,8 metros por segundo cada segundo, es decir que la aceleración producida por la Tierra es constante y tiene un valor aproximado de 9,8 m/s^2.

Un cuerpo en caída libre se mueve bajo la influencia de la gravedad, sin importar su movimiento inicial.

Todos aquellos objetos que se lanzan hacia arriba o hacia abajo y los que se dejan caer a partir del reposo, experimentan una aceleración dirigida hacia abajo cuyo valor es 9,8 m/s^2.



Aristóteles. En el siglo IV a. C. estableció que la rapidez con que un cuerpo caía, dependia de su mismo peso.

En síntesis, un cuerpo que es lanzado verticalmente hacia arriba o hacia abajo experimenta una aceleración una vez liberado. Un cuerpo en caída libre experimenta una aceleración hacia abajo igual a la aceleración debida a la gravedad.

2.3 Las ecuaciones del movimiento de caída libre

Al despreciar la resistencia del aire y suponiendo que la aceleración de la gravedad no varía con la altitud, el movimiento de un cuerpo en caída libre se presenta bajo una aceleración constante. Por ende, las ecuaciones que describen el movimiento de los cuerpos que se mueven en el vacío en dirección vertical son las que corresponden a cualquier movimiento uniformemente variado, con un valor de aceleración, hacia abajo, cuyo valor es a 9,8 m/s^2. El signo de la aceleración depende del sistema de referencia que se elija. De esta manera, las ecuaciones que rigen el movimiento de caída libre de los objetos son:

$$v = v_0 + gt$$

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 + y_0$$

La letra y indica la posición con respecto al punto desde el cual se considera el movimiento, debido a que cotidianamente esta letra representa el eje vertical en un sistema coordenado, que corresponde a la dirección de caída de los cuerpos.

Para el manejo de estas ecuaciones, si la parte positiva del eje y se considera hacia arriba, la aceleración g es igual a $-9{,}8$ m/s^2, mientras que si consideramos la parte positiva del eje y hacia abajo la aceleración de la gravedad g es igual a 9,8 m/s^2.

EJEMPLOS

1. Un objeto se deja caer desde una altura de 5 m. Determinar:

a. Las ecuaciones de movimiento.

b. El tiempo que tarda en caer el objeto.

c. La velocidad antes de tocar el suelo.

Solución:

a. Para determinar las ecuaciones de movimiento tenemos:

Velocidad: $v = v_0 + gt$

$v = (-9{,}8 \text{ m/s}^2)\, t^2$

Al remplazar el valor de g, $v_0 = 0$ ya que el objeto parte del reposo.

Posición: $y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$y = \frac{1}{2}(-9{,}8 \text{ m/s}^2)t^2 = (-4{,}9 \text{ m/s}^2)t^2 + 5 \text{ m}$

Al remplazar el valor de g, $v_0 = 0$ ya que el objeto parte del reposo a una altura inicial de 5 m.

b. El tiempo que tarda en caer se calcula mediante la ecuación:

$$y = (-4{,}9 \text{ m/s}^2)\, t^2 + 5 \text{ m}$$

Por tanto:

$$-5 \text{ m} = (-4{,}9 \text{ m/s}^2)t^2$$

Al remplazar $y = 0$ pues la altura al caer es 0 m.

Luego,

$$t = 1{,}0 \text{ s}$$

Al despejar t y calcular.

El tiempo que el objeto tarda en caer es 1,0 s.

 © Santillana



c. La velocidad inmediatamente antes de caer se calcula mediante:

$v = (-9{,}8\ m/s^2) \cdot t$

$v = -9{,}8\ m/s^2 \cdot (1{,}0\ s)$ *Al remplazar*

$v = -9{,}8\ m/s$ *Al calcular*

La velocidad inmediatamente antes de caer es 9,8 m/s hacia abajo, pues tiene signo menos.

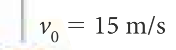
2. Una persona arroja una pelota hacia arriba, con una velocidad inicial de 15 m/s. Determinar:

a. Las ecuaciones de movimiento.

b. El tiempo en el cual el objeto alcanza el punto más alto de la trayectoria.

c. La altura máxima.

d. Las gráficas *x-t*, *v-t*, *a-t*



Solución:

a. Las ecuaciones de movimiento son:

Velocidad: $v = v_0 + gt$

$v = (15\ m/s) + (-9{,}8\ m/s^2)t$ *Al remplazar*

Posición: $y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$y = 15\ m/s \cdot t + \frac{1}{2}(-9{,}8\ m/s^2)t^2$ *Al remplazar*

b. Cuando el cuerpo alcanza la altura máxima la velocidad es igual a cero, entonces:

$v = 15\ m/s - (9{,}8\ m/s^2)t$

como $v = 0$, tenemos

$0 = 15\ m/s - (9{,}8\ m/s^2)t$

Luego,

$t = 1{,}5\ s$ *Al despejar t y calcular*

c. Remplazamos el valor del tiempo en:

$y = 15\ m/s \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ m/s \cdot t^2$

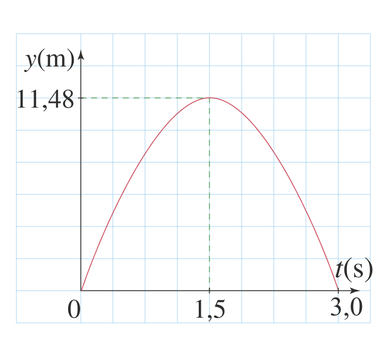
$y = 15\ m/s \cdot 1{,}5\ s - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ m/s^2\ (1{,}5)^2$

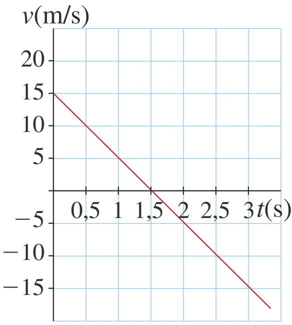
$y = 11{,}48\ m$ *Al calcular*

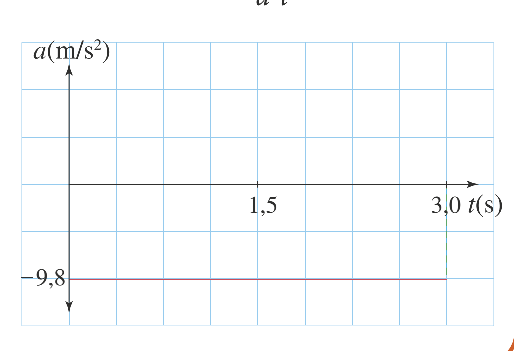
La altura máxima que alcanza la pelota es de 11,48 m.

d. Las gráficas se muestran a continuación:





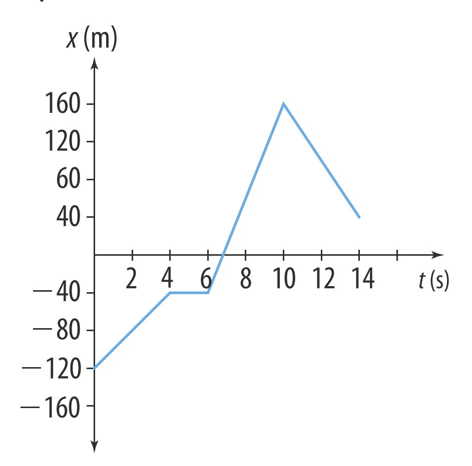






Interpreta

1 **La siguiente es la gráfica de $x-t$, correspondiente al movimiento de un cuerpo que describe una trayectoria rectílinea.**



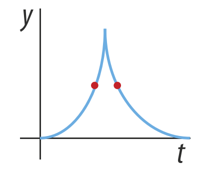
a. ¿Cuál es la distancia total recorrida y el desplazamiento total realizado por el cuerpo durante el movimiento?

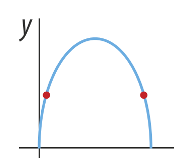
b. ¿Cómo es el movimiento del cuerpo entre los 4 y los 6 segundos?

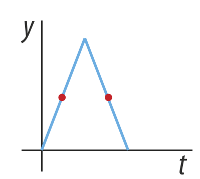
c. ¿Cuál es la rapidez media y la velocidad media del cuerpo entre los 4 y los 14 segundos?

d. ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad es negativa? ¿Qué significado tiene?

2 **De las siguientes gráficas cuál representa la posición en función del tiempo para un cuerpo que se mueve verticalmente hacia arriba con velocidad inicial v_0 y regresa al punto de partida.**







Argumenta

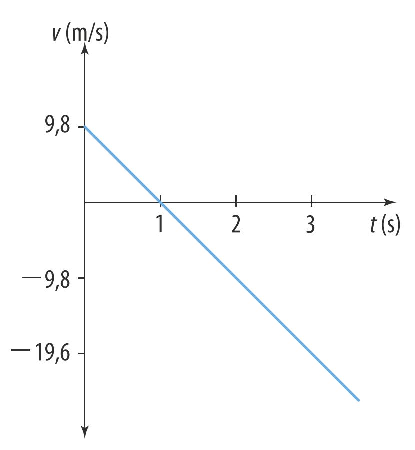
3 **Un automóvil parte del reposo y se mueve con una aceleración constante durante 5 s. Determina si las siguientes afirmaciones son ciertas o no son ciertas y explica por qué.**

a. Durante los dos últimos segundos la velocidad aumenta más rápidamente.

b. La distancia recorrida en los dos primeros segundos es menor que la distancia recorrida en los 2 últimos segundos.

c. La gráfica de la velocidad en función del tiempo es una recta ascendente que pasa por el origen.

4 **La gráfica representa la velocidad de un cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba con una determinada velocidad inicial, desde una altura de 29,4 m con respecto al suelo.**



Responde:

a. ¿Con qué velocidad fue lanzado el cuerpo?

b. ¿En cuánto tiempo alcanzó su altura máxima con respecto al suelo?

c. ¿Cuál es su altura máxima con respecto al suelo?

d. ¿Cuánto tiempo después de iniciar el descenso su rapidez es nuevamente 9,8 m/s? Justifica tu respuesta.

e. ¿Con qué velocidad el cuerpo toca el suelo?

Propone

5 **Después de explicar que en caída libre todos los cuerpos experimentan la misma aceleración, un profesor pregunta a su clase, ¿si suelto desde una altura de 1,8 m un libro y una hoja de papel, caen los dos al mismo tiempo?**

a. ¿Qué dirías tú al respecto?

b. Si se hace el experimento, ¿qué sucede cuando se dejan caer los dos cuerpos?

c. ¿Qué propondrías para que se cumpliera lo explicado por el docente con el libro y la hoja?

6 **Da un ejemplo de las siguientes situaciones:**

a. Un cuerpo que se mueva disminuyendo su aceleración pero aumentando su velocidad.

b. Un cuerpo que instantáneamente esté en reposo pero su aceleración sea diferente de cero.

 © Santillana

Actividades

Verifica conceptos

1 **Responde. ¿Por qué es importante, para analizar el movimiento de un cuerpo, definir primero un sistema de referencia?**

2 **Responde. ¿Puede un cuerpo moverse y tener una velocidad igual a 0 m/s? Da un ejemplo.**

3 **Da un ejemplo de un movimiento en el que la velocidad y la rapidez tengan el mismo valor.**

4 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- ☐ Cuando un cuerpo se mueve, el valor de la distancia recorrida es diferente de cero.
- ☐ El desplazamiento de un cuerpo no puede ser negativo.
- ☐ En el movimiento rectilíneo uniforme el cuerpo recorre distancias diferentes en intervalos de tiempos iguales.
- ☐ Un cuerpo que se mueve cambiando su velocidad experimenta una aceleración.
- ☐ En una gráfica de velocidad-tiempo en un movimiento uniforme acelerado, la pendiente representa la aceleración del movimiento.

5 **Un cuerpo inicia su movimiento para $t = 0$ s en la posición $x = 5$ cm, luego alcanza la posición $x = 23$ cm y finalmente se devuelve a la posición $x = 17$ cm. Si emplea 15 s en todo el recorrido, ¿cuál es su velocidad media?**

6 **Determina en cuál de las siguientes situaciones la aceleración es 0 m/s².**

a. Un paquete en el asiento posterior de un automóvil que parte del reposo.

b. Una persona que se ejercita en un caminador a una velocidad de 4 m/s.

c. Un niño que se lanza por un rodadero.

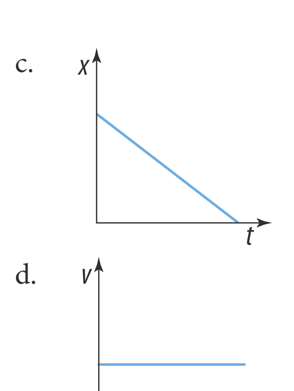
d. Unas llaves lanzadas hacia abajo desde la ventana de un apartamento.

7 **Responde. ¿Qué significa que un cuerpo acelera a razón de 3 m/s²?**

8 **Un colibrí suspendido en el aire, succiona el néctar de una flor durante 5 segundos. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa su posición en función del tiempo?**

a.

b.



9 **Para un objeto que parte del reposo y se mueve con aceleración constante, se cumple que:**

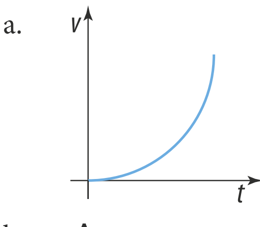
a. La distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo.

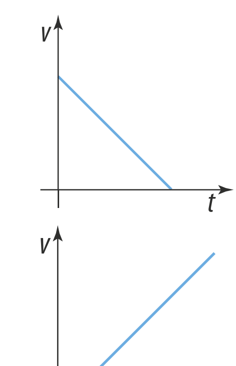
b. La velocidad en cada instante es directamente proporcional al tiempo transcurrido.

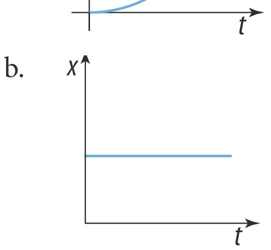
c. La velocidad en cada punto es directamente proporcional a la distancia recorrida.

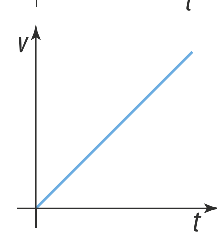
d. La velocidad en cada instante es directamente proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido.

10 **La gráfica de la $v-t$, para un automóvil que parte del reposo y se mueve con aceleración constante es:**









Explica tu respuesta.

Analiza y resuelve

11 **Plantea un ejemplo en el que un cuerpo esté en movimiento con respecto a un observador y en reposo con respecto a otro.**

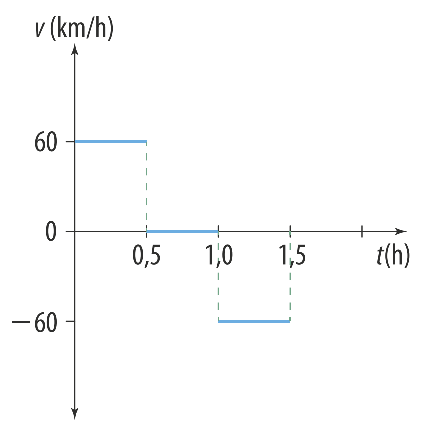
Actividades

12 **De los siguientes movimientos observados durante un mismo intervalo de tiempo, ¿cuál tiene mayor aceleración y por qué?**

a. Un ciclista cuya rapidez pasa de 25 m/s a 45 m/s.

b. Un automóvil que parte del reposo y alcanza una velocidad de 72 km/h.

13 **La gráfica de $v - t$ corresponde al movimiento de un automóvil que se desplaza por una carretera recta.**



Responde las siguientes preguntas y justifica tus respuestas.

a. ¿En qué intervalo o intervalos de tiempo está el automóvil detenido?

b. ¿Cuál es la distancia total recorrida por el automóvil?

c. ¿En qué intervalo de tiempo está el automóvil regresándose y cuántos metros se devuelve?

d. En el intervalo de tiempo de $t = 0{,}5$ h a $t = 1$ h, ¿se encuentra el auto a una distancia de 60 km de su posición inicial?

Problemas básicos

14 **Una patinadora se mueve durante 30 min con velocidad constante de 10 m/s. ¿Qué distancia recorre?**

15 **Un atleta recorre una pista de un cuarto de milla en 2 minutos. ¿Cuál es la velocidad del atleta en metros por segundo?**

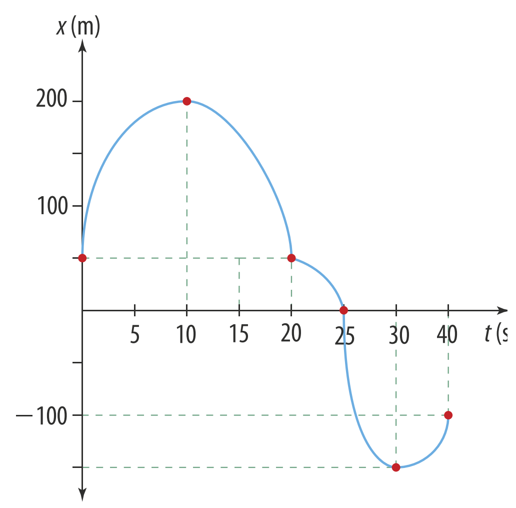
16 **Una ruta escolar realiza un recorrido de 9 km, a una velocidad constante de 21,6 m/s. ¿Cuántas horas emplea en el recorrido?**

17 **Un camión parte del reposo y acelera a razón de 5 m/s² durante 10 s. ¿Qué distancia recorre?**

18 **Un automóvil parte del reposo y después de recorrer 1,5 km su velocidad es 45 km/h. ¿Cuántos minutos empleó en recorrer los 1,5 km?**

19 **Responde. ¿Qué velocidad inicial debe tener un niño en un monopatín para alcanzar una velocidad de 15 km/h en 5 s, si acelera a razón de 0,8 m/s²?**

20 **La gráfica de posición-tiempo corresponde a un cuerpo que se desplaza en una trayectoria rectilínea.**



a. ¿En algún intervalo de tiempo el cuerpo está quieto? Explique.

b. ¿Cuál es la distancia total recorrida?

c. ¿En qué intervalos la velocidad es negativa?

d. ¿En qué intervalos la velocidad es cero?

e. ¿Cuál es la velocidad media entre 0 y 40 segundos?

21 **La siguiente tabla registra la variación de la velocidad en el tiempo de una persona en movimiento.**

t(s)	4	8	12	16	20
v(m/s)	5	10	15	20	25

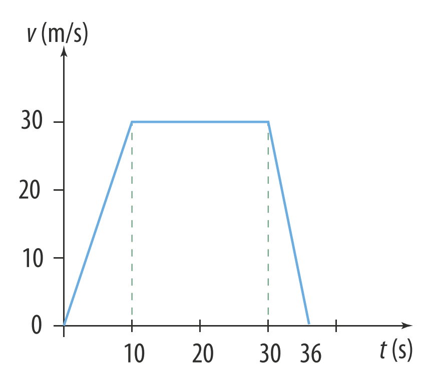
a. ¿Cuál es la variación de la velocidad en cada intervalo?

b. ¿Cuál es la aceleración media en cada intervalo?

c. ¿Es el movimiento uniformemente acelerado? ¿Por qué?

 © Santillana

22 **La gráfica de velocidad-tiempo corresponde al movimiento de un automóvil que viaja por un camino recto.**



a. ¿Cuál es la distancia total recorrida por el automóvil?

b. Construye la gráfica de aceleración-tiempo para el movimiento.

23 **Un peatón que va a cruzar la calle, viene corriendo a 4 m/s cuando observa que el semáforo que está a 2 m, cambia a rojo, entonces disminuye su velocidad y se detiene justo al lado del semáforo.**

a. ¿Cuál es su aceleración media?

b. ¿En cuánto tiempo se detuvo?

24 **Un ciclista en una competencia corre con velocidad de 12 m/s, cuando llega a la parte final de la etapa de la carrera y observa la meta a una distancia de 800 m, entonces, acelera a razón de 0,4 m/s^2, cruzando la meta en primer lugar; levanta sus brazos y se detiene 20 s después.**

a. ¿A qué velocidad cruzó la meta?

b. ¿Qué distancia recorre después de cruzar la meta?



Problemas de profundización

25 **Se dice que un cuerpo que se mueve a la velocidad del sonido tiene una velocidad de 1 match. Un avión supersónico que viaja a 3 match durante 45 minutos, ¿qué distancia recorre?**



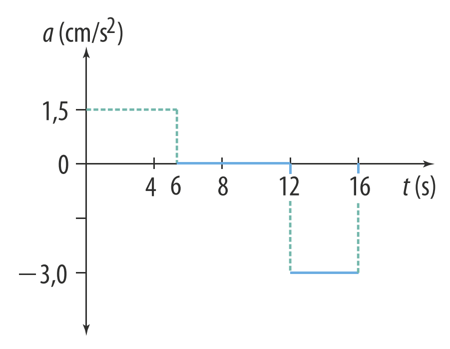
26 **Dos trenes parten simultáneamente desde una estación *A* hacia una estación *B*, con velocidades de 65 km/h y 80 km/h, respectivamente, y uno llega 30 minutos antes que el otro. ¿Qué distancia hay entre *A* y *B*?**

27 **En una carrera de relevos de 4 × 400 m hombres, el equipo ganador empleó un tiempo de 3 minutos 40 segundos.**

- El primer atleta empleó un minuto y 10 segundos.
- El segundo atleta empleó 1 minuto.
- El tercero y cuarto emplearon 45 minutos respectivamente.

¿Cuál fue la velocidad de cada uno de los atletas?

28 **La gráfica de aceleración-tiempo corresponde al movimiento de una esfera que parte del reposo y se mueve por un plano horizontal.**



a. Construye la gráfica de velocidad-tiempo para el movimiento.

b. ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanza la esfera y en qué instante de tiempo la alcanza?

c. ¿Cómo es el movimiento de la esfera en los intervalos de 0 s a 6 s; 6 s a 12 s y 12 s a 16 s?

d. ¿Cuál es la distancia total recorrida por la esfera en los 16 s?

29 **Un joven en una camioneta viaja a 80 km/h cuando ve a una persona que cruza la calle sin mirar. Tarda 0,5 s en reaccionar, aplica los frenos y se detiene 2 s después. Si la persona se encontraba a 30 m de la camioneta cuando el joven la vio, ¿alcanzó a ser atropellada?**

30 **Un motociclista se mueve con aceleración constante de 2 m/s^2 y recorre 200 m alcanzando una velocidad de 30 m/s.**

a. ¿Con qué velocidad inicia el recorrido el motociclista?

b. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer los 200 m?

Actividades

Verifica conceptos

1 **Responde. ¿Puede afirmarse que un cuerpo en caída libre, describe un movimiento uniformemente variado? ¿Por qué?**

2 **Responde. ¿El lanzamiento en paracaídas puede considerarse como un movimiento en caída libre? ¿Por qué?**

3 **Desde una altura h se dejan caer 1 kg de hierro y 1 kg de algodón. ¿Gastan los dos el mismo tiempo en recorrer la altura h? Justifica tu respuesta.**

4 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- ☐ Todos los cuerpos en caída libre experimentan la misma aceleración independientemente de su masa.
- ☐ Cuando un cuerpo cae libremente solo la fuerza de atracción gravitacional actúa sobre él.
- ☐ La velocidad que alcanza un cuerpo en caída libre solo depende de la aceleración de la gravedad.
- ☐ La velocidad final de un cuerpo que cae libremente es cero.

5 **Un objeto se suelta desde determinada altura y emplea un tiempo *t* en caer al suelo. Si se cuadruplica la altura desde la cual se suelta:**

a. el tiempo en caer se duplica.
b. el tiempo en caer se cuadriplica.
c. la velocidad al caer se cuadriplica.
d. la velocidad al caer se reduce a la mitad.

6 **Una moneda es lanzada verticalmente hacia arriba. Determina cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.**

a. La velocidad en el punto más alto de la trayectoria es diferente de cero.
b. La aceleración que experimenta es mayor de subida que de bajada.
c. La velocidad inicial con la que se lanza es la máxima durante el movimiento de subida.
d. El tiempo de subida es mayor que el de bajada.

Analiza y resuelve

7 **La aceleración de la gravedad en la Luna es la sexta parte la de aceleración de la gravedad de la Tierra ($g/6$). En la Luna se deja caer un cuerpo desde una altura de 5 m.**

a. ¿Cuánto tiempo tarda en tocar la superficie lunar?
b. ¿Es este tiempo seis veces mayor que el tiempo que tardaría en caer en la Tierra? ¿Por qué?

8 **Un estudiante en una práctica de laboratorio, deja caer un cuerpo desde una altura determinada y utilizando un cronómetro electrónico, mide la distancia recorrida en cada segundo que transcurre. Si en su tabla de datos aparece que en un segundo recorre 5 m y lleva una velocidad de 10 m/s:**

a. ¿se están tomando correctamente los datos? ¿Por qué?
b. ¿cuál es el error relativo para la medición realizada de la distancia recorrida en un segundo?

9 **Responde. ¿Cómo influye la resistencia del aire en la velocidad de regreso al punto de partida de un objeto que inicialmente se lanza hacia arriba?**

10 **Plantea un ejemplo de un caso en el que sea conveniente considerar la aceleración de la gravedad positiva. Indica los signos de la velocidad cuando ha transcurrido determinado tiempo.**

Problemas básicos

11 **Desde un edificio de 15 m se deja caer una piedra.**

a. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
b. ¿Cuál es su velocidad un instante antes de tocar el suelo?

12 **Responde. ¿De qué altura se deja caer un cuerpo que tarda 6 s en tocar el suelo?**

13 **Un niño, de pie en el rodadero de un parque de 2,5 m de altura, deja caer una pelota de caucho, que al rebotar alcanza una velocidad igual al 20% de la que alcanzó al llegar al suelo. ¿Qué altura alcanza la pelota después del rebote?**

© Santillana

14 **Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura de 2,5 m.**

a. ¿Con qué velocidad fue lanzada?

b. ¿Cuánto tiempo tarda en regresar al punto de donde fue lanzada?

15 **Desde la terraza de un edificio se lanza verticalmente hacia arriba una moneda con una velocidad de 5 m/s. Si llega al suelo 4 s después de ser lanzada:**

a. ¿a qué altura con respecto al suelo está la terraza del edificio?

b. ¿qué altura por encima de la terraza del edificio alcanza la moneda?

c. ¿con qué velocidad llega la moneda el suelo?



16 **Al salir de su apartamento Juan olvida su billetera y su celular, le timbra a su mamá para que se los lance por la ventana que se encuentra a 15 m de altura. La mamá deja caer primero el celular y 1 segundo después lanza la billetera. Si los dos caen al mismo tiempo en las manos de Juan, que están a 1,5 m del suelo, ¿con qué velocidad lanzó su mamá la billetera?**

17 **Camilo avanza con rapidez constante de 3 m/s hacia su casa y antes de llegar silba, para que su hermana María, desde la ventana ubicada en el segundo piso le lance las llaves. Ella saca la mano y deja caer las llaves. Si de la ventana a la altura de la mano de Camilo hay 2,8 m,**

a. ¿cuánto tiempo antes de que Camilo llegue debajo de la ventana, debe dejar caer las llaves María para que no se caigan al suelo?

b. ¿a qué distancia máxima puede estar Camilo de la ventana?



18 **Desde la parte superior de un edificio en llamas, de 15 m de altura, se lanza una persona a una colchoneta de espuma colocada por los bomberos al pie del edificio. Si la colchoneta se sume 35 cm después de que la persona cae sobre ella,**



a. ¿con qué velocidad toca la persona la colchoneta?

b. ¿qué aceleración experimenta la persona mientras está en contacto con la colchoneta?

c. ¿cuánto tiempo dura toda la travesía de la persona?

19 **En el pozo de los deseos una pareja lanza hacia abajo una moneda con una velocidad de 1,5 m/s y 2 segundos después escucha el impacto de la moneda en el agua. La rapidez de propagación del sonido es de 340 m/s.**

a. ¿Qué tiempo emplea la moneda en llegar a la superficie del agua?

b. ¿Qué profundidad tiene el pozo hasta la superficie del agua?

20 **María está en la terraza de su casa que se encuentra a 9 m del suelo y Pedro abajo en el andén de la calle. Si María le deja caer a Pedro una pelota y simultáneamente él desde una altura de 1 m sobre el suelo, lanza a María otra hacia arriba con una velocidad de 8 m/s:**

a. ¿en cuánto tiempo las dos pelotas estarán a la misma altura?

b. ¿cuál es el valor de dicha altura?

21 **En un ascensor que se mueve hacia arriba con rapidez constante de 6 m/s, una persona deja caer una moneda de su mano a una altura de 1,2 m con respecto al piso del ascensor. ¿Cuánto tiempo tarda la moneda en llegar al piso del ascensor?**

Movimiento rectilíneo uniforme

En la naturaleza observamos diferentes tipos de movimientos pero nunca nos detenemos a cuestionar las características de estos.

Para reconocer la diferencia entre un movimiento y otro, es indispensable medir tiempos y distancias recorridas por un objeto y analizar los cambios de estas magnitudes. En esta práctica medirás tiempos y distancias para reconocer si es un movimiento rectilíneo uniforme.

Conocimientos previos

Graficar coordenadas, distancia recorrida, velocidad y tiempo.

Materiales

- Regla de un metro.
- Un bloque de madera de 5 cm de lado y 10 cm de alto.
- Mesa horizontal.
- Metro.
- Canicas.
- Cronómetro.
- 1 hoja de papel milimetrado.
- Regla de 30 cm.





Procedimiento

1. Construye un plano inclinado con la regla de un metro y el bloque de madera.
2. Desde el borde inferior del plano inclinado hasta el extremo de la mesa, dibuja marcas separadas a 20 cm.
3. Deja rodar libremente, desde el borde superior del plano inclinado, la canica.
4. Con el cronómetro, toma el tiempo que la esfera emplea en recorrer 20 cm, 40 cm, 60 cm, etc. Para cada distancia, realiza tres veces la medición.
5. Calcula el tiempo promedio entre las tres mediciones.
6. Registra los datos obtenidos en la siguiente tabla.

Distancia (cm)	Tiempo (s)

Análisis de resultados

1. Representa gráficamente los dardos en papel milimetrado. Escribe la distancia recorrida en el eje vertical y el tiempo empleado en el eje horizontal. Luego, traza la gráfica correspondiente.
2. ¿Cuál es la velocidad que alcanza la esfera?
3. ¿La canica se mueve durante todo el intervalo con la misma velocidad? Explica.

 © Santillana

Movimiento vertical

Cuando un cuerpo se deja caer y se desplaza verticalmente con una aceleración constante, hace que su rapidez aumente uniformemente en la medida que transcurre el tiempo de caída. Si se desprecia la resistencia del aire y suponiendo que actúa la aceleración gravitacional de forma constante, entonces, el movimiento es de caída libre.

En esta práctica vas a observar los efectos producidos por la gravedad en algunos objetos.

Conocimientos previos

Movimiento uniforme variado, aceleración gravitacional y velocidad.

Materiales

- Una hoja de papel.
- Almohada.
- Libro.
- Tres pelotas de tenis.
- Cuerda.
- Cinta adhesiva.
- Tijeras.



Experimento 1: Caída libre.

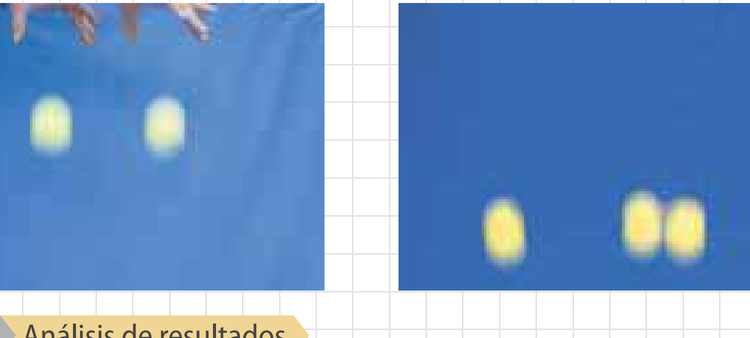
Procedimiento

1. Pon la hoja sobre el libro.
2. Sostén el libro horizontalmente a un metro de altura, con una hoja sobre su cara superior.
3. Coloca la almohada en el piso para que proteja la caída del libro.
4. Antes de soltar el libro, trata de adivinar qué pasará con la hoja.

Experimento 2: Gravedad.

Procedimiento

1. Extiende tus brazos sosteniendo una pelota de tenis en cada mano y suéltalas. Observa qué pasa con ellas.
2. Corta un pedazo de cuerda de unos 15 cm y usa cinta adhesiva para fijar un extremo a cada pelota. Así formas un sistema doble.
3. Extiende de nuevo tus manos y sostén con una de ellas la pelota de tenis restante y con la otra, el sistema doble.



Análisis de resultados

Responde:

1. ¿Qué sucedió con la hoja y con el libro?
2. ¿Hay alguna diferencia en los dos lanzamientos de las pelotas? ¿Por qué?

   Analiza lo que sucede con cada experimento.

El primer vehículo robótico

El **Rover Sojourner** es el primer vehículo robótico que fue enviado al planeta Marte en la misión **Mars Pathfinder.**

El vehículo cuenta con 6 ruedas y sus dimensiones son: 65 cm de largo, 45 cm de ancho y 30 cm de altura. Su peso es de 10,6 kg, la máxima velocidad que alcanza es de 1 cm/s y puede desplazarse hasta 500 m desde el **Lander.**

El Rover estaba dotado de un espectrómetro de rayos X alfa protón que fue utilizado para el análisis de la roca Marciana.



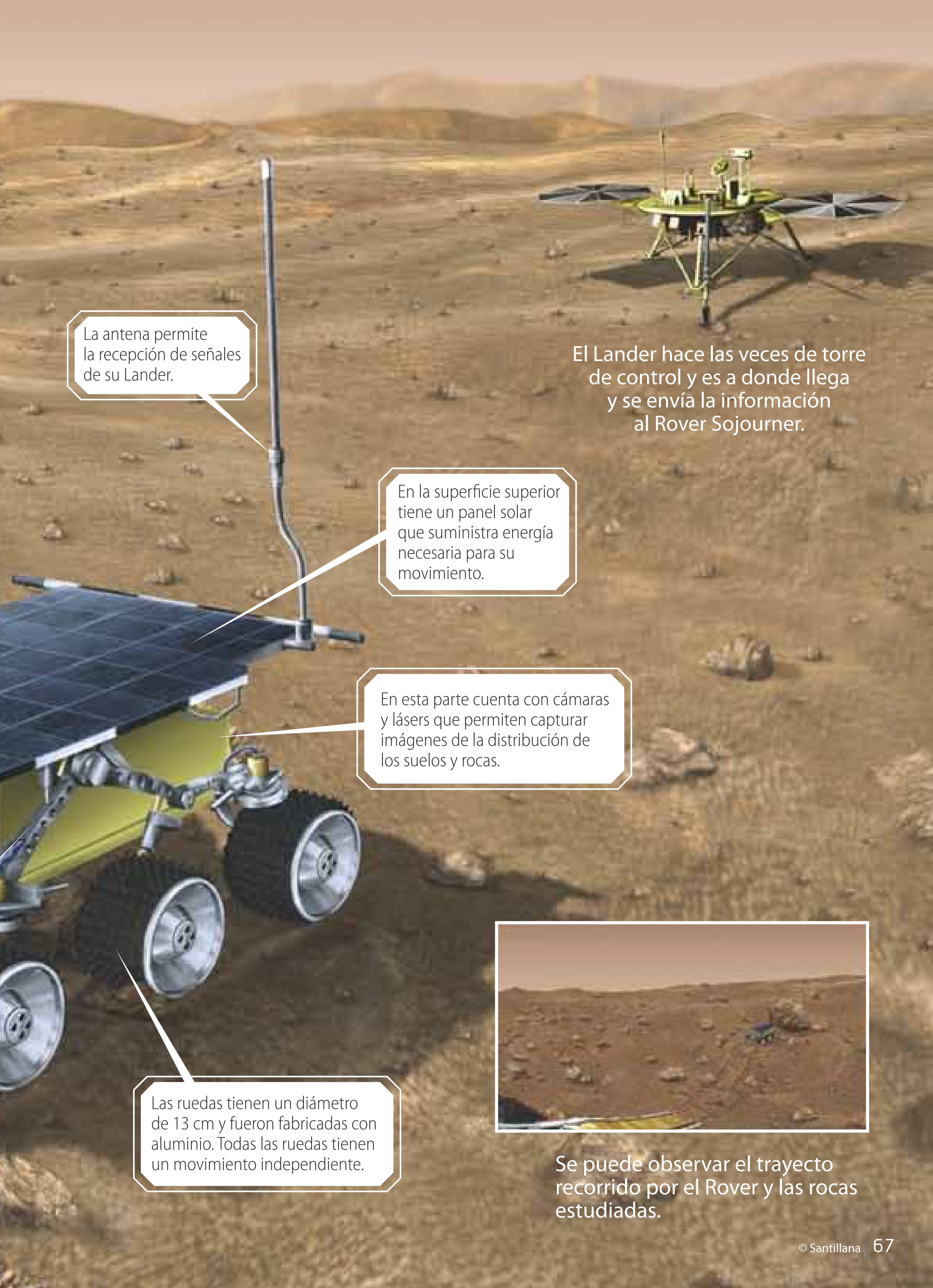
Mars Pathfinder

Fue una misión a Marte apoyada por Estados Unidos con el fin de explorar el planeta rojo a bajo costo.

Entre la misión se pretendía analizar la atmósfera, el clima y la composición de rocas y el suelo. La misión fue dirigida por el Caltech, Instituto de Tecnología de California.

El contenedor de instrumentos electrónicos cuenta con procesador Intel 80C85 de 8 bits. El contenedor está asistido térmicamente para que el sistema eléctrico resista las extremas condiciones climáticas de Marte.

© Santillana


La antena permite la recepción de señales de su Lander.
El Lander hace las veces de torre de control y es a donde llega y se envía la información al Rover Sojourner.
En la superficie superior tiene un panel solar que suministra energía necesaria para su movimiento.
En esta parte cuenta con cámaras y láseres que permiten capturar imágenes de la distribución de los suelos y rocas.
Las ruedas tienen un diámetro de 13 cm y fueron fabricadas con aluminio. Todas las ruedas tienen un movimiento independiente.
Se puede observar el trayecto recorrido por el Rover y las rocas estudiadas.

© Santillana

UNIDAD 3

Movimiento en el plano

Temas de la unidad

1. Magnitudes vectoriales
2. Movimiento de proyectiles

 © Santillana



Para pensar…

La mayoría de los objetos que se encuentran en movimiento no siempre describen trayectorias rectilíneas. Es muy común que se produzcan cambios de dirección al caminar o al movilizarnos en cualquier medio de transporte.

Muchos movimientos se pueden describir con bastante exactitud, a partir del estudio de los movimientos en el plano, como el disparo de proyectiles o el lanzamiento de satélites, cuya trayectoria descrita resulta de la composición de dos movimientos: uno vertical y uno horizontal.

Sin embargo, en el estudio de estos fenómenos, algunas magnitudes no quedan bien definidas si no se conoce hacia dónde están orientadas. Por ejemplo, no es lo mismo dirigirse a 80 km/h hacia la derecha que hacerlo, con la misma rapidez, hacia la izquierda. Por tal razón, es necesario definir su magnitud vectorial, la cual se describe mediante vectores.

En esta unidad, estudiaremos el movimiento de los cuerpos en el plano, su relación con los vectores y la definición vectorial de las magnitudes posición, velocidad y aceleración.

Para responder…

- ¿Cuál será la instrucción que da un operador en una torre de control de un aeropuerto para orientar un aviador?
- ¿En qué punto consideras que un balón lanzado hacia la cesta de baloncesto tiene velocidad mínima?
- ¿Cuál es la trayectoria que sigue una persona que intenta atravesar un río nadando en forma perpendicular a la orilla cuando el río corre en cierta dirección?

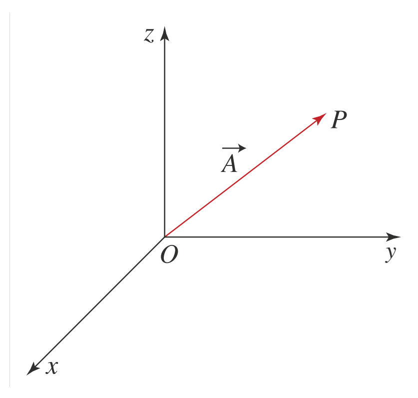


Figura 1. Vector *A*, que representa la posición del punto *P* con respecto a O.

1. Magnitudes vectoriales

En la unidad anterior vimos que, para describir el movimiento de un objeto, es necesario indicar la posición, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en diferentes instantes. Cuando el movimiento de un objeto se produce en el plano o en el espacio, estas magnitudes se expresan por medio de vectores.

1.1 Los vectores

Algunas de las magnitudes que utilizamos para describir los fenómenos sólo requieren un número y una unidad para quedar definidas. Por ejemplo, para indicar la temperatura del cuerpo humano basta con escribir 37 °C. En este caso, se requiere el número 37 y la unidad °C. A estas magnitudes, como la masa, la densidad y el tiempo, entre otras, se les llama *magnitudes escalares*.

Otras magnitudes no se pueden representar solamente con un número seguido de una unidad. Por ejemplo, para indicar la velocidad de un avión se debe conocer la rapidez con que se mueve, la cual se describe mediante un número y una unidad, pero también se necesita indicar la dirección del movimiento.

Así, es posible describir la velocidad de un avión como 800 km/h en dirección 65° hacia el noreste, caso en el cual la dirección del movimiento forma un ángulo de 65° con la línea oeste-este. De la misma manera, resultaría imposible localizar un punto a partir de otro sin conocer la dirección que se debe seguir. Es muy poco lo que se puede decir de un movimiento sin describir la dirección en que se produce, por esta razón usaremos el concepto de vector para tales descripciones.

Definición

Un vector es un segmento dirigido cuya longitud es proporcional al valor numérico de la medida que representa. Las magnitudes vectoriales se representan por medio de vectores.

La posición de un objeto con respecto a un punto es una magnitud vectorial.

En la figura 1 se ha trazado un vector $\vec{A}$ para indicar la posición del punto *P* con respecto al punto *O*.

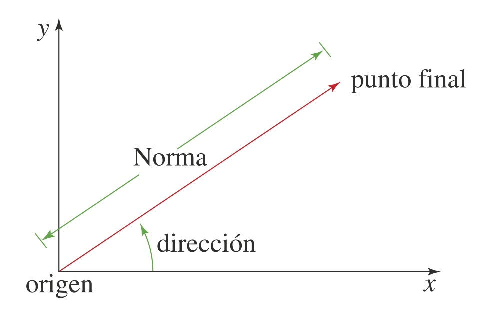
La aceleración es una magnitud vectorial pues por ejemplo, la aceleración de la gravedad mide 9,8 m/s^2 y está dirigida hacia abajo. La fuerza, de la cual nos ocuparemos en la siguiente unidad, también es un ejemplo de magnitud vectorial, pues hay diferencia entre aplicar sobre un cuerpo una fuerza hacia la derecha o ejercerla hacia la izquierda.

Todo vector tiene *una norma* y *una dirección*.

- La **norma** siempre es un número positivo que se expresa en las unidades de la magnitud que representa. Por ejemplo, la norma de la velocidad en el Sistema Internacional de Unidades, se expresa en m/s y corresponde a lo que hemos llamado rapidez.
- La **dirección** de un vector está determinada por la dirección de la recta que lo contiene. Por ejemplo, la velocidad en un movimiento rectilíneo, coincide con la dirección de la recta sobre la cual se produce este movimiento.

 © Santillana

La dirección está representada por el ángulo que forma el vector con alguna dirección tomada como referencia. En la siguiente gráfica mostramos los elementos mencionados:



- La norma es la longitud del vector.
- La dirección es el ángulo que el vector forma con la parte positiva del eje *x*.

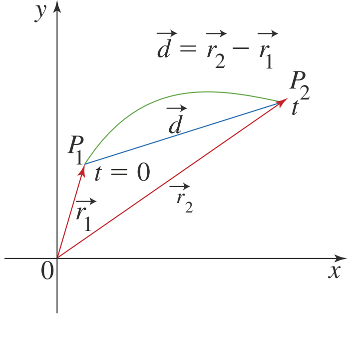
Los vectores se denotan simbólicamente con una letra y una flecha sobre la letra. Por ejemplo, la aceleración $\vec{a}$, la velocidad $\vec{v}$, la posición $\vec{r}$. La norma de un vector se representa con la misma letra pero sin flecha o entre barras. Por ejemplo, la norma del vector $\vec{v}$, se representa por v o por $\|\vec{v}\|$.

El proceso de medición de una magnitud exige poder compararla con otra de la misma naturaleza. Para ello, se define la igualdad entre vectores.

Definición

Dos vectores son iguales, si al trasladar uno de ellos manteniendo, constante la norma y la dirección, se puede hacer coincidir con el otro.

1.2 El vector desplazamiento



Consideremos que un cuerpo puntual describe una trayectoria y que este cuerpo en su recorrido pasa por los puntos P_1 y P_2 como se muestra en la gráfica.

Las posiciones en los puntos P_1 y P_2 se representan por los vectores $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$, respectivamente.

Esta descripción significa que en el tiempo *t*:

- el móvil se encuentra en el punto P_2.
- ha recorrido una distancia a lo largo de la trayectoria descrita desde P_1 hasta P_2.
- se ha desplazado a partir de la posición inicial P_1 hasta P_2 según el vector $\vec{d}$.

Definición

Se llama vector desplazamiento $\vec{d} = \Delta r = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ *desde* P_1 *hasta* P_2*, al vector que tiene su origen en la posición inicial* P_1 *y su punto final coincide con la posición final* P_2 *del móvil.*

1.3 El vector velocidad

1.3.1 Velocidad media

Para el movimiento rectilíneo hemos definido la velocidad media adquirida por un objeto como $\vec{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

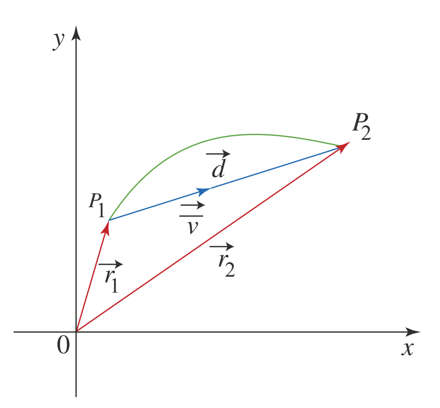


Figura 2. Vector velocidad media entre los puntos P_1 y P_2.

De manera análoga, como el desplazamiento en el plano se representa por el vector $\Delta\vec{r}$, definimos la velocidad media como:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

La dirección del vector velocidad media coincide con la dirección del vector desplazamiento (figura 2).

1.3.2 Velocidad instantánea

Supongamos que un cuerpo se traslada desde el punto P hasta el punto P_1, en un intervalo de tiempo Δt_1; en este caso, el vector desplazamiento es d_1 (figura 3). Si tomamos intervalos de tiempo cada vez más cortos, los vectores desplazamiento se van "ciñendo" a la trayectoria. Como la velocidad tiene la misma dirección del desplazamiento, para intervalos de tiempo cada vez más cortos, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea, cuya dirección es tangente a la trayectoria.

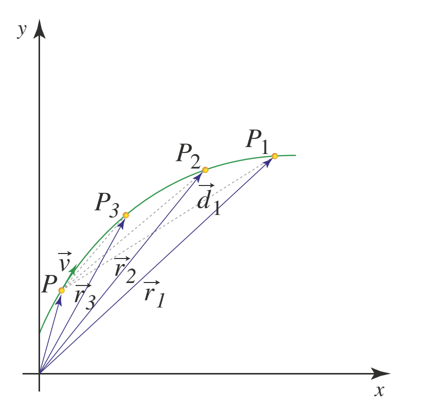


Figura 3. Vector desplazamiento d_1 entre los puntos P y P_1.

El vector velocidad instantánea tiene las siguientes características:

- Norma. Medida de la velocidad, también llamada rapidez.
- Dirección. La dirección de la velocidad instantánea está determinada por la tangente a la trayectoria en cada punto. La flecha del vector indica la dirección en la cual se produce el movimiento.

Para cada punto de la trayectoria, el vector velocidad instantánea se representa con origen en dicho punto.

1.4 Suma gráfica de vectores

Es posible definir operaciones entre vectores. Por ejemplo, la figura 4.

Para ilustrar el significado de la suma de dos vectores, supongamos que un objeto parte del punto O y se desplaza hasta el punto A ($\vec{d}_1$). Una vez se encuentra en el punto A, se desplaza hasta el punto B ($\vec{d}_2$).

Para determinar el desplazamiento desde el punto O hasta el punto B, trazamos un vector con origen en el punto O y punto final en B. El vector con punto de partida en O y punto final en B es el vector suma $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$ (figura 4).

Para determinar gráficamente la suma de dos vectores se hace coincidir en el punto final de uno de ellos el origen del otro vector, como se muestra en la figura de la izquierda, sin cambiar ni la norma ni la dirección de cada uno; el vector suma se obtiene al unir el origen del primero con el punto final del segundo.

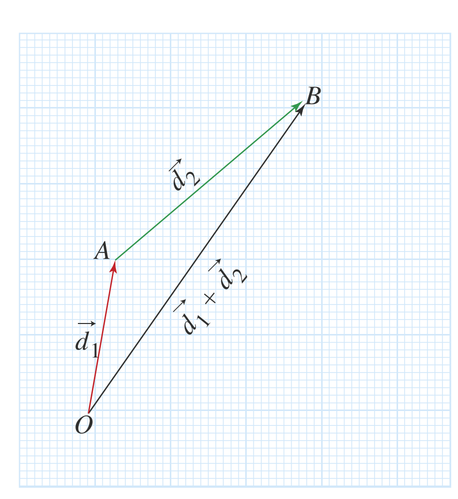
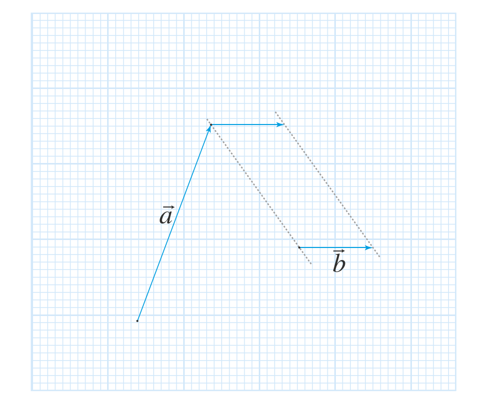
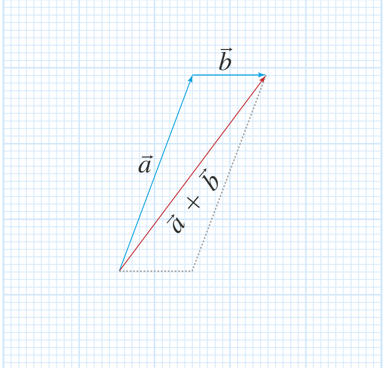


Figura 4. Vector suma, representa el desplazamiento desde O hasta B.





© Santillana

Es posible sumar dos vectores que tienen un origen común, por ejemplo, las fuerzas que actúan sobre un objeto. Para aplicar el método que hemos descrito, podemos construir un paralelogramo (figura 5). El vector suma es la diagonal del paralelogramo cuyo origen coincide con el de los dos vectores. A este procedimiento para obtener gráficamente la suma de dos vectores se le llama regla del paralelogramo.

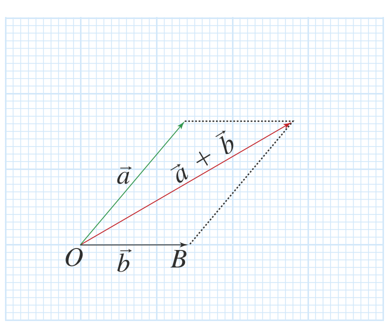
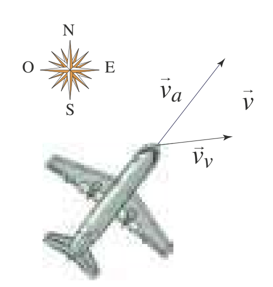


Figura 5. Vector suma de dos vectores con origen común.

EJEMPLO

Cuando no corre viento, un avión se mueve con velocidad $\vec{v}_a$ como muestra la figura. Si corre viento con velocidad $\vec{v}_b$, el movimiento del avión cambia de dirección. Determinar gráficamente la dirección del avión con respecto a la Tierra cuando hay viento con velocidad $\vec{v}_v$.



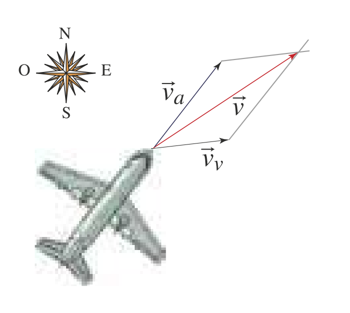
Solución:

La velocidad con la cual se mueve el avión con respecto a la Tierra cuando hay viento con velocidad $\vec{v}_v$ se obtiene sumando los vectores $\vec{v}_a$ y $\vec{v}_v$.

La velocidad $\vec{v}$ del avión con respecto a la Tierra es

$$\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_v$$

Gráficamente se construye el paralelogramo como se muestra en la figura.



EJERCICIO

Un avión viaja a 800 km/h en ausencia de viento. En el caso de que hubiera viento que viaja a 100 km/h en la misma dirección, ¿a qué velocidad se mueve el avión con respecto a la Tierra? ¿A qué velocidad viaja el avión con respecto a la Tierra si el viento corre en contra de él?

1.5 Composición de movimientos

En la naturaleza es posible observar que los cuerpos se mueven por acción de dos movimientos, tal es el caso de los barcos que navegan en contra de la corriente. Cuando el movimiento de un móvil es el resultado de dos o más movimientos simultáneos, se dice que está sujeto a una composición de movimientos.

El estudio de este fenómeno se fundamenta en el *principio de independencia*, enunciado por Galileo.

Definición

Principio de independencia

Si un móvil está sometido a dos movimientos, su cambio de posición es independiente de si la ocurrencia de los movimientos se produce de forma sucesiva o de forma simultánea.

Esto significa que si, debido a un movimiento la velocidad es $\vec{v}_1$ y debido a otro movimiento la velocidad es $\vec{v}_2$, la velocidad $\vec{v}$ del objeto, resultado de la composición de los dos primeros es:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



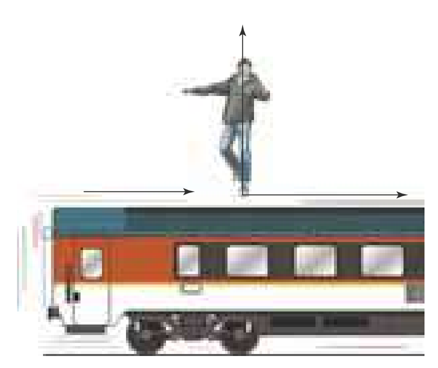


Figura 6. Velocidad de un movimiento que es resultado de la composición de dos movimientos.

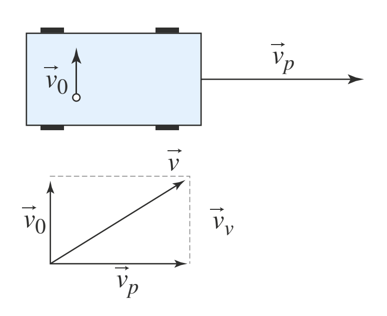


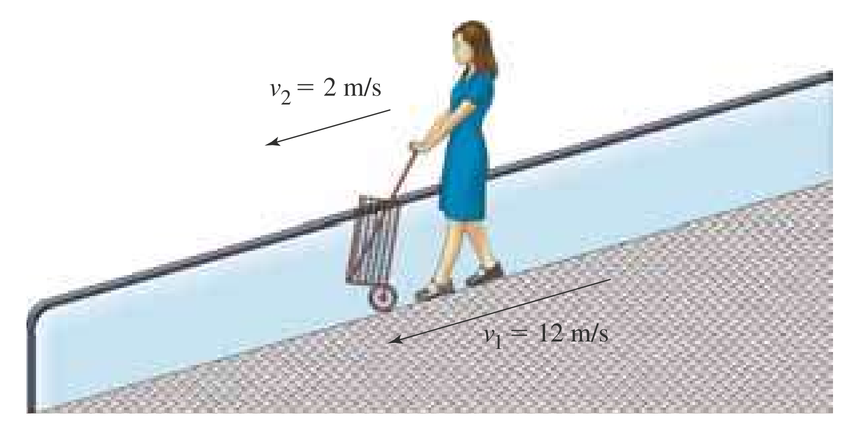
Figura 7. La velocidad $\vec{v}$ es el resultado de sumar la velocidad $\vec{v}_p$ de la plataforma y la velocidad $\vec{v}_0$ de la persona.

En los movimientos uniformes se pueden presentar los siguientes casos:

Caso 1. Movimientos en el mismo sentido

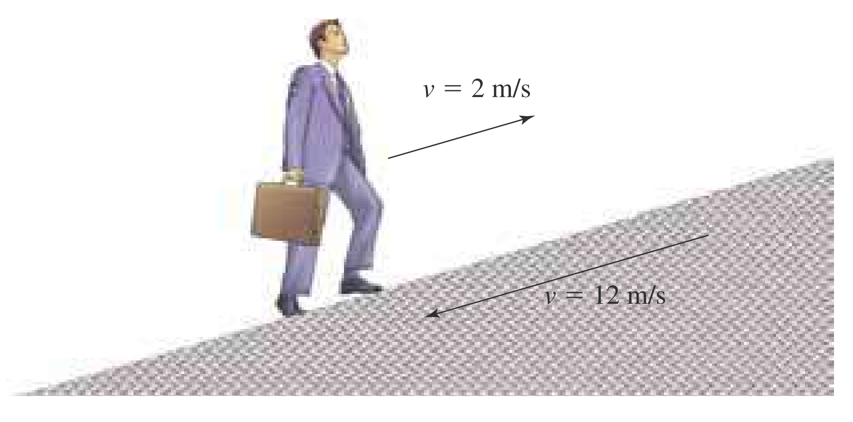
Consideremos una persona que se encuentra sobre una rampa que se mueve con velocidad $\vec{v}_1$. Si la persona se mueve en el mismo sentido, y con velocidad $\vec{v}_2$, con respecto a la rampa es posible determinar la velocidad de la persona con respecto a un observador en reposo fuera de la rampa. Por ejemplo, si la velocidad de la rampa es 12 m/s y la velocidad de la persona con respecto a la rampa es 2 m/s, con respecto al observador situado fuera de esta, la velocidad que lleva la persona es

$$12 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s} = 14 \text{ m/s}.$$



Caso 2. Movimientos en sentido contrario

Consideremos que la persona se mueve sobre la rampa en sentido contrario al movimiento de esta. Por ejemplo, si la velocidad de la rampa es 12 m/s y la velocidad de la persona con respecto a la rampa es 2 m/s, la velocidad de la persona es 12 m/s − 2 m/s = 10 m/s.



Caso 3. Composición de movimientos perpendiculares

Si una persona se mueve en dirección perpendicular a la dirección en que se mueve la rampa, el movimiento de la persona con respecto a un observador en la vía resulta de la composición del movimiento de la rampa con velocidad $\vec{v}_p$ y del movimiento de la persona con respecto a la rampa con velocidad $\vec{v}_0$. A la vez que la persona atraviesa la rampa, se mueve lateralmente por la acción del movimiento de esta. La composición de los dos movimientos da lugar al movimiento cuya velocidad $\vec{v}$ se representa en la figura 6.

La velocidad v que resulta de la composición de los dos movimientos se expresa $\vec{v} = \vec{v}_p + \vec{v}_0$



Cuando dos vectores están contenidos en la misma recta, para determinar la norma de la suma se pueden presentar dos casos:

- Si los dos indican en el mismo sentido, se suman las normas y la dirección del vector suma coincide con la de los dos vectores.
- Si los dos vectores indican en sentidos contrarios, se restan las normas y la dirección de la suma coincide con la dirección del vector con mayor norma.

 © Santillana



EJEMPLO

Una persona se mueve sobre una plataforma en dirección perpendicular a la dirección de esta. Si la velocidad de la plataforma es 12 km/h y la velocidad de la persona es de 2 m/s, determinar la velocidad (norma y dirección) con que la persona se mueve con respecto a la vía.

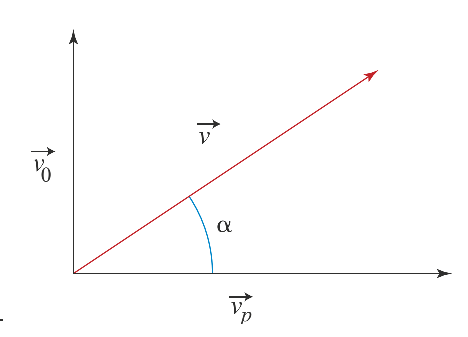
Solución:

Primero se deben expresar todas las magnitudes en las mismas unidades de medida. Así:

$$12\,\text{km/h} = \frac{12\,\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000\,\text{m}}{1\,\text{km}} \cdot \frac{1\,\text{h}}{3.600\,\text{s}} = 3{,}3\,\text{m/s}$$

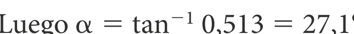
La dirección del movimiento de la plataforma es perpendicular a la dirección del movimiento de la persona. Por tanto, de la gráfica de la situación se puede ver que $\vec{v}$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Así

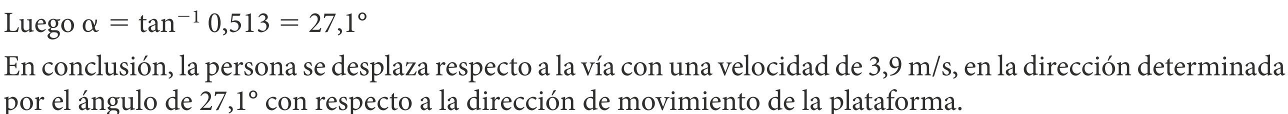
$$v = \sqrt{(3{,}3\,\text{m/s})^2 + (2\,\text{m/s})^2} = 3{,}9\ \text{m/s}$$



Para determinar la medida del ángulo α, tenemos

$$\tan\alpha = \frac{v_0}{v_p} = \frac{2\,\text{m/s}}{3{,}9\,\text{m/s}} = 0{,}513 \qquad \text{Pues } \tan\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$





Luego $\alpha = \tan^{-1} 0{,}513 = 27{,}1°$

En conclusión, la persona se desplaza respecto a la vía con una velocidad de 3,9 m/s, en la dirección determinada por el ángulo de 27,1° con respecto a la dirección de movimiento de la plataforma.

Caso 4. Composición de movimientos uniformes cuyas direcciones forman un ángulo determinado

En la figura 8 (vista superior) se muestra la dirección del movimiento de una persona sobre la plataforma sometida a dos efectos. En primer lugar, se mueve con respecto a la plataforma y, en segundo lugar, la plataforma se mueve con respecto a la vía con velocidad $\vec{v}_p$. La persona avanza con respecto a la plataforma, con velocidad $\vec{v}_0$, en la dirección señalada. Por medio de la suma de vectores combinamos estos dos efectos. La velocidad $\vec{v}$ de la persona con respecto a la vía se determina gráficamente, como se muestra en la figura 8.

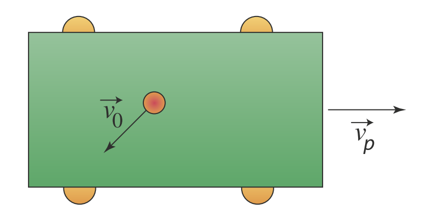


Figura 8. Dirección del movimiento de una persona sometida a dos velocidades (vista superior).

1.6 Componentes de un vector

Supongamos que un avión se mueve en la dirección mostrada en la figura 10 de la página siguiente. Su velocidad es el resultado de la composición de dos movimientos, uno en la dirección del eje x y otro en la dirección del eje y.

En este caso decimos que la velocidad tiene dos componentes rectangulares, una en cada eje. A la componente sobre el eje x la llamamos v_x y a la componente sobre el eje y la llamamos v_y.

A partir de las componentes expresamos el vector $\vec{v}$ como:

$\vec{v} = (v_x, v_y)$

La norma del vector $\vec{v}$ se relaciona con las componentes por medio del teorema de Pitágoras así:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

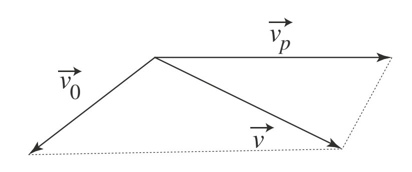


Figura 9. La velocidad $\vec{v}$ es el resultado de sumar la velocidad $\vec{v}_p$ de la plataforma y la velocidad $\vec{v}_0$ de la persona.

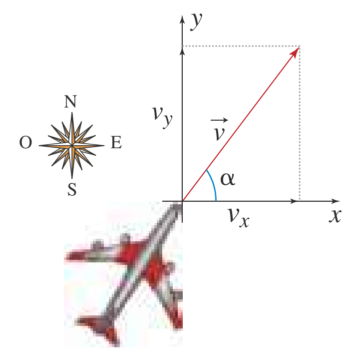


Figura 10. Vector velocidad de un avión que se mueve bajo la acción de dos velocidades, una horizontal y una vertical.

Las componentes del vector $\vec{v}$ se relacionan con la norma de $\vec{v}$ y con el ángulo α mediante las siguientes expresiones trigonométricas:

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{v_y}{v}$$

De donde:

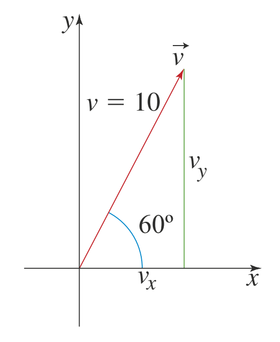
$$v_x = v \cdot \cos\alpha$$
$$v_y = v \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

EJEMPLO

Determinar las componentes del vector $\vec{v}$ cuya norma es 10 cm y forma, con la parte positiva del eje *x*, un ángulo de 60°.

Solución:

La gráfica de la derecha es una representación de la situación.



Las componentes del vector *v* son:

$v_x = v \cos\alpha = 10 \text{ cm} \cdot \cos 60° = 5 \text{ cm}$

$v_y = v \operatorname{sen}\alpha = 10 \text{ cm} \cdot \operatorname{sen} 60° = 8{,}7 \text{ cm}$

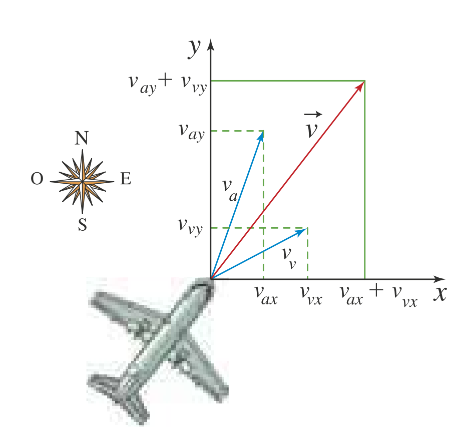
Por tanto, el vector $\vec{v}$ se expresa como $\vec{v} = (5; 8{,}7)$ con sus componentes medidas en centímetros.

1.7 Suma analítica de vectores

Para sumar dos vectores, primero se hallan sus componentes rectangulares y luego, se suman.

Paso 1. Descomposición de los vectores

Consideremos un avión que se mueve cuando hay viento. Para determinar la velocidad $\vec{v}$ del avión con respecto a la Tierra, sumamos la velocidad que tendría el avión cuando no corre viento $\vec{v}_a$ con la velocidad del viento $\vec{v}_v$. Ahora resolveremos la situación a partir de las componentes de los vectores velocidad $\vec{v}_a$ y $\vec{v}_v$ formando como referencia el plano cartesiano.





La velocidad del avión $\vec{v}_a$ tiene dos componentes, una sobre el eje x, a la que llamamos v_{ax} y otra sobre el eje y, a la que llamamos v_{ay}.
Por ende, escribimos el vector velocidad del avión como:

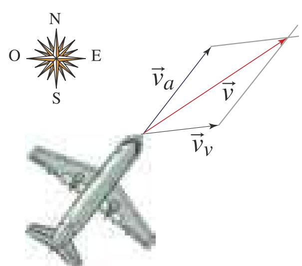
$$\vec{v}_a = (v_{ax}, v_{ay})$$

La velocidad del viento $\vec{v}_v$ tiene dos componentes v_{vx} y v_{vy}, por ende, escribimos el vector velocidad del viento como:

$$\vec{v}_v = (v_{vx}, v_{vy})$$

P•aso 2. Suma de las componentes

A continuación se muestra el vector velocidad, $\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_v$, del avión con respecto a la Tierra.



Este vector tiene dos componentes una sobre el eje x, v_x, y otra sobre el eje y, v_y. Por ende, escribimos el vector velocidad del avión con respecto a la Tierra como:

$$\vec{v} = (v_x, v_y)$$

Tenemos que las componentes del vector suma $\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_v$ son:

$$v_x = v_{ax} + v_{vx} \quad \text{y} \quad v_y = v_{ay} + v_{vy}$$

La componente en el eje x del vector suma es igual a la suma de las componentes en el eje x.

La componente en y del vector suma es igual a la suma de las componentes en y de los vectores.

HERRAMIENTA MATEMÁTICA

Suma analítica de vectores

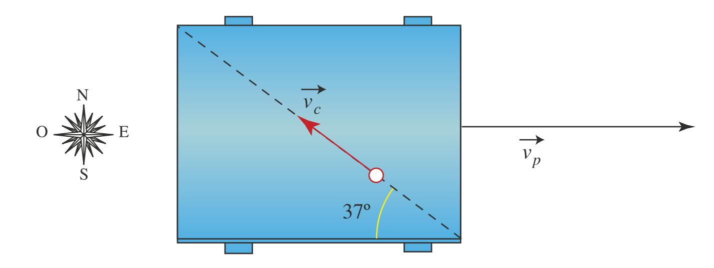
$\vec{v}_a = (v_{ax}, v_{ay})$

$\vec{v}_b = (v_{bx}, v_{by})$

$\vec{v}_a + \vec{v}_b = (v_{ax} + v_{bx}, v_{ay} + v_{by})$

EJEMPLO

Carlos se mueve en línea recta de esquina a esquina de una plataforma en movimiento con velocidad constante de 2 m/s. La velocidad con que se mueve la plataforma es de 5 m/s hacia el este. En la gráfica se representa la situación.



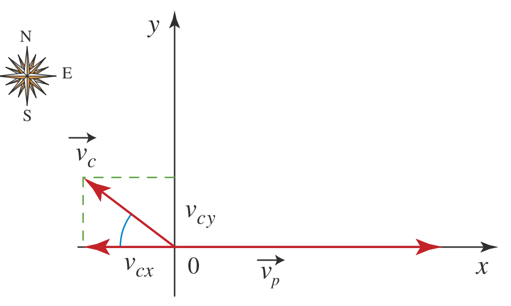
Determinar:

a. Las componentes del vector velocidad de la plataforma.
b. Las componentes del vector velocidad de Carlos con respecto a la plataforma.
c. La suma de los vectores velocidad de la plataforma y velocidad de Carlos con respecto a la plataforma.
d. La norma y la dirección de la velocidad de Carlos con respecto a la vía.

EJEMPLO

Solución:

Antes de iniciar con la solución, resulta bastante útil hacer una representación de la situación sobre el plano cartesiano.





a. Sea $\vec{v}_p$ el vector velocidad de la plataforma.

Las componentes de $\vec{v}_p$ se escriben como:

$v_{px} = 5$ m/s y $v_{py} = 0$

Por lo tanto, $\vec{v}_p = (5, 0)$, con sus componentes medidas en m/s.

b. Sea $\vec{v}_c$ el vector velocidad de Carlos. Las componentes del vector $\vec{v}_c$ se escriben así:

$v_{cx} = -v_c \cdot \cos 37°$ $\qquad v_{cx} = -2 \text{ m/s} \cdot 0{,}8 = -1{,}6 \text{ m/s}$

$v_{cy} = v_c \cdot \text{sen } 37°$ $\qquad v_{cy} = 2 \text{ m/s} \cdot 0{,}6 = 1{,}2 \text{ m/s}$

Observa que a la componente en x de la velocidad le asignamos un signo menos, pues este indica la dirección negativa del eje x.

Así, $v_c = (-1{,}6; 1{,}2)$, con las componentes medidas en m/s.

c. La suma de los vectores $\vec{v}_p$ y $\vec{v}_c$, que se representa $\vec{v}_p + \vec{v}_c$, se determina sumando las respectivas componentes en x y en y. Así:

$\vec{v}_p = (5; 0)$

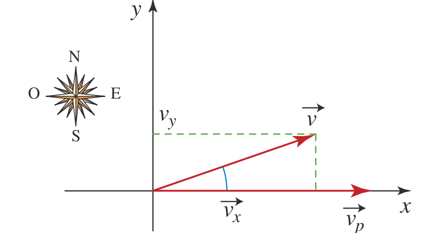
$\vec{v}_c = (-1{,}6; 1{,}2)$ Las componentes del vector $\vec{v}$ están medidas en m/s.

$\vec{v} = (3{,}4; 1{,}2)$

El vector $\vec{v} = (3{,}4; 1{,}2)$ obtenido representa la velocidad de Carlos con respecto a la vía.

d. La norma del vector $\vec{v}$ es:

$$v = \sqrt{(3{,}4 \text{ m/s})^2 + (1{,}2 \text{ m/s})^2} = 3{,}6 \text{ m/s}$$



La dirección está dada por el ángulo α y se determina por la función tangente.

Así:

$$\tan \alpha = \frac{1{,}2}{3{,}4} = 0{,}353 \qquad \text{Por tanto, } \alpha = \tan^{-1} 0{,}353 = 19{,}4°$$

En conclusión la persona se mueve con respecto a la vía a 3,6 m/s en dirección 19,4° hacia el noreste.

2. Movimiento de proyectiles

La trayectoria seguida por un proyectil en su lanzamiento resulta de la composición de dos movimientos, uno vertical y otro horizontal.

2.1 El principio de inercia

Cuando damos un empujón repentino a un objeto que está sobre una superficie plana horizontal hecha de cemento, este empieza a moverse y, en algún momento se detiene. Si ahora damos el empujón al mismo objeto sobre una superficie de hielo, podemos observar que antes de detenerse su desplazamiento es mayor con relación al desplazamiento anterior. Cabe preguntarnos, ¿un objeto se puede mover indefinidamente con sólo darle un empujón inicial?

 © Santillana

Según la física aristotélica de la antigüedad, se pensaba que en ningún caso, el movimiento de los objetos en la Tierra podría continuar indefinidamente pues este se consideraba de carácter transitorio. En la época de Galileo, se aceptó la tendencia natural del movimiento de un objeto, a menos que fuera interrumpido por la presencia de asperezas en las superficies con las que tuviera contacto, era continuar indefinidamente.

Consideremos el siguiente experimento con dos planos inclinados que se unen por sus extremos como lo muestra la figura 11. Si una esfera se suelta desde cierta altura en uno de los planos, su velocidad se incrementa con aceleración constante hasta llegar a la base del plano y, posteriormente, subirá por el otro plano hasta detenerse en un punto de altura ligeramente menor con respecto a la altura inicial desde la cual se ha soltado en el primer plano.

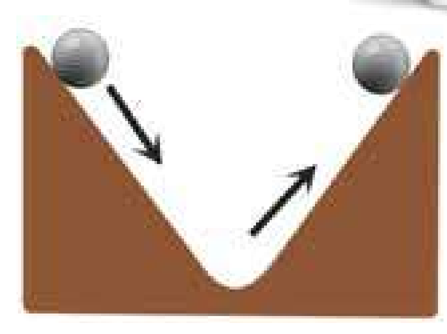


Figura 11. Movimiento de un cuerpo por dos planos con la misma inclinación.

Al disminuir la inclinación del segundo plano, como muestra la figura 12, el resultado del experimento sigue siendo el mismo. La esfera llega a una altura un poco menor que la altura del punto desde el cual se ha soltado en el primer plano, aún cuando recorre mayor distancia.

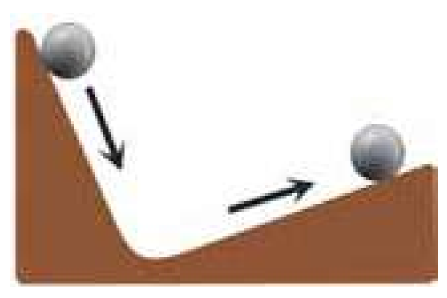


Figura 12. Movimiento de un cuerpo por dos planos con diferente inclinación.

Ahora supongamos que el segundo plano se dispone horizontalmente como lo muestra la figura 13 y que su superficie es perfectamente lisa, libre de asperezas, cabe esperar que la bola ruede indefinidamente manteniendo su velocidad constante.

A partir de razonamientos como los presentados en los párrafos precedentes, Galileo enunció el principio de inercia:

Definición

Un cuerpo que se mueve por una superficie plana permanecerá en movimiento en la misma dirección con velocidad constante si nada lo perturba.

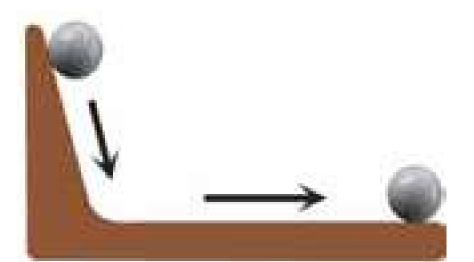
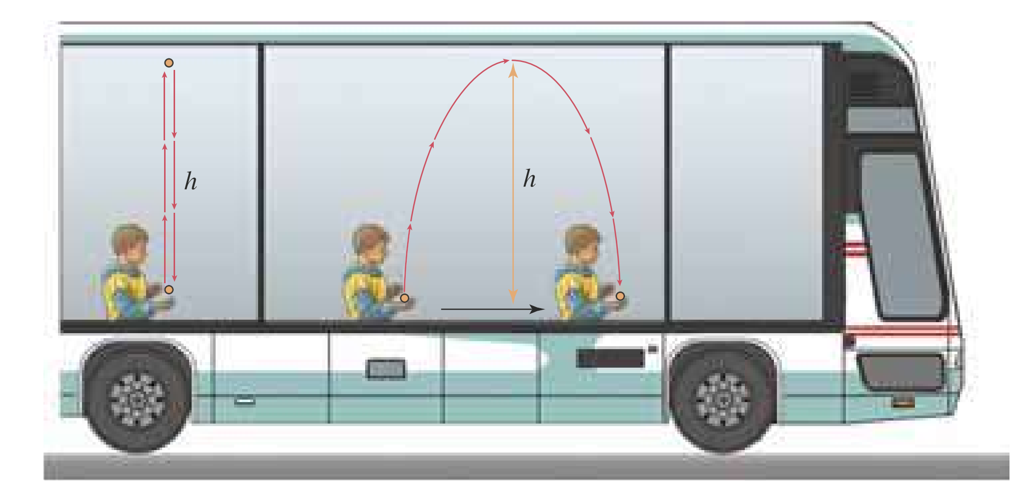


Figura 13. Movimiento de un cuerpo por dos planos, uno inclinado y otro horizontal.

Supongamos que una persona se transporta en un bus que se mueve con velocidad constante. Si lanza una moneda hacia arriba, ¿esta cae de nuevo a sus manos?, ¿cae detrás de ella? o ¿delante de ella?

A continuación se muestra la trayectoria que describiría un observador dentro del bus.

El movimiento descrito por quien lanza la moneda en el bus es el de un objeto que se mueve inicialmente hacia arriba con determinada velocidad hasta que alcanza velocidad cero y entonces, cae.





Para analizar lo que vería un observador en la vía, aplicamos el principio de independencia y el principio de inercia. El movimiento de la moneda está compuesto por dos movimientos independientes.

- Uno de ellos corresponde al movimiento vertical de un objeto lanzado hacia arriba que regresa al punto de partida.
- El otro movimiento corresponde al movimiento horizontal con velocidad constante.

EJEMPLO



Resuelve la siguiente situación.

Andrés lanza una moneda con velocidad de 2,45 m/s dentro de un bus que se mueve con velocidad de 10 m/s. Determinar:

a. El tiempo que emplea la moneda en alcanzar el punto más alto.
b. La altura máxima que alcanza la moneda.
c. La distancia que recorre el bus mientras la moneda está en el aire.


Solución:

Para analizar lo que vería un observador en la vía, aplicamos el principio de independencia y el principio de inercia.


El movimiento de la moneda se compone de dos movimientos independientes.

- Uno corresponde al movimiento vertical de un objeto lanzado hacia arriba que regresa al punto de partida.
- El otro corresponde al movimiento horizontal con velocidad constante.

a. Para determinar el tiempo en que la moneda alcanza el punto más alto, consideremos las características de la situación dentro del bus.

   En el punto más alto de la trayectoria, la velocidad de la moneda es cero. Por ende,

   $v = v_0 - gt$

   $0 = 2,45 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2\, t$

   $t = 0,25 \text{ s}$ *Se despeja el tiempo*

   El tiempo en que la moneda alcanza la altura máxima es $t = 0,25$ s.

b. La altura que alcanza la moneda se determina mediante la ecuación:

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 2,45 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,25)^2$$

$$y = 0,30 \text{ m}$$

   La altura que alcanza la moneda es 0,30 m.

c. La distancia que recorre el bus mientras la moneda alcanza la altura de 0,30 m, se determina con la ecuación para el movimiento uniforme: $\Delta x = v \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ s} = 2,5 \text{ m}$

   La moneda regresa a las manos de Andrés 0,5 segundos después; entre tanto, el bus se desplaza 5 m. Esta medida corresponde al doble de la distancia recorrida por él mientras la moneda asciende.

En la situación planteada en el ejemplo, si el bus está en reposo o se mueve con velocidad constante, la moneda cae en manos de quien la lanzó. El principio de inercia modificó las orientaciones que había acerca del movimiento y entonces se hizo necesario reconocer cierta afinidad entre un objeto en reposo y otro moviéndose en línea recta con velocidad constante.

 © Santillana



2.2 Lanzamiento horizontal

Llamamos lanzamiento horizontal al movimiento que describe un proyectil cuando se dispara horizontalmente desde cierta altura con velocidad inicial v_0. Es decir, perpendicularmente a la aceleración de la gravedad g (figura 14).

Analicemos ahora cuál es la diferencia entre este movimiento de lanzamiento horizontal y el de caída libre que estudiamos en la unidad anterior.

Para analizar este movimiento, supongamos que se lanza una pelota desde la superficie de una mesa en forma horizontal con velocidad v_0 como se muestra a la derecha.

En el caso del lanzamiento horizontal la pelota, al caer, se desplaza horizontalmente. El movimiento se produce en el plano, en dos direcciones: una en el eje x y la otra en el eje y. Si bien, a primera vista, la trayectoria de la pelota puede parecer complicada, veremos que el hecho de descomponer el movimiento en estas dos direcciones simplificar notablemente el problema.

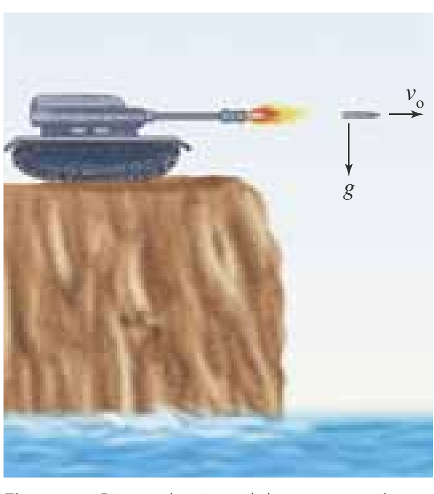


Figura 14. Disparo horizontal de un proyectil.

El movimiento horizontal

La figura ilustra que en la dirección horizontal la pelota experimenta desplazamientos iguales en tiempos iguales, es decir, que el movimiento horizontal ocurre con velocidad constante.

Más aún la velocidad con la que avanza la pelota en dirección horizontal coincide con la velocidad con la cual la pelota abandonó la superficie de la mesa. Así, en la dirección horizontal la pelota se mueve siempre con la misma velocidad, es decir, que no hay aceleración, por tanto, el movimiento horizontal es uniforme.

El movimiento vertical

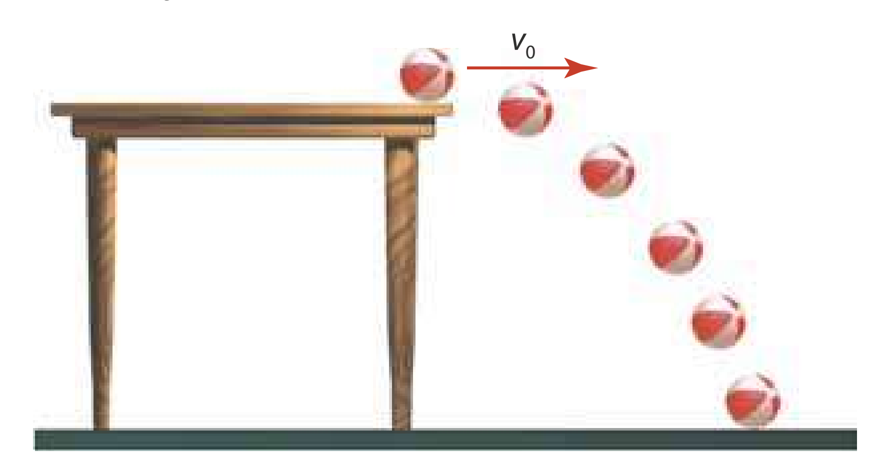
La figura ilustra que la pelota experimenta desplazamientos cada vez mayores en intervalos iguales de tiempo, es decir, que el movimiento vertical de la pelota se realiza con velocidad variable.

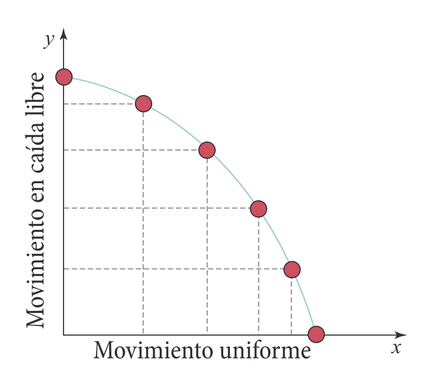
El movimiento vertical de la pelota es igual que el movimiento que describe un objeto en caída libre que se suelta desde el borde de la mesa. Es decir que el movimiento vertical de la pelota es uniformemente acelerado con una aceleración igual a la aceleración de la gravedad.

En la figura hemos proyectado el movimiento de la pelota para cinco intervalos iguales de tiempo.

EJERCICIO

Imagina que desde el borde de la mesa se lanza horizontalmente una pelota y al tiempo se deja caer otra desde la misma altura. ¿Cuál cae primero al piso? ¿Cuál llega con mayor velocidad?





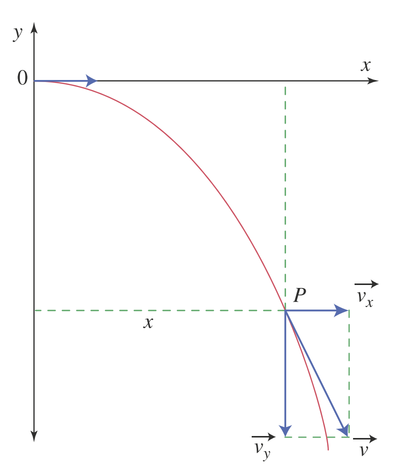


Figura 15. Composición de un movimiento que tiene como sistema de referencia los ejes de coordenadas cartesianas.

En conclusión, el movimiento descrito por un objeto que se lanza horizontalmente, está compuesto por dos movimientos: uno rectilíneo uniforme (en el eje x); y otro, rectilíneo uniformemente acelerado (en el eje y). La combinación de estos dos movimientos determina la trayectoria que describe el cuerpo.

Para estudiar esta composición de movimientos rectilíneos, elijamos como sistema de referencia el que se forma por dos ejes de coordenadas cartesianas x-y cuyo origen (0, 0) se sitúa en el punto de disparo (figura 15).

En cualquier punto de la trayectoria, la velocidad del objeto tiene por componentes v_x y v_y, es decir, que la velocidad es $\vec{v} = (v_x, v_y)$ y su dirección es tangente a la trayectoria.

Analicemos los dos movimientos, en el eje x y en el eje y, para un objeto que se lanza horizontalmente con velocidad v_0 cuando se desprecia la resistencia del aire.

Movimiento horizontal

En cualquier posición, la componente v_x de la velocidad del proyectil coincide con la velocidad inicial v_0.

Es decir,

$$v_x = v_0$$

La coordenada de la posición en el eje x se expresa como:

$$x = v_0\, t$$

Movimiento vertical

Es un movimiento de caída libre, con velocidad inicial cero.

Para cualquier posición, la componente v_y de la velocidad del proyectil coincide con la velocidad de caída de un cuerpo que se suelta desde la misma altura.

Por tanto, $v_y = v_{0_y} - gt$ donde $v_{0_y} = 0$, luego,

$$v_y = -g \cdot t$$

La coordenada de la posición en el eje y se expresa como:

$$y = v_{0_y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

como $v_{0y} = 0$, tenemos que

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

Para determinar la forma de la trayectoria seguida por el proyectil, a partir de la expresión $x = v_0 \cdot t$ obtenemos que $t = \dfrac{x}{v_0}$

Al sustituir esta expresión del tiempo se obtiene

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2, \text{ luego } y = -\frac{g x^2}{2 v_0^2}$$

lo cual corresponde a la parábola como se muestra en la figura 16.

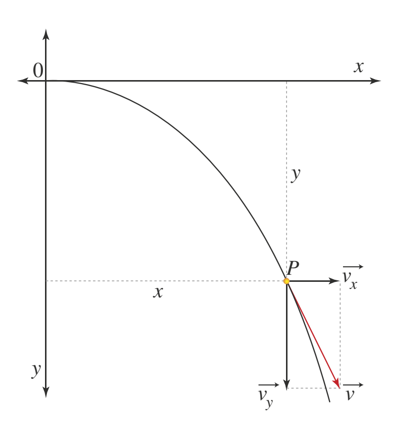


Figura 16. Forma parabólica de la trayectoria del movimiento.

© Santillana



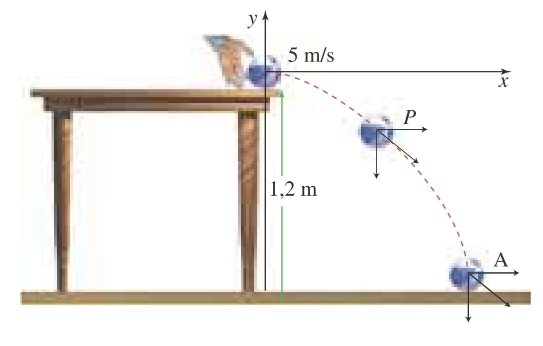
EJEMPLO

Desde la superficie de una mesa de 1,2 m de alto se lanza horizontalmente una pelota, con velocidad inicial de 5 m/s. Determinar:

a. La posición de la pelota 0,2 segundos después del lanzamiento.

b. La posición de la pelota al chocar con el piso.

c. La velocidad de la pelota inmediatamente antes de chocar con el piso.





Solución:

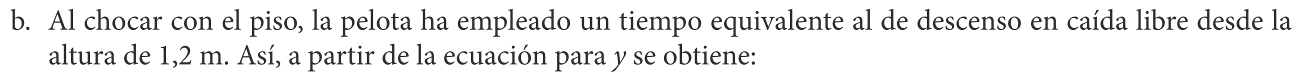
La situación se puede representar con el dibujo de la derecha.

a. Al cabo de 0,2 segundos, las coordenadas de la posición P son:

$$x = v_0 t = 5 \text{ m/s} \cdot 0{,}2 \text{ s} = 1 \text{ m}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(0{,}2 \text{ s})^2 = -0{,}2 \text{ m}$$

La posición a los 0,2 segundos se representa por el vector $(1, -0{,}2)$, con las componentes medidas en metros.



b. Al chocar con el piso, la pelota ha empleado un tiempo equivalente al de descenso en caída libre desde la altura de 1,2 m. Así, a partir de la ecuación para y se obtiene:

$$-1{,}2 \text{ m} = -\frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \qquad \text{luego } t = 0{,}5 \text{ s.}$$

La posición A al caer al piso, en la dirección de y es $y = -1{,}2$ m y la posición en la dirección de x se determina mediante la expresión:

$$x = v_0 \cdot t = 5 \text{ m/s} \cdot 0{,}5 \text{ s} = 2{,}5 \text{ m}$$

El impacto con el piso ocurre en el punto de coordenadas $(2{,}5; -1{,}2)$, con las componentes medidas en metros.

c. La velocidad en el eje x, en todos los puntos es $v_x = 5$ m/s y la velocidad en el eje y se determina mediante la ecuación.

$$v_y = g \cdot t = -9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}5 \text{ s} = -4{,}9 \text{ m/s}^2$$

La velocidad al llegar al piso es $\vec{v} = (5, -4{,}9)$, con las componentes medidas en m/s.

La norma de la velocidad es $v = \sqrt{(5 \text{ m/s})^2 + (-4{,}9 \text{ m/s})^2} = 7{,}0 \text{ m/s}$

2.3 Movimiento de proyectiles

Supongamos que se lanza un objeto, con velocidad v_0, que forma con la horizontal un ángulo α_0 (figura 17). La velocidad inicial tiene dos componentes: v_{0x} y v_{0y}, las cuales se determinan por:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \alpha_0$$

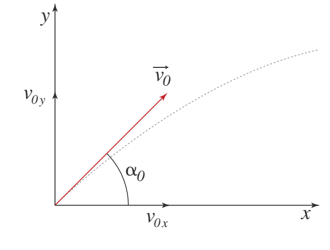


Figura 17. Vector velocidad inicial.

Al igual que en el lanzamiento horizontal, este movimiento resulta de la composición de dos movimientos: uno vertical, con velocidad v_{0y}, que corresponde al de un objeto lanzado hacia arriba y que regresa a la tierra, y otro horizontal con velocidad constante v_{0x} (figura 18).

La aceleración en el movimiento vertical hacia arriba es igual aceleración cuando se dirige hacia abajo. El cuerpo al ascender disminuye la velocidad hasta que por un instante, su velocidad vertical es cero, en el punto más alto, y luego desciende empleando en regresar al nivel desde el que fue lanzado, el mismo tiempo que cuando subió.

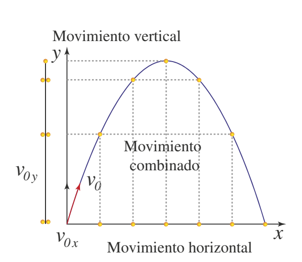


Figura 18. Movimiento parabólico.



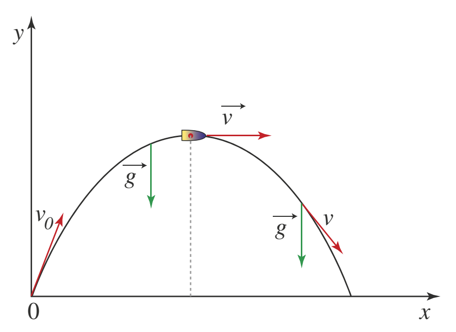


Figura 19. La aceleración solo tiene valor en el eje *y*, y es igual a *g*.

El movimiento del proyectil es la composición de un movimiento vertical bajo la acción de la aceleración de la gravedad y un movimiento horizontal en el que se realizan desplazamientos iguales en tiempos iguales.

Si se considera el origen, es decir el punto (0, 0), en el punto de partida del proyectil, al cabo de determinado tiempo el objeto ocupa la posición (x, y) y su velocidad es $v = (v_x, v_y)$, donde:

$$x = v_x \cdot t$$

$$y = v_{0y} + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v_x = v_{0x} = \text{constante}$$

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t$$

Puesto que la componente de la velocidad en el eje x es constante, su valor en cualquier instante es el mismo que en el momento del lanzamiento, v_{0_x}.

La aceleración solo tiene componente en el eje y que es la aceleración de la gravedad (figura 19).

Como lo hemos dicho, la velocidad de un objeto en cualquier punto de la trayectoria es un vector tangente a la misma.

A partir de las expresiones para x y para y es posible determinar la posición del objeto en cualquier instante de tiempo.

Por ejemplo, si se toma el sentido positivo del eje y hacia arriba, a una posición por debajo del nivel desde el cual se ha lanzado un objeto le corresponde un valor y negativo.

EJEMPLOS

Un balón se dispara con velocidad de 15 m/s formando, con la horizontal, un ángulo de 37°.

a. Determinar las componentes v_{0x} y v_{0y} de la velocidad inicial.

b. Calcular los valores de las componentes de la velocidad a los 0,5 s y a los 1,2 s.

c. Calcular los valores de las componentes de la posición a los 0,5 s y a los 1,2 s.

d. Calcular el tiempo en alcanzar la altura máxima.

e. Determinar la altura máxima.

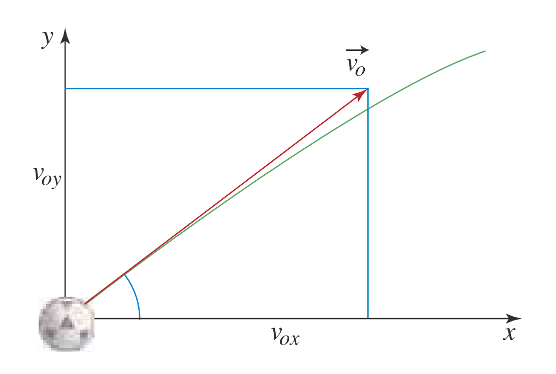
f. Calcular la distancia horizontal que alcanza al caer al piso.

g. Dibujar la trayectoria y representar el vector velocidad y sus componentes para estos tres casos:

- en el punto de partida
- en el punto más alto
- al cabo de 1,2 s

Solución:

La gráfica muestra una representación de la velocidad inicial.



a. Las componentes de la velocidad inicial se calculan mediante:

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 = 15 \text{ m/s} \cdot \cos 37° = 15 \text{ m/s} \cdot 0{,}8 = 12 \text{ m/s}$

$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \alpha_0 = 15 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 37° = 15 \text{ m/s} \cdot 0{,}6 = 9 \text{ m/s}$

El vector velocidad inicial es $v_0 = (12; 9)$, cuyas componentes están medidas en m/s.

© Santillana

b. Al cabo de 0,5 s, la velocidad en el eje x es constante y su valor es $v_x = 12$ m/s.

La velocidad en la dirección del eje y es:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 9 \text{ m/s} + (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot 0{,}5 \text{ s} = 4{,}1 \text{ m/s}$$

Luego a los 0,5 s la velocidad es $v = (12; 4{,}1)$ con las componentes en m/s.

Al cabo de 1,2 s, la velocidad en el eje x es $v_x = 12$ m/s y la velocidad en la dirección del eje y se calcula mediante:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 9 \text{ m/s} + (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot 1{,}2 \text{ s} = -2{,}8 \text{ m/s}$$

Luego a los 1,2 s la velocidad es $\vec{v} = (12; -2{,}8)$ con las componentes en m/s.

c. La posición al cabo de 0,5 s, se determina mediante:

- En el eje x: $x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 0{,}5 \text{ s} = 6{,}0 \text{ m}$
- En el eje y: $y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 0{,}5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot (0{,}5 \text{ s})^2 = 3{,}3 \text{ m}$

Es decir que a los 0,5 s, ocupa la posición (6; 3,3), con las componentes medidas en metros.

La posición al cabo de 1,2 s, se calcula mediante:

- En el eje x: $x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 1{,}2 \text{ s} = 14{,}4 \text{ m}$
- En el eje y: $y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 1{,}2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot (1{,}2 \text{ s})^2 = 3{,}7 \text{ m}$

Es decir que a los 1,2 s, ocupa la posición (14,4; 3,7) con las componentes medidas en metros.

d. Para calcular el tiempo en alcanzar la altura máxima, sabemos que en el punto más alto, la componente vertical de la velocidad, v_y, es cero, por tanto:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t$$

$$0 = 9 \text{ m/s} + (9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot t, \text{ de donde, } t = 0{,}9 \text{ s}$$

El tiempo en alcanzar la altura máxima es 0,9 segundos.

e. Sabemos que alcanzó la altura máxima en 0,9 s, por tanto, para la altura máxima se tiene:

$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 0{,}9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot (0{,}9 \text{ s})^2 = 4{,}1 \text{ m}$$

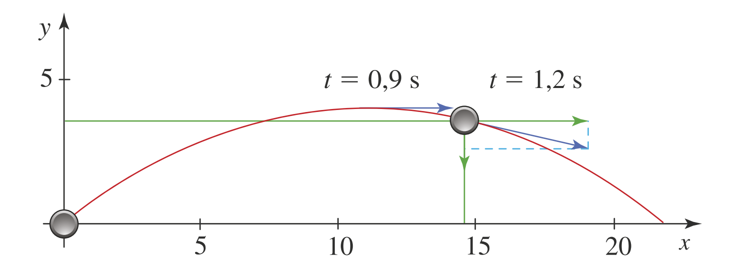
La altura máxima alcanzada por el objeto es 4,1 m.

f. Como el objeto empleó 0,9 s en alcanzar la altura máxima, podemos concluir que tardó 1,8 s en regresar al nivel desde el cual fue lanzado, por tanto, la distancia horizontal que alcanza al llegar al piso es:

$$x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 1{,}8 \text{ s} = 21{,}6 \text{ m.}$$

La posición en el punto más alto es (10,8; 4,1) y en el punto en el cual cayó es (21,6; 0). En ambos casos las componentes se miden en metros.

g. La trayectoria descrita por el objeto se muestra a continuación:







Interpreta

1 **Representa el vector velocidad resultante en cada uno de los siguientes casos:**

a. Un atleta que cruza un río nadando hacia la otra orilla a 8 m/s cuando el río corre con una velocidad perpendicular a él de 6 m/s.

b. Una golondrina que vuela horizontalmente a 6 m/s mientras que el viento sopla a 2,5 m/s, formándose entre las dos velocidades un ángulo de 50°.

2 **La posición que ocupa un cuerpo en diferentes instantes de tiempo se representa por medio de los vectores:**

$t = 0$ s $\quad \vec{r} = (-5, 0)$

$t = 1$ s $\quad \vec{r} = (-3, 4)$

$t = 2$ s $\quad \vec{r} = (0, 5)$

$t = 3$ s $\quad \vec{r} = (3, 4)$

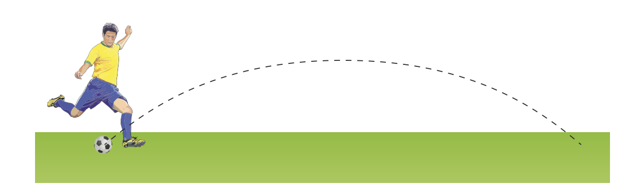
$t = 3$ s $\quad \vec{r} = (5, 0)$

a. Ubica cada vector en el plano cartesiano.

b. Grafica una posible trayectoria del cuerpo.

3 **Dibuja la trayectoria de un proyectil que es lanzado con una velocidad que forma un ángulo con la horizontal de 35°. Sobre ella, dibuja el vector velocidad y el vector aceleración en el punto de salida, en el más alto y, en el punto más bajo de la trayectoria.**

4 **Un jugador patea una pelota con una velocidad que forma un ángulo con la horizontal. Si la pelota lleva una velocidad horizontal de 2 m/s y cae a 16 m de donde fue lanzada, ¿cuál es la componente vertical de la velocidad de lanzamiento?**



Argumenta

5 **Un profesor de física explica a sus estudiantes que la luz se propaga en línea recta. Uno de ellos le pregunta si la luz emitida por el Sol es una magnitud física de carácter vectorial. ¿Qué crees que responderá el profesor? ¿Por qué?**

6 **Examina las siguientes magnitudes físicas y establece si ellas son vectoriales o escalares; longitud, velocidad, aceleración, temperatura, área y densidad. Justifica tu respuesta.**

7 **Responde. ¿Puede la componente de un vector ser mayor o igual que su norma? ¿Por qué?**

8 **Un automóvil parte del reposo hasta alcanzar una velocidad *v*, con la que se mueve durante un tiempo *t* y finalmente se detiene después de aplicar los frenos. ¿Puede afirmarse que durante todo el movimiento la velocidad y la aceleración tienen la misma dirección?**



9 **Un proyectil se lanza con velocidad de 10 m/s. Dibuja las trayectorias seguidas si el ángulo de lanzamiento es de 30° y si el ángulo de lanzamiento es de 60°. Realiza los cálculos que consideres pertinentes.**

Propone

10 **Da un ejemplo en el que dos cuerpos describan la misma trayectoria pero realicen diferente desplazamiento.**

11 **Un cuerpo se somete al mismo tiempo a la acción de dos velocidades de diferente norma. ¿Cómo deben ser las direcciones de estas dos velocidades para que el cuerpo se mueva con la máxima velocidad resultante posible? ¿Por qué?**

12 **Responde. ¿Qué debe hacer el timonel de un barco para que la corriente del río no desvíe su embarcación cuando quiere moverlo en dirección perpendicular a la corriente?**

13 **Dos automóviles, *A* y *B*, se mueven con la misma rapidez en un camino largo y recto, ¿con qué velocidad se mueve al auto *B* con respecto al auto *A*?, si:**

a. se dirigen el uno hacia el otro.

b. se alejan el uno del otro.

c. se mueven en la misma dirección.

14 **Plantea un ejemplo en el que la composición de dos movimientos no dé como resultado un movimiento con trayectoria parabólica.**

 © Santillana

Actividades

Verifica conceptos

1 **Explica por qué el tiempo transcurrido para un evento determinado no es una magnitud vectorial.**

2 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- ☐ Toda magnitud vectorial tiene norma y dirección.
- ☐ La norma de un vector representa la longitud del vector.
- ☐ La distancia recorrida por un cuerpo es una magnitud vectorial.
- ☐ Dos vectores con la misma norma no necesariamente son iguales.
- ☐ Todo vector tiene dos componentes que son perpendiculares entre sí.

3 **Determina cuál de los siguientes valores no puede representar la norma de un vector.**

a. 14 m

b. 0 km

c. −8 m/s

d. 250 N

4 **De las siguientes magnitudes cuál es escalar.**

a. El desplazamiento

b. La velocidad

c. El área

d. La aceleración

5 **La velocidad de un cuerpo es de 25 m/s a 40° hacia el noroeste, dicho vector se representa mediante:**

a. $\vec{v} = (-16{,}05; 19{,}15)$

b. $\vec{v} = (-19{,}15; 16{,}05)$

c. $\vec{v} = (16{,}05; -19{,}15)$

d. $\vec{v} = (19{,}15; -16{,}05)$

6 **Responde. ¿Por qué cuando dos automóviles transitan con la misma rapidez paralelos uno del otro en una avenida se dice que sus velocidades son equivalentes?**

Analiza y resuelve

7 **Un avión vuela una distancia de 620 km, a una velocidad de 800 km/h, con un viento de 65 km/h. Determina el tiempo que emplea el avión en recorrer los 620 km si vuela:**

a. con el viento a favor.

b. con el viento en contra.

8 **Un barco se mueve en un río a favor de la corriente. ¿Puede afirmarse que se mueve a una velocidad mayor que la del río? ¿Por qué?**

9 **Responde. ¿Puede la suma de dos vectores con normas diferentes dar como resultado cero? ¿Por qué?**

10 **Para un atleta que nada en contra de la corriente de un río, ¿puede suceder que en algún caso su velocidad resultante con respecto a la orilla sea cero? ¿Por qué?**

11 **Un orgulloso nadador acostumbrado a atravesar un río, es desafiado a una carrera atravesando una piscina olímpica, reto ante el cual él responde: "He cruzado en tantas oportunidades el río Magdalena con su brioso caudal, que una piscina olímpica no representa un gran reto para mí, tengo confianza en que ganaré". ¿Por qué piensas que el nadador está tan seguro de ganar el reto?**

Problemas básicos

12 **Un perro que persigue un automóvil recorre 20 m al norte y 30 m al oeste, ¿cuál es la posición final del perro con respecto al punto donde comenzó?**

13 **La mamá de Stella la envía al supermercado con las siguientes indicaciones: caminas 3 cuadras hacia el sur y luego 5 cuadras al este. ¿Cuáles son la norma y la dirección del desplazamiento de Stella?**

14 **Camilo jugando golfito, introduce la pelota en el hoyo en dos lanzamientos. El primero 2 m al sur y el segundo 3,5 m al suroeste a 45°. ¿Qué norma y qué dirección debe tener su lanzamiento para que Camilo haga hoyo en un solo lanzamiento?**



Actividades

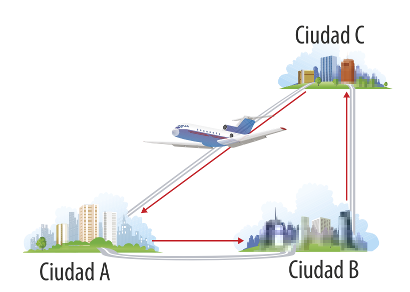
15 **Cuando un pescador rema en su canoa se mueve a una velocidad de 3 m/s. Si va a cruzar el río cuya corriente tiene una velocidad de 1 m/s, ¿con qué velocidad se mueve el pescador con respecto a la orilla del río?**

16 **Un patinador recorre 2,5 km al oeste y luego 4 km al sur. Si el recorrido total lo realiza 45 min:**

a. ¿con qué rapidez media se mueve el patinador?

b. ¿cuáles son la norma y dirección de su velocidad media?

17 **Un avión parte de una ciudad *A* hacia una ciudad *B* recorriendo 350 km hacia el este. Luego, desde la ciudad *B*, va a la ciudad *C* recorriendo 420 km al norte. ¿Qué ubicación debe programar el piloto de la ciudad *A*, para poder viajar a ella desde la ciudad *C*?**



18 **Una avioneta se dirige hacia el aeropuerto por el oeste con una velocidad de 200 km/h. Si se presenta un fuerte viento que tiene una velocidad de 48 km/h a 30° al noroeste:**

a. ¿cuál es la velocidad de la avioneta?

b. ¿hacia qué dirección debe orientarse la avioneta para llegar al aeropuerto y no desviarse?

19 **Un ciclista recorre 8 km hacia el oeste, luego cambia de dirección. Al final del recorrido se encuentra a 12 km a 35° al noreste. ¿Cuál es la norma y dirección de su segundo desplazamiento?**

Problemas de profundización

20 **El piloto de una avioneta debe mantener el rumbo de 18° al noreste para que el avión viaje hacia el este con respecto a la Tierra. La velocidad de la avioneta es 320 km/h y su velocidad con respecto al suelo es de 350 km/h. Determina la velocidad del viento.**

21 **Unos niños en una excursión deciden hacer un concurso del tesoro escondido, para lo cual primero deben dibujar el mapa, que tiene las siguientes instrucciones: desde la palmera camine 40 pasos al sur, luego 60 pasos a 30° suroeste, después 50 pasos al norte y finalmente, 30 pasos a 45° al noreste.**

a. Dibuja el mapa del tesoro.

b. Determina las componentes horizontal y vertical de cada uno de los desplazamientos.

c. Halla gráficamente la posición en la que se encuentra el tesoro con respecto a la palmera.

22 **Una ruta escolar realiza solo dos paradas en su recorrido después de salir de la estación. La primera a 6 km y 60° al noroeste, donde suben los niños, y la segunda en el colegio que es su destino a 9,5 km y 40° al noreste de la estación. ¿Qué desplazamiento realiza la ruta desde el punto donde se suben los niños hasta el colegio donde estudian?**

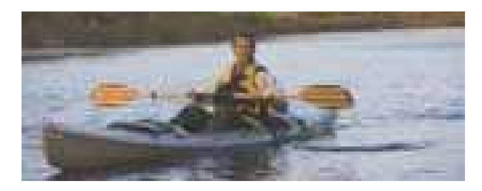
23 **Dos atletas parten del mismo punto y se mueven con rapidez de 25 km/h formando entre ellos un ángulo de 120°. Después de 1,5 h:**

a. ¿a qué distancia está cada uno del punto de partida?

b. ¿qué distancia hay entre los dos?

24 **Un policía persigue a un ladrón y cuando está a punto de alcanzarlo, este escapa por un atajo recorriendo 300 m hacia el sur y luego 450 m a 45° al sureste. Si el policía se desplaza desde el mismo punto del ladrón 695,3 m, a un ángulo de 63° al sureste, ¿podrá coincidir la posición del policía con la del ladrón?**

25 **Luis rema desde el punto A hasta el punto B en la orilla de un río en el que la velocidad de la corriente es 1 km/h con la corriente a favor y emplea un tiempo de 1 h. Cuando se mueve en contra de la corriente emplea 2 h para ir del punto B al punto A. Determina la velocidad con la cual se mueve el bote en aguas tranquilas.**



 © Santillana



Verifica conceptos

1 **Responde. ¿En qué se diferencia el planteamiento hecho por Aristóteles y Galileo con respecto al movimiento de un cuerpo en un plano horizontal?**

2 **Un niño va en su bicicleta y choca contra una piedra. ¿Cómo es su movimiento después del choque? ¿Por qué?**

3 **La trayectoria seguida por un proyectil en su lanzamiento resulta de la composición de dos movimientos, uno vertical y otro horizontal, estos movimientos son respectivamente:**

a. Rectilíneos uniformes.

b. Rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado, con aceleración igual a la de la gravedad.

c. Uniformemente acelerados.

d. Uniformemente acelerado, con aceleración igual a la de la gravedad y rectilíneo uniforme.

4 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

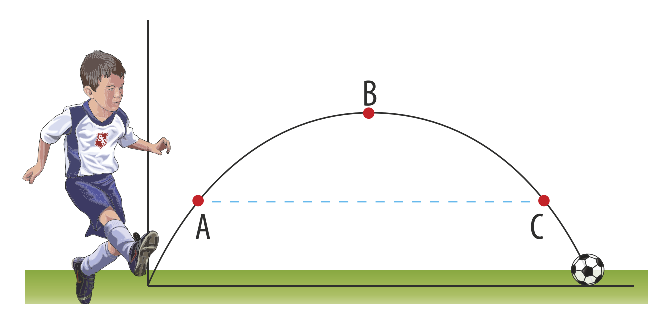
☐ En un lanzamiento horizontal, el movimiento a lo largo del eje *x* del cuerpo es rectilíneo uniforme, porque no hay nada que lo perturbe.

☐ La posición que ocupa un proyectil durante su movimiento tiene una sola componente que está sobre el eje *y*.

☐ Para calcular la altura alcanzada por un proyectil en la Tierra es suficiente conocer la velocidad de lanzamiento.

☐ La aceleración de un proyectil en el punto más alto de su trayectoria es cero.

Las preguntas 5, 6, 7 y 8 se refieren a la siguiente gráfica, que muestra la trayectoria seguida por un balón que es pateado por un niño, con velocidad v_o que forma un ángulo α con la horizontal.



5 **Responde. ¿Puede afirmarse que el tiempo que tarda el cuerpo en ir del punto *A* hasta el punto *B* es el mismo que tarda en ir de *B* hasta *C*? ¿Por qué?**

6 **Con respecto a la norma de la aceleración en los puntos *A* y *B* es cierto que:**

a. $a_A < a_B$

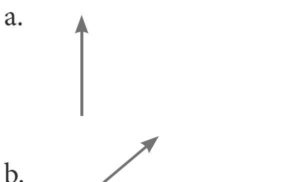
b. $a_A . a_B$

c. $a_A = a_B = g$

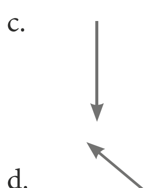
d. $a_A = a_B = 0$

7 **En los puntos *A*, *B* y *C* el vector que representa la aceleración es:**

a. b.



c. d.



8 **En el punto *C* de la trayectoria la velocidad está representada por el vector:**

a. $(v_0 \cdot \cos \alpha; 0)$

b. $(0; v_0 \cdot \text{sen } \alpha)$

c. $(v_0 \cdot \cos \alpha; v_0 \cdot \text{sen } \alpha)$

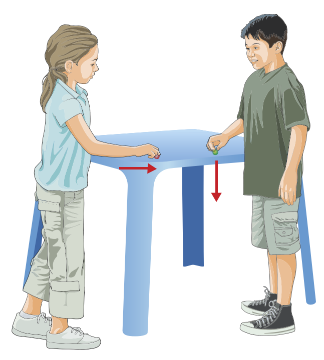
d. $(0; 0)$

Analiza y resuelve

9 **Dos niños juegan con dos canicas en una mesa, si uno deja caer la canica desde la altura de la mesa y al mismo tiempo el otro niño empuja su canica horizontalmente desde el borde de la mesa,**

a. ¿cuál de las dos canicas llega primero al suelo? ¿Por qué?

b. ¿cuál llega con mayor velocidad al suelo? ¿Por qué?



10 **Responde. ¿Por qué en un partido de fútbol, cuando se cobra un tiro de esquina, suele cobrarse por el aire y no por el suelo?**

© Santillana



Actividades

11 **Un jugador de baloncesto debe hacer un pase a un compañero que se encuentra al otro lado de la cancha. Si lanza el balón con una velocidad *v* formando un ángulo de 60° con la horizontal, ¿obtendrá mayor alcance horizontal que lanzándolo a la misma velocidad *v* pero a un ángulo de 30° sobre la horizontal? ¿Por qué?**

12 **Si se desprecia la resistencia del aire, son iguales los alcances de los proyectiles cuyos ángulos de salida son mayores o menores de 45°. ¿Es cierta esta afirmación? ¿Por qué?**

13 **¿Es correcta la afirmación: "Para que un proyectil tenga su alcance máximo las componentes horizontal y vertical de su velocidad deben ser iguales"? ¿Por qué?**

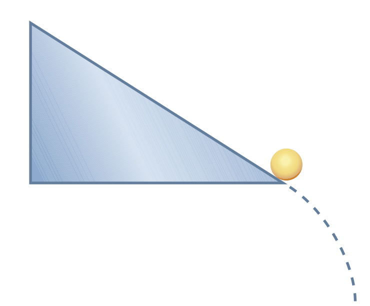
14 **Para una esfera que rueda por una rampa inclinada y luego se separa de ella, es correcto afirmar que:**

a. el movimiento durante el tiempo que la esfera está en contacto con la rampa es rectilíneo uniforme.

b. el movimiento de la esfera al separarse de la rampa es una caída libre.

c. la esfera al separarse de la rampa tiene el movimiento de los proyectiles.

d. el movimiento de la esfera al salir de la rampa es un lanzamiento horizontal.



15 **En el interior de un tren, que se mueve con velocidad constante, una persona lanza verticalmente hacia arriba una manzana. Dibuja la trayectoria que describe la manzana:**

a. Para la persona que la lanza.

b. Para una persona que está fuera del tren. ¿Son las dos trayectorias iguales o diferentes? ¿Por qué?

16 **Responde. ¿Qué diferencia existe entre los movimientos hechos por un deportista en una competencia si utiliza el trampolín ajustable o el de cemento que es rígido? Explica tu respuesta.**

Problemas básicos

17 **Desde la terraza de una casa se lanza una pelota con una velocidad horizontal de 2 m/s. Si cae al suelo a 3,5 m de la base de la casa,**

a. ¿cuánto tiempo tarda la pelota en tocar el suelo?

b. ¿a qué altura está la terraza?

18 **Un bebé lanza el tetero con una velocidad horizontal de 1,5 m/s, desde su silla-comedor de 1,2 m alto.**

a. ¿Cuánto tiempo tarda el tetero en llegar al suelo?

b. ¿A qué distancia horizontal de la silla-comedor cae el tetero al suelo?

19 **Un helicóptero, que lleva medicamentos, vuela a una velocidad de 450 km/h y a una altura de 1.200 m. ¿A qué distancia horizontal, antes de llegar al campamento, donde debe entregar los medicamentos, deberá soltarlos para que caigan justo en el campamento?**

20 **Tratando de bajar de un estante de 1,8 m de alto una caja de cereal que contiene un premio, Carlos la empuja horizontalmente haciendo que caiga a 0,95 m del estante.**

a. ¿Con qué velocidad empujó la caja Carlos?

b. ¿Cuánto tiempo tardó la caja de cereal en caer al suelo?

21 **Un niño parado en la ventana de su casa a 3,8 m de altura lanza, con una velocidad horizontal de 2,2 m/s, un trompo a su amigo que se encuentra al frente a 3 m al pie de su casa.**

a. ¿Alcanza a caer el trompo a la distancia donde está el amigo?

b. ¿Con qué velocidad debe lanzar el trompo para que llegue hasta su amigo?

22 **Un arquero lanza desde el suelo una pelota con una velocidad de 20 m/s a una elevación de 50°. ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo?**

 © Santillana

23 **Desde la cima de una montaña a 45 m del suelo se dispara un proyectil con una velocidad de 110 m/s y un ángulo de elevación de 25°. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la bala por encima del suelo?**

Problemas de profundización

24 **Un jugador de tejo lanza el hierro con un ángulo de 45° sobre la horizontal y cae a un punto situado a 30 del lanzador. ¿Qué velocidad inicial le proporcionó el jugador al tejo?**

25 **Se lanza una moneda al aire formando un ángulo con la horizontal. Cuando se encuentra a 1,5 m del sitio que se lanzó, las componentes de su velocidad son 2,6 m/s en el eje *x* y 1,82 m/s en el eje *y*.**

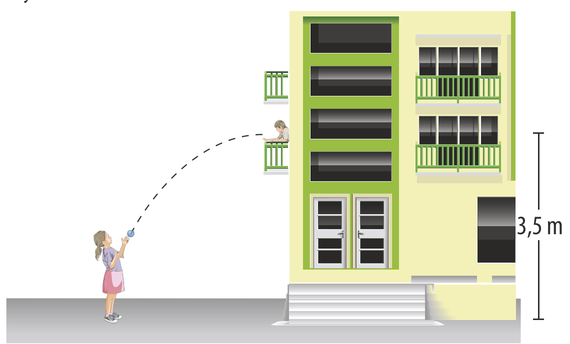
a. ¿Con qué velocidad fue lanzada?

b. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

26 **María se encuentra sentada en el andén a 6 m de distancia al frente de la casa de su amigo Juan, quien le pide le lance la pelota con la que está jugando. Si María lanza la pelota desde el suelo con una velocidad de 6 m/s y una elevación de 25° y Juan se encuentra en su ventana a 3,5 m de altura,**

a. ¿cuántos metros por encima o por debajo de la ventana de Juan pega la pelota?

b. ¿con qué velocidad debe lanzar la pelota a la misma elevación de la ventana para que llegue justo allí?



27 **Desde un restaurante ubicado en la parte superior de un edificio de 25 m de altura, un cliente accidentalmente empuja una mata con una velocidad horizontal de 3 m/s. Después de 1segundo de caída:**

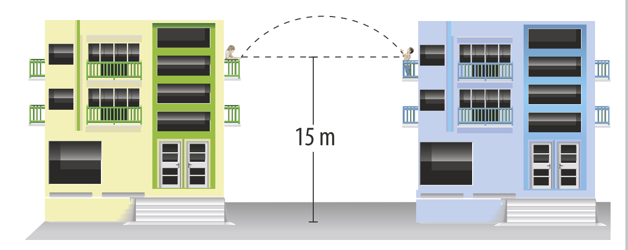
a. ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la mata?

b. ¿cuál es la posición de la mata con respecto al punto de caída?

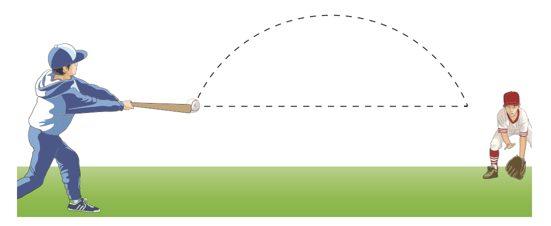
28 **Juan lanza horizontalmente desde la ventana de su apartamento que se encuentra a 15 m del suelo, unas llaves a su vecino Camilo que vive en el apartamento del frente a una distancia horizontal de 10 m. Si las llaves alcanzan una altura de 16 m,**

a. ¿cuánto tiempo están las llaves en el aire?

b. ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad con que recibe las llaves Camilo?



29 **En un partido de béisbol el bateador golpea la pelota a 15 m/s formando un ángulo de 35° sobre la horizontal. Si esta viaja en dirección hacia un jugador que se encuentra a 26 m del bateador, ¿a qué velocidad debe correr el jugador para capturar la pelota justo a la misma altura a la que fue bateada, si inicia su carrera cuando la pelota empieza a caer?**



30 **Desde un acantilado de 15 m de altura se lanza un nadador con una velocidad de 9 m/s formando un ángulo 15° sobre la horizontal.**

a. ¿Cuánto tiempo dura el nadador en el aire?

b. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su velocidad en el momento de tocar el agua?

c. ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado toca el nadador el agua?

31 **En un circo, se dispara una bala humana de un cañón con una velocidad de 35 km/h con un ángulo de 40° sobre la horizontal. Si la bala humana abandona el cañón a un metro de distancia del suelo y cae en una red a 2 m sobre la superficie del suelo, ¿qué tiempo permanece en el aire la bala humana?**

Magnitudes vectoriales

Los vectores nos ayudan a describir cantidades que no solo tienen magnitud si no también dirección y sentido. Existen varias cantidades vectoriales como la fuerza, la velocidad o el desplazamiento. En esta práctica vas a descomponer un vector en sus componentes rectangulares utilizando la mesa de fuerzas.

Conocimientos previos

Ángulos, masa, polea, fuerza, descomposición vectorial y porcentajes.

Materiales

- Mesa de fuerzas
- Masas de 100 g, 50 g, 20 g y 10 g.
- 3 porta pesas.

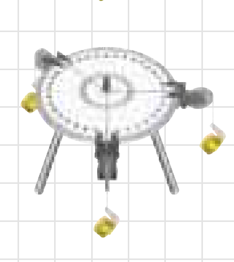


Procedimiento

1. Ubica dos de los poleas, con sus porta pesas, en las posiciones 0° y 90°, respectivamente.
2. Pon en cada porta pesas una masa de 20 g. Observa que el anillo se desliza debido a la acción de las fuerzas.
3. Añade masas a la polea restante y deslízala hasta lograr que el anillo quede centrado sobre la mesa.
4. Escribe los datos obtenidos en la columna "experimental" de la tabla de registro y repite el procedimiento para cada caso.



Tabla de registro



Caso	Vector (fuerza)		Resultante (magnitud y dirección)	
			Experimental	Analítica
1	$f_1 = 20$ g; $\theta_1 = 0°$	$f_2 = 20$ g; $\theta_2 = 90°$	$f =$ $\theta =$	$f =$ $\theta =$
2	$f_1 = 50$ g; $\theta_1 = 0°$	$f_2 = 40$ g; $\theta_2 = 70°$	$f =$ $\theta =$	$f =$ $\theta =$
3	$f_1 = 20$ g; $\theta_1 = 20°$	$f_2 = 70$ g; $\theta_2 = 60°$	$f =$ $\theta =$	$f =$ $\theta =$
4	$f_1 = 50$ g; $\theta_1 = 90°$	$f_2 = 100$ g; $\theta_2 = 130°$	$f =$ $\theta =$	$f =$ $\theta =$
5	$f_1 = 200$ g; $\theta_1 = 60°$	$f_2 = 50$ g; $\theta_2 = 120°$	$f =$ $\theta =$	$f =$ $\theta =$
6	$f_1 = 300$ g; $\theta_1 = 124°$	$f_2 = 190$ g; $\theta_2 = 97°$	$f =$ $\theta =$	$f =$ $\theta =$

5. Determina analíticamente la resultante y escribe los datos obtenidos en la columna "analítica" de la tabla de registro. Ten presente que la resultante es opuesta 180° a la equilibrante.

Análisis de resultados

1. Representa a escala, en papel milimetrado los vectores registrados en la tabla, trazando la resultante y la equilibrante. A continuación compara los resultados con los obtenidos en las columnas "experimental" y "analítica".
2. Determina el porcentaje de diferencia entre cada uno de los métodos utilizados.
3. Responde. ¿Podrías mencionar posibles causas de error experimental presentes en esta práctica? ¿Cuáles?

© Santillana

Descripción de una trayectoria semiparabólica

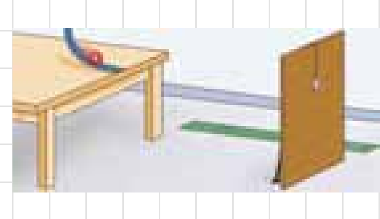
En el **lanzamiento horizontal**, el movimiento de los objetos se caracteriza porque la componente vertical de la velocidad inicial es igual a cero. Como resultado de la composición del movimiento horizontal, con velocidad constante, y del vertical con aceleración constante e igual a la aceleración de la gravedad, *g*, el objeto describe una trayectoria parabólica. En esta práctica nos proponemos describir la trayectoria seguida por un objeto que se lanza horizontalmente y determinar la velocidad con la cual el objeto es lanzado. Además comparamos los resultados obtenidos cuando se lanzan dos esferas de diferente masa.

Conocimientos previos

Movimiento uniforme, movimiento uniformemente acelerado, trayectoria y velocidad.

Materiales

- Rampa inclinada con un último tramo horizontal.
- Tapa plana.
- Dos esfera metálicas (una más liviana que la otra).
- Regla.
- Plomada.
- Papel.
- Papel carbón.



Procedimiento

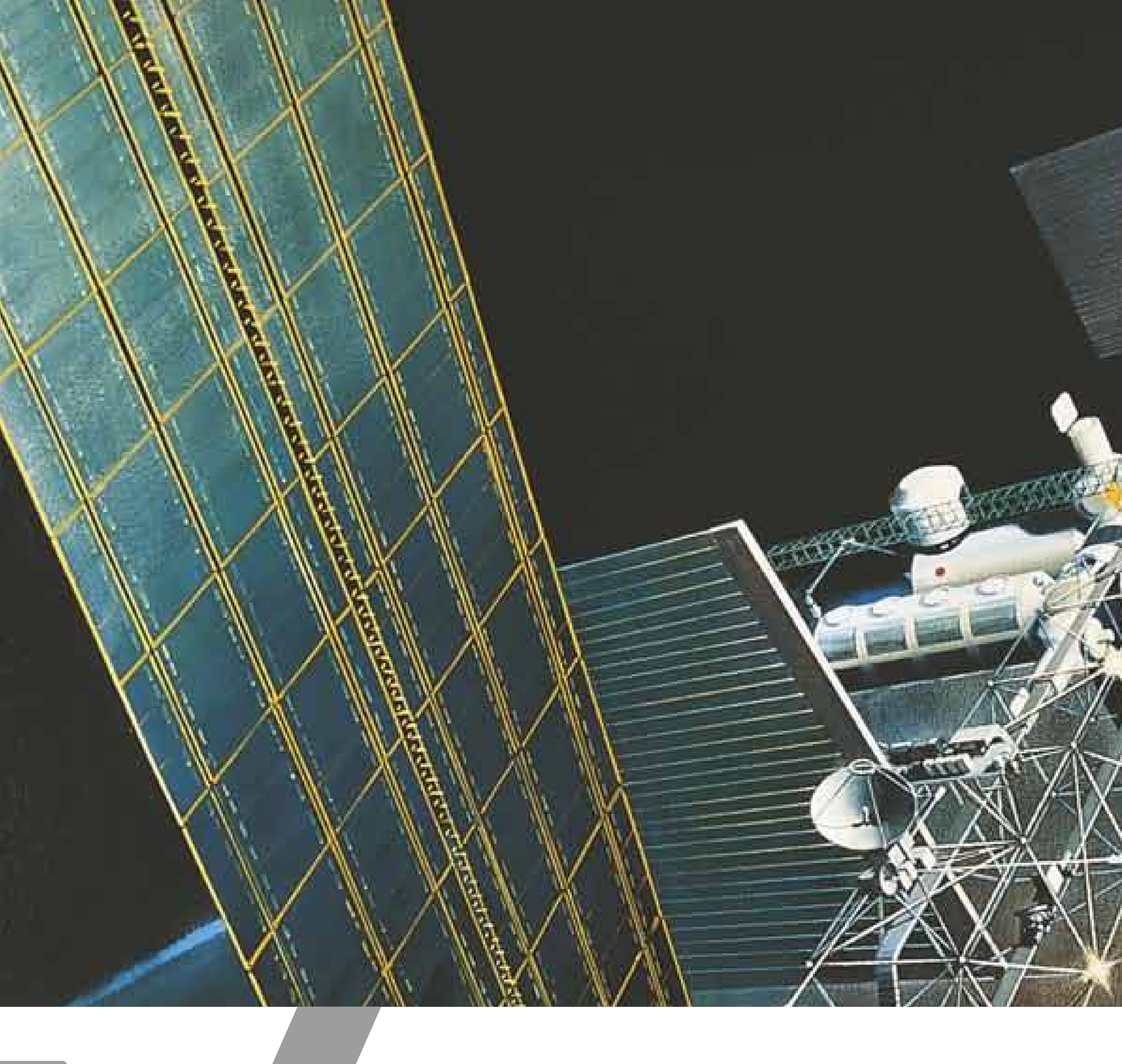
1. Fija la rampa de tal manera que su extremo inferior quede a ras con el borde de una mesa.
2. Cubre la tabla con papel carbón y sobre este coloca papel blanco para registrar en él cada impacto de la esfera sobre la tabla.
3. Coloca la tabla en posición vertical, valiéndote de la plomada, justo contra el extremo inferior de la rampa.
4. Suelta la esfera desde el punto más alto de la rampa y deja que golpee la tabla. A este primer punto le asignaremos la posición (0, 0) del plano cartesiano en el que se dibujará la trayectoria.
5. Desplaza la base de la tabla una distancia de 5 cm, colócala nuevamente en posición vertical y suelta la esfera desde el punto más alto de la rampa para registrar en el papel su impacto contra la tabla.
6. Repite el procedimiento desplazando la tabla 5 cm cada vez, hasta que encuentres que la esfera no golpee contra ella. Siempre debes soltar la esfera desde el mismo punto de la rampa.
7. Registra los datos en una tabla como la que se muestra a continuación y represéntalos en un plano cartesiano.

x (cm)	*y* (cm)

8. Repite la experiencia con la otra esfera y traza la trayectoria, con otro color, en el mismo plano cartesiano.

Análisis de resultados

1. Describe las trayectorias seguidas por las esferas.
2. Responde. ¿Encuentras alguna diferencia entre las trayectorias seguidas por las dos esferas?
3. Con las coordenadas del punto en el que una de las esferas cae al suelo, determina la velocidad con la cual esta abandonó el extremo inferior de la rampa.
4. Considera que una de las esferas se suelta desde el borde inferior de la rampa para que caiga verticalmente. ¿Emplearía más, igual o menos tiempo en caer que la esfera del experimento?



UNIDAD 4

Las leyes de la dinámica

Temas de la unidad

1. La fuerza - Primera ley de Newton
2. Ley fundamental de la dinámica - Segunda ley de Newton
3. Acción y reacción - Tercera ley de Newton

 © Santillana



Para pensar…

Seguramente alguna vez te habrás preguntado, qué mantiene un edificio en equilibrio, qué hace que un objeto acelere o desacelere, o, cómo es el movimiento de una nave espacial cuando se desplaza por el espacio interplanetario.

Todas las situaciones anteriormente mencionadas nos sugieren la idea de movimiento, cambio de posición o cambio de velocidad de los cuerpos, lo cual puede suceder debido a la acción de factores externos.

Entre estos factores se encuentra la fuerza, la cual no sólo produce cambios en el movimiento de los cuerpos sino que también puede llegar a deformarlos, como ocurre cuando se aplasta una esponja.

A lo largo de esta unidad consideraremos la dinámica, que estudia la relación entre fuerza y movimiento, apoyados en tres grandes principios que fueron enunciados por Isaac Newton y revolucionaron el pensamiento científico de la época en el siglo XVII.

Para responder…

- ¿Crees que un cuerpo puede permanecer en movimiento sin que sobre él actúen fuerzas? Explica.
- ¿Qué fuerzas crees que actúan sobre un cohete cuando se mueve a través del espacio?
- Cuando se da un empujón a una caja y esta se mueve a lo largo de una superficie plana, finalmente se detiene. ¿Cómo explicas esto?



Figura 1. El montacarga ejerce fuerza sobre la caja.

1. La fuerza - Primera ley de Newton

1.1 Características de las fuerzas

1.1.1 Cambios de movimiento

Cuando se empuja un automóvil descompuesto, este se pone en movimiento debido a la acción ejercida sobre él. De igual manera ocurre, cuando un montacargas sube un objeto (figura 1), cuando se empuja el carrito de mercado, cuando se golpea un clavo con un martillo, cuando un jugador de fútbol detiene, patea, o cambia la dirección de la trayectoria de un balón.

Todas estas situaciones nos permiten relacionar la fuerza con una acción que ejerce un cuerpo sobre otro. Sin embargo, la fuerza no está en los objetos en sí, sino en la capacidad que tienen estos de modificar el estado de reposo o de movimiento de otro cuerpo con el cual interactúan.

Las fuerzas pueden causar deformación sobre los objetos o cambiar su estado de movimiento, es decir, aumentar o disminuir su rapidez o cambiar la dirección del movimiento.

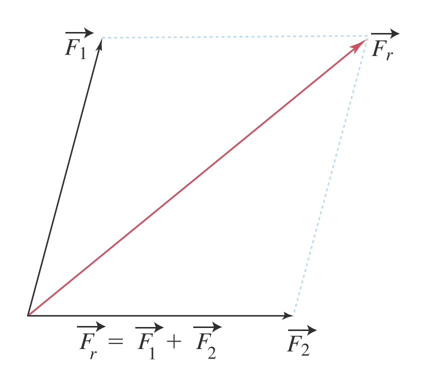
1.1.2 Fuerza neta

Todo lo que nos rodea está afectado por alguna fuerza. Por ejemplo, la fuerza de la gravedad actúa en todo instante sobre nuestro cuerpo, sobre nuestros objetos personales, sobre todo lo que está a nuestro alrededor.

Es importante identificar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. En ocasiones, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se contrarrestan entre sí, dando la impresión de no estar presentes. En estos casos se dice que las fuerzas se anulan entre sí.

Para que un cuerpo inicialmente en reposo se ponga en movimiento, se requiere que las fuerzas no se anulen entre sí. Por ejemplo, cuando un automóvil se encuentra estacionado, las fuerzas que actúan sobre él se anulan entre sí, pero cuando el vehículo experimenta la fuerza ejercida por el motor, se pone en movimiento.

Al igual que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración, las fuerzas son vectores. Por esta razón, se pueden sumar como se muestra en la figura. A la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se le llama **fuerza neta**.



 © Santillana

1.1.3 Efectos de las fuerzas

Además del efecto que tienen las fuerzas de ocasionar cambios en el estado de movimiento o de reposo de los cuerpos, existe otro efecto que también se atribuye a las fuerzas, denominado deformación. Por ejemplo, al aplicar una fuerza a un resorte en uno de sus extremos, se puede observar que el resorte se deforma, de modo que aumenta su longitud natural (figura 2).

La deformación depende del punto en el cual se aplica la fuerza, por ejemplo en el caso del resorte, la longitud de la deformación no será la misma si dicha deformación no se produce en uno de sus extremos sino en el punto medio del resorte.

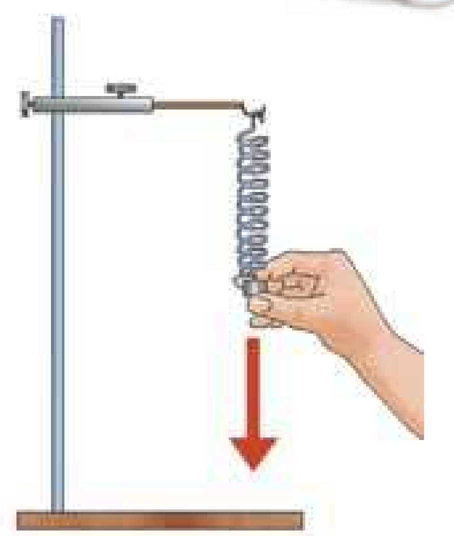


Figura 2. La fuerza ejercida por el resorte produce deformación sobre él.

Definición

Una fuerza es toda acción que puede variar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo o bien, producir deformación sobre él.

Las fuerzas tienen orígenes muy distintos: la atracción de la Tierra, la fricción entre dos superficies, un fenómeno electromagnético, la fuerza humana, la tensión de una cuerda, entre otras.

Sobre todo cuerpo u objeto, actúan simultáneamente varias fuerzas. La suma de las fuerzas que actúan sobre un objeto recibe el nombre de **fuerza neta**.

Cuando la fuerza neta es cero o nula, el objeto se encuentra en equilibrio. Si la fuerza neta es distinta de cero, no existe equilibrio y por consiguiente la velocidad del objeto cambia.

1.1.4 Las unidades de la fuerza

En el Sistema Internacional de Unidades la fuerza se mide en newtons (N). Un newton equivale a la fuerza necesaria para sostener un cuerpo de 102 gramos en la Tierra. Por esta razón, se dice que una fuerza de 1 N equivale a una fuerza de 102,0 gramos-fuerza (g-f).

Como lo estudiaremos en el tema 2, un newton también equivale a la medida de la fuerza que se debe ejercer sobre un kilogramo de masa, para ocasionar una aceleración de 1 m/s^2 en la Tierra.

1.1.5 Fuerzas de contacto y a distancia

Cuando se empuja un mueble, cuando se impulsa una bola de tenis por medio de una raqueta, cuando, se patea una pelota, cuando se hala una cuerda, o cuando se deforma un objeto, existe un contacto entre el cuerpo que ejerce la fuerza y el cuerpo sobre el cual se le aplica dicha fuerza.

Estas fuerzas que presentan este tipo de condición se denominan de **fuerzas de contacto.**

Una fuerza de acción a distancia ocurre cuando no existe contacto directo entre los cuerpos, como es el caso de la fuerza de atracción producida por la Tierra sobre cualquier cuerpo. Por ejemplo, un objeto que se suelta desde cierta altura o se lanza hacia arriba, a lo largo de su recorrido experimenta la fuerza que la Tierra le ejerce, aun sin estar en contacto con ella.

1.2 Fuerzas fundamentales

Los nuevos descubrimientos en física han revolucionado la forma de comprender la materia y las fuerzas que determinan su comportamiento. En la búsqueda por encontrar una única fuerza que explique todas las interacciones que ocurren en la naturaleza, se han encontrado cuatro fuerzas fundamentales. Dichas fuerzas explican los fenómenos que no pueden ser atribuidos a otras fuerzas. En la actualidad se consideran como fuerzas fundamentales: la fuerza gravitacional, la fuerza electromagnética, la fuerza nuclear fuerte y la fuerza nuclear débil.

La fuerza gravitacional es la fuerza de atracción que se ejercen mutuamente dos objetos y que afecta a todos los cuerpos. Newton fue el primero en plantear que debido a la fuerza gravitacional los objetos en las cercanías de la Tierra caen con aceleración constante hacia esta y, además, esta fuerza mantiene en movimiento a los planetas alrededor del Sol.

La fuerza electromagnética afecta a los cuerpos eléctricamente cargados, está aplicada en las transformaciones físicas y químicas de átomos y moléculas. Por ejemplo, un electrón cuya carga eléctrica es negativa ejerce fuerza eléctrica de atracción sobre un protón cuya carga es positiva.

La fuerza nuclear fuerte es la fuerza que mantiene unidos los protones con los neutrones para formar los núcleos atómicos. Sin esta fuerza el núcleo no podría existir, ya que la repulsión entre los protones generaría la dispersión de estos.

La fuerza nuclear débil actúa entre partículas elementales. Esta fuerza es la responsable de algunas reacciones nucleares y de una desintegración radiactiva denominada desintegración beta. La vida media del Sol está determinada por las características de esta fuerza.

EJERCICIO

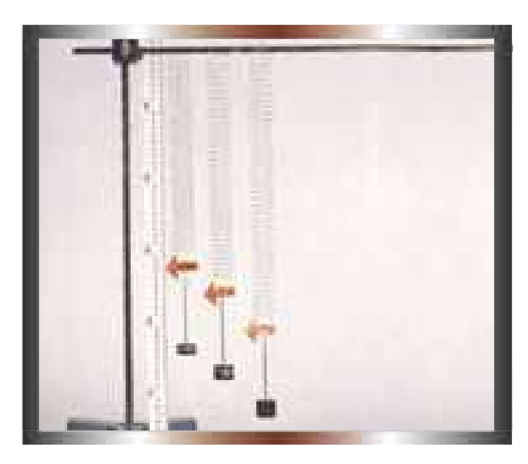
¿Cuál crees que es más intensa al interior del núcleo atómico, la fuerza nuclear entre protones o la fuerza eléctrica entre los mismos?

En la **teoría del todo** iniciada por Einstein, se desarrollan las ecuaciones pretendiendo describir las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza en términos de una sola, esta fuerza tiene todas las propiedades necesarias para que todo sea en efecto como es.

1.3 Medición de las fuerzas - Ley de Hooke

Para determinar la intensidad de una fuerza aplicada sobre un cuerpo, se utiliza un instrumento denominado **dinamómetro**, que consiste en un resorte graduado que al deformarse permite medir el valor de dicha fuerza.

Para explicar el funcionamiento de un dinamómetro, nos basaremos en las propiedades elásticas que tienen algunos materiales. Por ejemplo, si se cuelgan sucesivamente varias pesas del extremo libre de un resorte, se obtienen diferentes variaciones de su longitud con respecto a la longitud natural del resorte, como se observa en la figura.



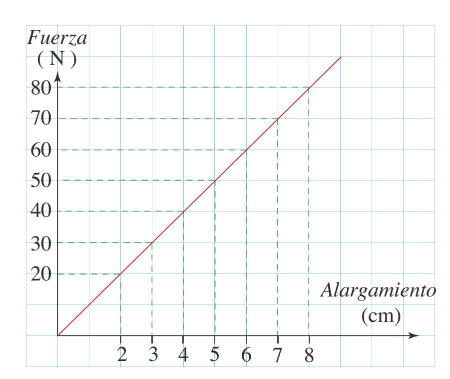
© Santillana

En la siguiente tabla se presentan los datos obtenidos en un experimento como el descrito anteriormente.

Al calcular el cociente entre cada fuerza aplicada y el respectivo alargamiento del resorte, se observa que el valor obtenido es constante.

Fuerza (N)	Alargamiento (cm)	Cociente (N/cm)
20,0	2,0	10,0
30,0	3,0	10,0
40,0	4,0	10,0
50,0	5,0	10,0
60,0	6,0	10,0
70,0	7,0	10,0
80,0	8,0	10,0

Al representar gráficamente los resultados obtenidos, la gráfica es una recta cuya pendiente es igual al valor de los cocientes.



EJERCICIO

Justifica por qué
10 N/cm = 1.000 N/m.

A partir de los datos de la tabla y de la gráfica se concluye que la fuerza, F, es directamente proporcional con el alargamiento, x, del resorte. Esta relación se expresa como:

$$\frac{F}{x} = k$$

donde k recibe el nombre de constante elástica del resorte. En el ejemplo anterior, la constante elástica corresponde al cociente entre cada fuerza y el respectivo alargamiento calculado, es decir:

$$k = 10 \text{ N/cm} = 1.000 \text{ N/m}$$

Al realizar la misma experiencia con resortes diferentes, se obtiene una relación como la anterior, sin embargo, el valor de la constante elástica k es distinto para cada uno, ya que esta constante depende de las características del resorte utilizado.

A partir de los resultados anteriormente descritos, se puede enunciar la ley que rige las deformaciones elásticas:

La longitud de la deformación producida por una fuerza es proporcional a la intensidad de dicha fuerza.

Esta ley publicada por el físico inglés Robert Hooke en el siglo XVII, se conoce como Ley de Hooke y su expresión matemática es:

$$F = k \cdot x$$

EJEMPLOS

1. Se ejerce una fuerza de 200 N sobre un resorte cuya longitud es 20 cm y se observa que la longitud del resorte alcanza un valor de 25 cm. Determinar:

a. La constante elástica del resorte.

b. El alargamiento si se aplica una fuerza de 300 N.

c. La fuerza que se debe aplicar para que el alargamiento sea de 8 cm.

d. El valor de la constante del resorte si sobre el mismo resorte se aplica una fuerza de 300 N.

Solución:

a. El alargamiento del resorte es:

$x = 0{,}25 \text{ m} - 0{,}20 \text{ m} = 0{,}05 \text{ m}$

Para determinar k, utilizamos la ecuación:

$F = k \cdot x$

$k = \dfrac{F}{x}$ *Al despejar*

$k = \dfrac{200 \text{ N}}{0{,}05 \text{ m}}$ *Al remplazar*

$k = 4.000 \text{ N/m}$

La constante elástica del resorte es 4.000 N/m.

b. Para calcular el alargamiento despejamos x de la ecuación $F = k \cdot x$, así:

$x = \dfrac{F}{k}$

$x = \dfrac{300 \text{ N}}{4.000 \text{ N/m}} = 0{,}075\ m$ *Al remplazar y calcular*

Cuando se aplica una fuerza de 300 N, el alargamiento es 7,5 cm.

c. Si el alargamiento es de 8 cm, se tiene que:

$F = k \cdot x$

$F = 4.000 \text{ N/m} \cdot 0{,}08 \text{ m}$ *Al remplazar*

$F = 320 \text{ N}$ *Al calcular*

La fuerza aplicada sobre el resorte para que el alargamiento sea 8 cm es 320 N.

d. El valor de la constante del resorte es 4.000 N/m, puesto que este valor es propio del resorte.

2. Tres pasajeros, con una masa total de 210 kg, suben a un vehículo de 1.100 kg comprimiendo los muelles de este 3,0 cm. Considerando que los muelles actúan como un solo resorte, calcular:

a. La constante elástica de los muelles del vehículo, si la fuerza aplicada por los tres pasajeros es 2.058 N.

b. La longitud, x, que baja el vehículo si la fuerza aplicada es de 2.744 N.

c. La fuerza que se debe aplicar al vehículo para que descienda 6 cm.

Solución:

a. Para determinar k, utilizamos la ecuación:

$F = k \cdot x$

$k = \dfrac{F}{x}$ *Al despejar k*

$k = \dfrac{2.058 \text{ N}}{0{,}03 \text{ m}}$ *Al remplazar*

$k = 68.600 \text{ N/m}$ *Al calcular*

La constante elástica de los muelles del vehículo es 68.600 N/m.

b. Para calcular la longitud que baja del vehículo despejamos x de la ecuación $F = k \cdot x$, así:

$x = \dfrac{F}{k}$

$x = \dfrac{2.744 \text{ N}}{68.600 \text{ N/m}}$ *Al remplazar*

$x = 0{,}04$ *Al calcular*

Cuando se aplica una fuerza de 2.744 N al vehículo, este desciende 4 cm.

c. Para que el vehículo descienda 6 cm, se tiene que:

$F = k \cdot x$

$F = 68.600 \text{ N/m} \cdot 0{,}06 \text{ m}$ *Al remplazar*

$F = 4.116 \text{ N}$ *Al calcular*

La fuerza aplicada sobre el vehículo para que descienda 6 cm, es 4.116 N.

 © Santillana

1.4 La primera ley de Newton

1.4.1 El principio de inercia

Todos los cuerpos que nos rodean están sometidos a la acción de una o varias fuerzas, algunas de ellas a distancia y otras de contacto. Sin embargo, existen situaciones en las cuales un cuerpo se encuentra aislado del efecto de otros cuerpos o fuerzas. Por ejemplo, las naves Voyager, enviadas al espacio para explorar otros planetas, en determinados tramos de su trayectoria se encuentran fuera de la influencia de cualquier otro cuerpo y, por lo tanto, se mueven con velocidad constante. También, si en algún momento un cuerpo se encuentra en reposo, fuera de la influencia de cualquier otro cuerpo, debe permanecer en reposo. El movimiento con velocidad constante y el reposo se consideran estados equivalentes.



Isaac Newton. Físico inglés, realizó estudios sobre el movimiento de los cuerpos, y planteó las leyes del movimiento.

En la primera ley, denominada el principio de inercia, Newton establece la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el tipo de movimiento que dicho cuerpo describe. El principio de inercia establece que:

Todo cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme si no actúa ninguna fuerza sobre él o si la fuerza neta que actúa sobre él es nula.

Observemos que la primera parte del principio de inercia se refiere a los cuerpos que se encuentran en reposo, y establece que sobre ellos no actúa fuerza alguna o que la suma de las fuerzas que actúan sobre ellos es nula. La segunda parte del principio de inercia establece que, si un cuerpo se mueve con velocidad constante en línea recta, entonces no actúan fuerzas sobre él o la fuerza neta es igual a cero.

La experiencia cotidiana muestra que un cuerpo que describe un movimiento rectilíneo se detiene luego de recorrer cierta distancia. Este hecho se debe a la interacción con el medio material sobre el cual se mueve, el cual se opone al deslizamiento del objeto. Si esto no existiera, un objeto que describe un movimiento rectilíneo continuaría moviéndose indefinidamente con velocidad constante. Por ejemplo, en las mesas de aire, se pone un disco sobre una superficie con agujeros por los que se expulsa aire, con lo cual se disminuye la fuerza de contacto y se permite un libre desplazamiento del disco sobre la mesa.

Los ejemplos, que hemos considerado, ilustran cómo los cuerpos tienen la tendencia a conservar su estado de movimiento o de reposo: un cuerpo en reposo parece oponer resistencia a ponerse en movimiento y un cuerpo en movimiento opone resistencia a detenerse. Esta tendencia a no cambiar su estado de movimiento se conoce con el nombre de **inercia**.





Figura 3. El piloto de un avión experimenta fuerzas ficticias.

1.4.2 Sistemas de referencia inerciales

Consideremos un piloto de avión de acrobacias que se desplaza con velocidad constante describiendo una trayectoria rectilínea. Si no hay turbulencia, el piloto tiene la impresión de estar en reposo, y de hecho lo está con respecto a los asientos o las paredes del avión.

Ahora bien, si el avión disminuye su velocidad o toma una curva, el piloto siente la tendencia a moverse hacia delante o hacia un lado, respectivamente. En ambos casos el piloto ve modificado su estado de reposo sin que aparentemente se haya ejercido sobre él una fuerza externa que explique el fenómeno. Desde la interpretación del piloto, debe actuar una fuerza y de hecho parece experimentarla.

La fuerza extraña, que experimenta el piloto cuando el avión disminuye su velocidad o toma una curva es consecuencia del cambio en la velocidad del avión. Estas fuerzas, denominadas **fuerzas ficticias**, aparecen en sistemas de referencia que no mantienen la velocidad constante y suelen manifestarse con sensaciones estomacales como las que tenemos en un ascensor cuando arranca o se detiene.

Mientras el piloto del avión tiene la impresión de haber sido empujado, hacia delante o hacia un lado, respectivamente sin que pueda identificar el agente que le ejerce la fuerza externa, un observador externo al avión, situado en Tierra realiza una descripción diferente. Para dicho observador, el piloto describe un movimiento rectilíneo uniforme mientras no actúan fuerzas externas sobre él.

Para el observador externo, cuando el avión disminuye la rapidez o gira, el piloto tiende a continuar en línea recta con la velocidad con la cual se movía inicialmente, es decir, que tiende a mantenerse con movimiento rectilíneo uniforme.

El observador externo se encuentra en un sistema de referencia diferente al sistema de referencia del avión, el sistema de referencia del observador externo es un sistema de referencia inercial.

Definición

Un sistema de referencia inercial es aquel en el que es válido el principio de inercia.

Así mismo, cualquier sistema que se mueva con velocidad constante con respecto a un sistema de referencia inercial, es considerado también como un sistema inercial.

Los sistemas de referencia inerciales son abstracciones cuyo propósito es facilitar la interpretación y explicación de fenómenos. Por ejemplo, nuestro sistema de referencia habitual es la superficie de la Tierra, la cual gira alrededor del Sol y también en torno a su eje, por ende, no mantiene su velocidad constante con respecto al Sol.

Así mismo, el Sol gira en torno a su eje y alrededor de nuestra galaxia, lo que genera una variación en la velocidad y así sucesivamente.

En la práctica, un sistema de referencia determinado se podrá considerar como inercial si los efectos de la variación de su velocidad no son detectables, podemos considerar la superficie terrestre como sistema de referencia inercial, a menos que sus efectos de rotación sean como de cambios en los movimientos.

Algunos ejemplos de sistemas de referencia no inerciales son los que se encuentran en rotación como un carrusel o los que describen un movimiento acelerado como un ascensor en caída libre. En estos sistemas de referencia la primera ley de Newton no tiene validez y por esta razón se experimentan fuerzas para las cuales no podemos identificar el agente que las ejerce.

 © Santillana

1.4.3 Masa inercial

Considera tres esferas de igual radio pero de diferente material (de hierro, de madera y de icopor) que se encuentran inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Si a cada una de ellas le damos un ligero empujón, por medio de un sistema de resorte que a las tres les ejerce la misma fuerza durante el mismo tiempo, la esfera más difícil de mover es la que opone mayor resistencia al cambio de su estado de movimiento (mayor inercia), lo cual detectamos porque es la esfera que menor cambio en la rapidez experimenta a partir del empujón.

La **masa inercial** es una medida de la resistencia de una masa al cambio de su velocidad con relación a un sistema de referencia inercial.

Para el caso de las esferas de igual radio y diferente material, encontramos que la esfera de hierro experimenta menor cambio en la rapidez por efecto del empujón, razón por la cual le asignamos mayor masa inercial.

EJERCICIO

Sobre dos objetos que se encuentran inicialmente en reposo se aplican fuerzas iguales y ambos alcanzan la misma rapidez en el mismo tiempo. ¿Cómo son sus masas?

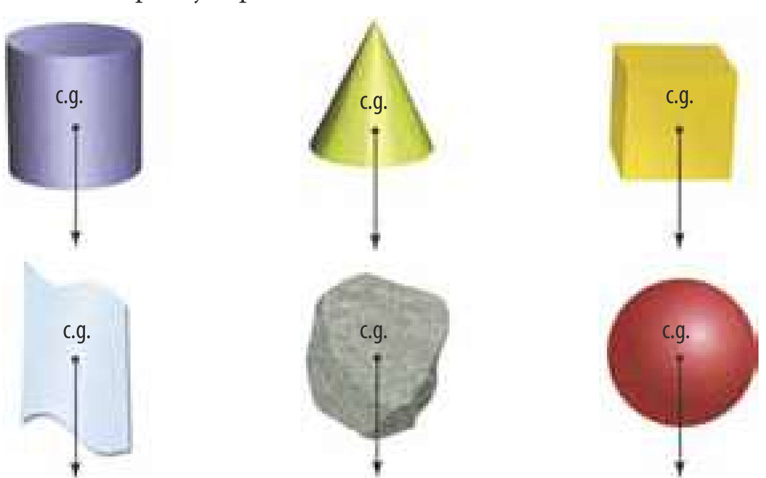
1.5 Algunas fuerzas comunes

1.5.1 El peso de los cuerpos

Una de las fuerzas básicas de la naturaleza es la interacción gravitacional. Todo cuerpo que se encuentre en la proximidad de la Tierra experimenta una fuerza de atracción gravitacional. Esta fuerza ejercida por la Tierra sobre los objetos se denomina **peso** y el vector que la representa se considera dirigido hacia el centro de la Tierra. Para los objetos que se encuentran cerca de la superficie de la Tierra representamos el vector peso hacia abajo.

Puesto que los cuerpos están formados por una gran cantidad de pequeñas partículas, donde cada una de ellas tiene un peso determinado, el peso total del cuerpo corresponde a la suma de los pesos de dichas partículas. El punto de aplicación del vector peso es el **centro de gravedad** del cuerpo. Dependiendo de la forma del cuerpo y de cómo estén distribuidas las partículas que lo conforman, el centro de gravedad se ubica a mayor o menor distancia con respecto al centro geométrico de dicho cuerpo. Por ejemplo, el centro geométrico de un recipiente cilíndrico de aluminio completamente lleno con agua coincide con su centro geométrico, mientras que el centro de gravedad del recipiente parcialmente lleno de agua se ubica por debajo del centro geométrico del recipiente.

En la siguiente figura se representan el centro de gravedad (c.g.) de algunos cuerpos macizos, por ejemplo, de hierro.



✱ EJEMPLO

Una lancha se mueve en línea recta, en un lago, con rapidez constante. Determinar:

a. Un diagrama en el que se representen las fuerzas que actúan sobre la lancha.

b. Las relaciones existentes entre las fuerzas que actúan sobre la lancha.

Solución:

a. Como la trayectoria de la lancha es rectilínea, sobre ella actúan las cuatro fuerzas que se muestran en la figura.

- La fuerza ejercida por el motor, $\vec{F}_{mot}$.
- La fuerza ascensional, $\vec{F}_{as}$, debida a la acción que el agua ejerce hacia arriba sobre la lancha.
- El peso, $\vec{w}$, de la lancha.
- La fuerza de resistencia, $\vec{F}_{res}$, que el agua ofrece y es opuesta al movimiento de la lancha.

b. Puesto que la lancha se desplaza con velocidad constante, de acuerdo con el principio de inercia, la fuerza neta debe ser igual a cero.

$$\vec{F}_{neta} = \vec{F}_{mot} + \vec{F}_{res} + \vec{w} + \vec{F}_{res} = \vec{0}$$

Como la fuerza neta es cero, sus componentes deben ser iguales a cero, por tanto:

En dirección horizontal

$$\vec{F}_{mot} + \vec{F}_{res} = \vec{0}$$

Lo cual significa que:

$$\vec{F}_{mot} = -\vec{F}_{res}$$

En dirección vertical

$$\vec{F}_{as} + \vec{w} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{as} = -\vec{w}$$

De donde, en este caso, la norma de la fuerza que ejerce el motor es igual a la norma de la fuerza de resistencia y la norma del peso es igual a la norma de la fuerza ascensional.

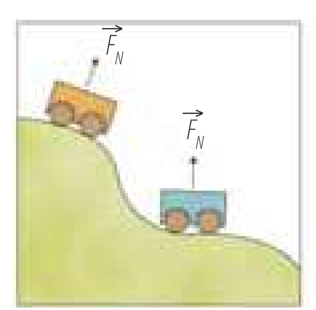
EJERCICIO

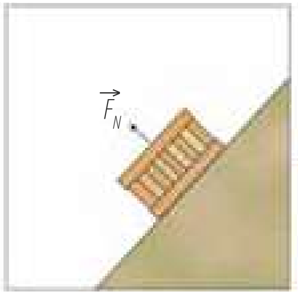
¿Cómo sería la situación planteada en el ejemplo, si la lancha se mantiene en reposo?

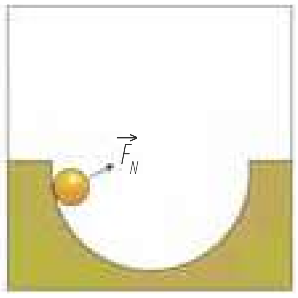
1.5.2 La fuerza normal

Todo cuerpo situado sobre una superficie experimenta una fuerza que esta le ejerce. Esta fuerza se denomina **fuerza normal** o simplemente **normal**. La fuerza normal ($\vec{F}_N$) es perpendicular a la superficie que la ejerce.

Cuando el plano sobre el cual está situado el cuerpo es horizontal, la normal es opuesta al peso, pero no ocurre así cuando el plano es inclinado. En la siguiente figura se observan algunas representaciones de la fuerza normal.







© Santillana



1.5.3 La fuerza de rozamiento

Un cuerpo que se desplaza sobre una superficie o sobre otro cuerpo, experimenta una fuerza opuesta al sentido de su movimiento, dicha fuerza es ejercida por la superficie de contacto y se denomina fuerza de rozamiento o fuerza de fricción ($\vec{F}_r$), la cual se representa opuesta a la velocidad.

Este fenómeno se debe a que las superficies de contacto no son perfectamente lisas, sino que presentan rugosidades que encajan aleatoriamente entre sí, produciendo esta fuerza que se opone al movimiento (figura 4).

Aunque el rozamiento disminuye notablemente el rendimiento de ciertos mecanismos como el de los pistones de un motor, en algunas ocasiones es útil pues si no existiera la fricción varios sistemas no funcionarían, como, por ejemplo, los frenos de los automóviles.

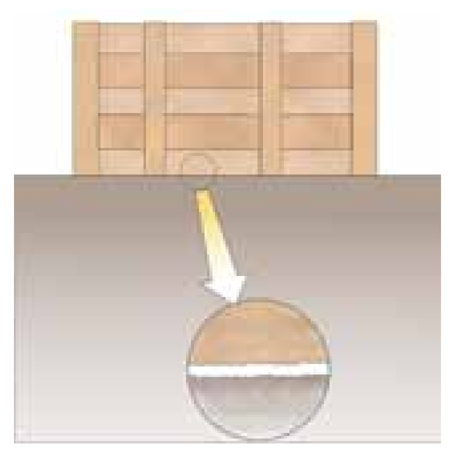


Figura 4. Rugosidades en las superficies producen fuerza de rozamiento.

✱ EJEMPLO

El peso de una caja es 400,0 N. Si un hombre le ejerce una fuerza de 200,0 N con una cuerda que forma con la horizontal un ángulo de 30°, determinar:

a. Las fuerzas que actúan sobre la caja.

b. La fuerza normal y la fuerza de rozamiento, si la caja se mueve con velocidad constante.

Solución:

a. En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre la caja: El peso $\vec{w}$, la fuerza de rozamiento $\vec{F}_r$, la fuerza normal $\vec{F}_N$ y la fuerza $\vec{F}$ que ejerce el hombre.

b. Las componentes de la fuerza F son:

$Fx = F \cdot \cos\theta$

$Fy = F \cdot \text{sen}\,\theta$

Al remplazar y calcular tenemos que:

$Fx = 200{,}0\text{ N} \cos 30° = 173{,}2\text{ N}$

$Fy = 200{,}0\text{ N sen } 30° = 100{,}0\text{ N}$

Puesto que la caja se mueve con velocidad constante, la fuerza neta es igual a cero. Por lo tanto,

$\vec{F} = (173{,}2;\ 100{,}0)$

$\vec{w} = (0;\ -400{,}0)$

$\vec{F}_N = (0;\ F_N)$

$\vec{F}_r = (-F_r;\ 0)$

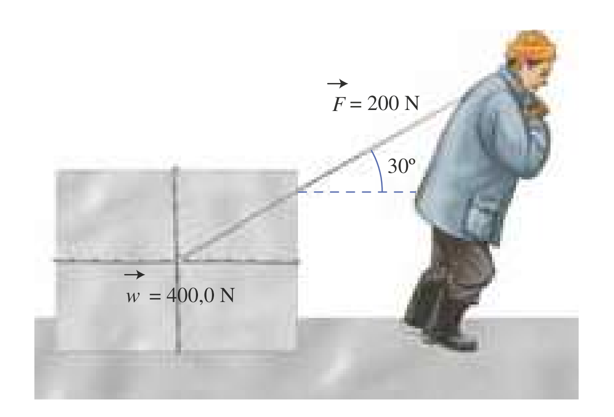
$\vec{F}_{neta} = (0;\ 0)$

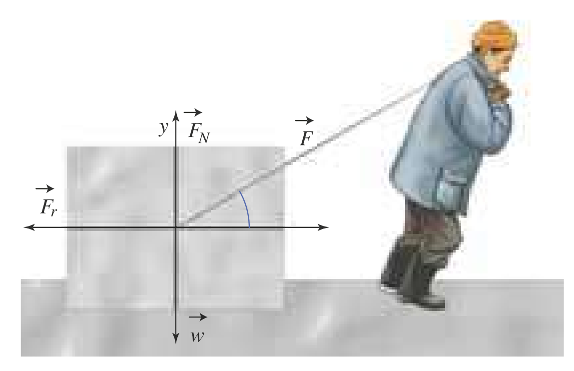
Como la suma de las fuerzas verticales y horizontales es cero, entonces:

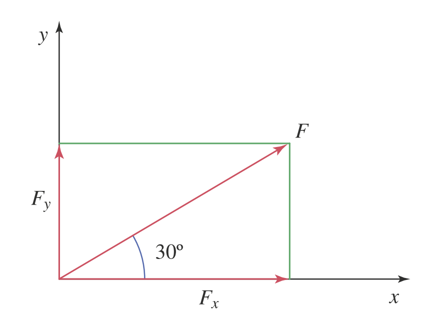
$173{,}2\text{ N} - F_r = 0,$ luego, $F_r = 173{,}2\text{ N}$

$100{,}0 - 400\text{ N} + F_N = 0,$ luego, $F_N = 300\text{ N}$

La fuerza normal mide 300 N y la fuerza de rozamiento mide 173,2 N.





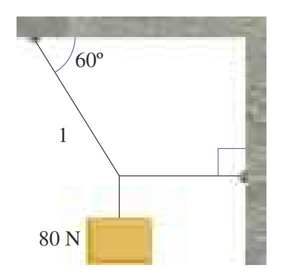


1.5.4 La tensión

Con frecuencia, se ejercen fuerzas por medio de cuerdas o hilos. Si consideramos que estos son inextensibles, las fuerzas aplicadas sobre ellos se transmiten a los cuerpos a los cuales están unidos. La fuerza que se transmite por medio de un hilo recibe el nombre de tensión y la dirección del hilo determina la dirección de la tensión, $\vec{T}$.

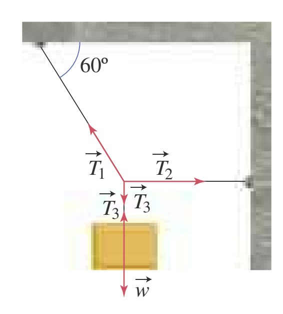
EJEMPLO

Para la situación de la figura, determinar la tensión de las cuerdas si la cuerda 1 se tensiona 80,0 N.



Solución:

Dibujemos las fuerzas que actúan sobre el punto de unión de las tres cuerdas: $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ y $\vec{T}_3$. Además dibujemos las fuerzas que actúan sobre el objeto que cuelga, es decir, el peso $\vec{w}$ dirigido hacia abajo y la tensión $\vec{T}_3$. La tensión $\vec{T}_3$ actúa sobre el objeto hacia arriba y sobre el punto de unión de las tres cuerdas hacia abajo.



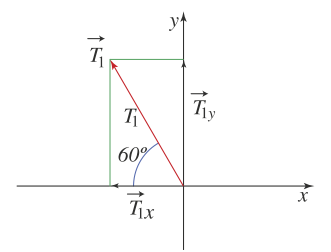
Puesto que el objeto se encuentra en reposo, la suma de las fuerzas es cero, por tanto el peso $\vec{w}$ y la tensión $\vec{T}_3$ tienen la misma norma.

Primer método de solución

Consideremos el punto de unión de las tres cuerdas y escribamos sus componentes. Las componentes de la tensión T_1 son:

$\vec{T}_{1x} = -T_1 \cdot \cos 60° = -80{,}0 \cdot \cos 60° = -40{,}0$ N

$\vec{T}_{1y} = T_1 \cdot \text{sen } 60° = 80{,}0 \cdot \text{sen } 60° = 69{,}3$ N



La componente en x de $\vec{T}_2$ llamada $\vec{T}_{2x}$ mide igual a la norma de $\vec{T}_2$ que denominamos $\vec{T}_2$, pues la tensión $\vec{T}_2$ no tiene componente en y, es decir que $T_{2y} = 0$.

A la componente en y de la tensión $\vec{T}_3$, le anteponemos un signo menos pues está dirigida hacia abajo y mide igual que la norma de T_3. La componente en x de la tensión $\vec{T}_3$ es igual a cero.

Como el sistema está en reposo, la fuerza neta debe ser cero es decir $\vec{F}_{neta} = (0, 0)$, así tenemos:

$\vec{T}_1 = (-40{,}0,\ 69{,}3)$

$\vec{T}_2 = (T_2,\ 0)$

$\vec{T}_3 = (0,\ -T_3)$

$\vec{F}_{neta} = (0, 0)$

A partir de las componentes en el eje x se tiene que: -40 N $+ T_2 = 0$, luego $T_2 = 40$ N.

A partir de las componentes en el eje y se tiene que: $69{,}3$ N $- T_3 = 0$, luego $T_3 = 69{,}3$ N.

Por ende, las tensiones miden:

$T_1 = 80{,}0$ N, $T_2 = 40{,}0$ N y $T_3 = 69{,}3$ N.

Segundo método de solución

Se puede resolver la misma situación por medio de ecuaciones. Para ello, planteamos ecuaciones para las componentes en el eje x y en el eje y.

En el eje x: $-80{,}0 \cos 60° + T_2 = 0$

De donde, -40 N $+ T_2 = 0$, luego $T_2 = 40$ N.

En el eje y: $80{,}0 \cdot \text{sen } 60° - T_3 = 0$

De donde, $69{,}3$ N $- T_3 = 0$, luego $T_3 = 69{,}3$ N.

Obtenemos los mismos resultados, es decir,

$T_1 = 80{,}0$ N, $T_2 = 40{,}0$ N y $T_3 = 69{,}3$ N.

© Santillana



2. Ley fundamental de la dinámica - Segunda ley de Newton

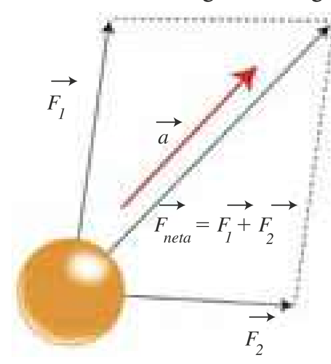


HERRAMIENTA MATEMÁTICA

Si se multiplica un vector por un escalar positivo, se obtiene un vector con la misma dirección del primero.

2.1 La segunda ley de Newton

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza constante, este experimenta cambios de velocidad iguales en tiempos iguales. Una fuerza neta constante produce una aceleración constante. Los vectores aceleración y fuerza neta tienen la misma dirección como se observa en la siguiente figura.



Cuando cambia el valor de la fuerza neta aplicada sobre el objeto, la aceleración también cambia. Si sobre un mismo cuerpo se ejercen sucesivamente diferentes fuerzas netas cuyas intensidades son F_1, F_2, F_3, …, y como consecuencia, los valores de la aceleración son, respectivamente, a_1, a_2, a_3, …, se tiene que:

$$\frac{F_1}{a_2} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \dots$$

La segunda ley de Newton, también llamada ley fundamental de la dinámica, establece la relación entre la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo y la aceleración que este experimenta.

La aceleración, $\vec{a}$, de cualquier partícula material tiene en todo momento la misma dirección de la fuerza neta $\vec{F}_{neta}$ que actúa sobre ella, en donde, el cociente entre las normas del vector fuerza y del vector aceleración, es igual a una constante que depende de la partícula. Es decir:

$$\frac{F_{neta}}{a} = \text{constante}$$

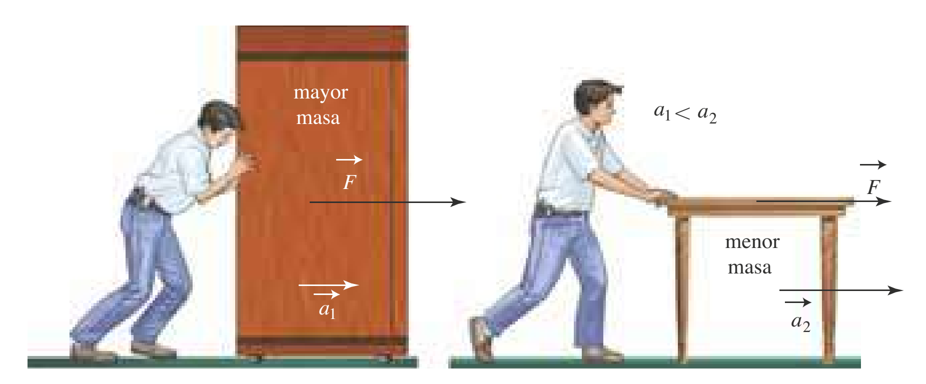
Esta expresión muestra que la fuerza neta y la aceleración son directamente proporcionales. A la constante de proporcionalidad se le llama **masa inercial** del cuerpo. Recuerda que en el Sistema Internacional de Unidades, la masa se mide en kilogramos (kg). En consecuencia, la fuerza neta se puede expresar como:

$$\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$$

Esta expresión se constituye en la ley fundamental de la dinámica conocida como la segunda ley de Newton la cual se expresa como:

La fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo es proporcional a la aceleración que dicha fuerza produce, donde la constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo.

A partir de la expresión $\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$ podemos ver que cuando sobre dos cuerpos se les aplica la misma fuerza, el de menor masa experimenta mayor aceleración. Esto significa que la masa inercial es una medida de la inercia de un cuerpo, es decir, de la resistencia que dicho cuerpo opone a la variación de su estado de reposo o de movimiento. Para una fuerza neta dada, cuanto mayor es la masa del cuerpo sobre el cual se aplica, menor es la aceleración que produce sobre él, como se observa en la figura.



Puesto que la dirección de la fuerza neta coincide con la dirección de la aceleración que dicha fuerza produce, cuando la rapidez se dirige en el sentido del movimiento del cuerpo, la rapidez aumenta. Cuando la fuerza neta se dirige en sentido contrario al movimiento del cuerpo, la rapidez disminuye. Por ejemplo, podemos observar que a partir de la expresión $\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$ se tiene el caso particular en el que $\vec{F}_{neta} = 0$, que equivale a afirmar que $\vec{a} = 0$, es decir que si la fuerza neta es igual a cero, el cuerpo permanece en reposo o permanece con velocidad constante, como lo establece el principio de inercia.

EJEMPLO

Un automóvil cuya masa es 1.000 kg se mueve inicialmente con velocidad de 54 km/h y se detiene después de 10 segundos de avanzar por una vía recta. Determinar la fuerza neta que actúa sobre él.

Solución:

Para determinar la fuerza neta, primero se expresa la velocidad en m/s, para lo cual se tiene:

$$\frac{54\text{ km}}{\text{h}} = \frac{54\text{ km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000\text{ m}}{1\text{ km}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3.600\text{ s}} = 15\text{ m/s}$$

Si el automóvil frena con aceleración constante, podemos determinar el valor de dicha aceleración a partir de la expresión:

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 15\text{ m/s} + a\,(10\text{ s}) \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$a = \frac{-15\text{ m/s}}{10\text{ s}} \qquad \textit{Al despejar a}$$

$$a = -1{,}5\text{ m/s}^2 \qquad \textit{Al calcular}$$

La fuerza neta se calcula mediante la ecuación:

$$F = m \cdot a$$

$$F = -1.000\text{ kg} \cdot 1{,}5\text{ m/s}^2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$F = -1.500\text{ N} \qquad \textit{Al calcular}$$

El signo menos indica que la fuerza actúa en dirección contraria al movimiento y, en consecuencia, la velocidad del automóvil disminuye, pues la velocidad inicial era 15 m/s y la velocidad final, 0 m/s.

 © Santillana

2.2 El peso de los cuerpos

El peso de un cuerpo se relaciona con su masa, sin embargo, masa y peso son dos conceptos diferentes. Un cuerpo tiene la misma masa en la Tierra que en la Luna, pero su peso es seis veces menor en la Luna que en la Tierra. Por ejemplo, a un jugador de fútbol americano le resultaría más difícil levantar un contendor de juego en la Tierra que en la Luna, pero requeriría la misma intensidad de fuerza, tanto en la Tierra como en la Luna para detenerlo cuando se mueve con determinada rapidez, pues en ambos sitios tiene la misma masa. Por otra parte, a diferencia del peso, la masa no es una cantidad de carácter vectorial.

El peso de los objetos también varía con la altura, un cuerpo situado sobre la superficie terrestre pesa más que uno ubicado a una determinada altura con respecto a dicha superficie. No obstante, para las alturas en las que nos movemos con respecto a la superficie de la Tierra esta variación es pequeña y puede despreciarse, por tanto podemos considerar que cerca de la superficie de la Tierra, el peso no varía.

Puesto que el peso, w, es una fuerza podemos relacionar el peso y la aceleración de un objeto que cae a partir de la ecuación $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Si la única fuerza que actúa sobre un cuerpo es el peso y la aceleración es la aceleración de la gravedad, g, tenemos que:

$$w = m \cdot g$$

EJEMPLOS

1. **Encontrar:**
   a. El peso de un bloque de 72 kg.
   b. La masa de una persona cuyo peso es de 150 N.

Solución:

Los resultados se determinan a partir de la ecuación $w = mg$

a. $w = m \cdot g$

$w = 72\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 705{,}6\ \text{N}$ *Al remplazar y calcular*

El peso de un cuerpo de 72 kg es 705,6 N.

b. $m = \dfrac{w}{g}$ *Al despejar m*

$m = \dfrac{150\ \text{N}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}$ *Al remplazar y calcular*

La masa de la persona es 15,3 kg.

2. **El peso de una persona en la Tierra es 600 N. Determinar:**
   a. La masa de la persona.
   b. El peso de la persona en la Luna, donde la aceleración de la gravedad es 1,6 m/s².

Solución:

a. Puesto que el peso es 600 N, se tiene que:

$w = m \cdot g$

$m = \dfrac{w}{g}$ *Al despejar m*

$m = \dfrac{600\ \text{N}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 61{,}2\ \text{kg}$ *Al remplazar y calcular*

La masa de la persona es 61,2 kg.

b. Puesto que la aceleración de la gravedad en la Luna es 1,6 m/s² y la masa de la persona en la Luna es igual que en la Tierra, es decir, 61,2 kg, se tiene que el peso de la persona en la Luna w_{luna} es:

$w = m \cdot g$

$\vec{w}_{luna} = 61{,}2\ \text{kg} \cdot 1{,}6\ \text{m/s}^2$ *Al remplazar*

$\vec{w}_{luna} = 97{,}9\ \text{N}$ *Al calcular*

El peso de la persona en la Luna es 97,9 N.

EJEMPLOS

3. Un objeto de 10,0 kg de masa se encuentra suspendido del techo de un ascensor por medio de un dinamómetro. Determinar la lectura del dinamómetro (esta es la fuerza que él ejerce sobre el cuerpo) si:

a. El ascensor asciende con aceleración de 2 m/s^2.

b. El ascensor desciende con aceleración de 2 m/s^2.

Solución:

a. En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre el objeto.

Si el ascensor sube con aceleración constante de 2 m/s^2, la fuerza neta se expresa como:

$F_{neta} = m \cdot a = 10{,}0 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 20{,}0 \text{ N}$

El peso del objeto es:

$w = m \cdot g = 10{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

Por tanto,

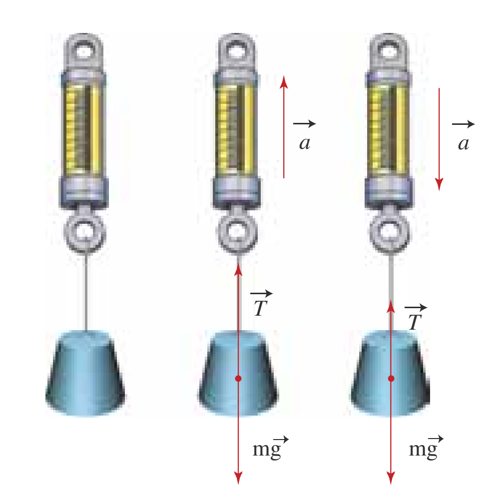
$F_{neta} = T - (m \cdot g)$

$T = F_{neta} + (m \cdot g)$ *Al despejar T*

$T = 20 \text{ N} + 98 \text{ N}$ *Al remplazar*

$T = 118 \text{ N}$ *Al calcular*

Esto muestra que cuando el ascensor acelera hacia arriba, aparentemente el objeto pesa 118 N.



b. Si el ascensor baja con aceleración constante de 2 m/s^2, la fuerza neta se expresa como:

$F_{neta} = m \cdot a = -10{,}0 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = -20{,}0 \text{ N}$.

El peso del objeto es:

$w = m \cdot g = 10{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

Por ende,

$\vec{F}_{neta} = T - (m \cdot g)$

$T = \vec{F}_{neta} + (m \cdot g)$ *Al despejar T*

$T = -20 \text{ N} + 98 \text{ N}$ *Al remplazar*

$T = 78 \text{ N}$ *Al calcular*

Esto muestra que cuando el ascensor acelera hacia abajo, aparentemente el objeto pesa 78 N.

2.3 La fuerza de rozamiento

Como lo hemos descrito, las superficies, en general, no son perfectamente lisas y presentan una serie de rugosidades que en ocasiones encajan con las de otra superficie cuando se encuentran en contacto. Así, cuando se intenta desplazar un cuerpo sobre una superficie o cuando un cuerpo se desliza sobre ella, aparece la **fuerza de rozamiento**, opuesta a la dirección del movimiento.

2.3.1 Fuerza de rozamiento estático

Si al intentar mover un vehículo, empujándolo, este permanece inmóvil, se puede afirmar que la aceleración del vehículo es igual a cero, debido a que la suma de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

La fuerza, $\vec{F}$, que se ejerce sobre él se equilibra con la fuerza de rozamiento, $\vec{F}_r$, puesto que el objeto permanece inmóvil. A este tipo de rozamiento se le denomina **fuerza de rozamiento estático**.

Puede ocurrir que aunque se aumente la fuerza con la cual se empuja el vehículo, este permanezca inmóvil; lo que indica que la fuerza de rozamiento estático también aumenta, es decir $F = F_r$.

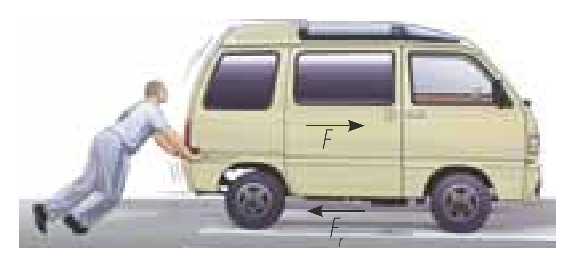


Figura 5. El automóvil no se mueve, por tanto, la suma de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

© Santillana

Si dos personas empujan a la vez el vehículo, la fuerza aplicada es mayor y eventualmente puede lograr que el vehículo se ponga en movimiento. El valor de la fuerza de rozamiento estático alcanza un valor máximo que se conoce como **fuerza de rozamiento estático máxima**, siendo este el valor alcanzado en el momento en que el automóvil empieza a moverse.

Para analizar más a fondo lo que sucede con las irregularidades de dos superficies en contacto al ser presionadas, podemos considerar cada superficie como una lija, cuyo material abrasivo corresponde a las irregularidades.

Si se presiona un trozo de lija contra el otro, los granos se entrelazan y, al aplicarse una fuerza paralela a la superficie, dificultan el desplazamiento, lo cual da origen a la fuerza de rozamiento. La cantidad de material abrasivo (granos) de cada lija hace evidente fuerza de rozamiento que actúa sobre cada superficie.

Cuanto más se presionan los trozos de lija, más se incrustan los granos del uno en la superficie del otro y en consecuencia, mayor resulta la fuerza necesaria para desplazar las superficies hasta alcanzar un valor máximo, es decir, hasta el momento en el cual un trozo de lija comienza a moverse con respecto al otro.

La fuerza de rozamiento estático máxima es proporcional a la fuerza que se ejercen mutuamente las superficies en la dirección perpendicular a ellas.

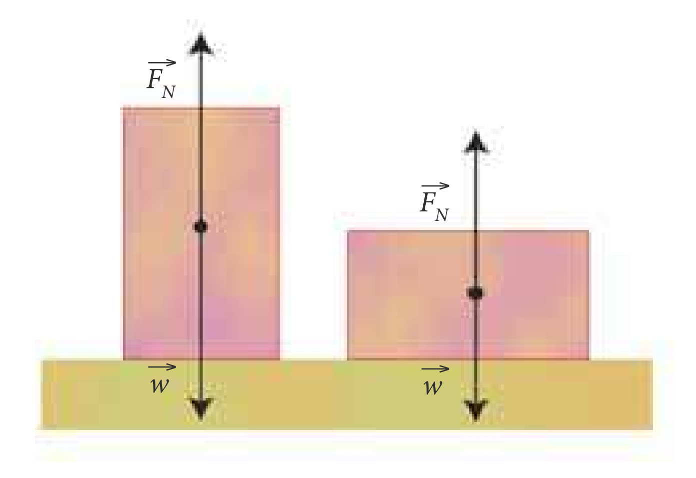
Cuando un objeto se encuentra sobre una superficie, la fuerza perpendicular que la superficie le ejerce es la fuerza normal $\vec{F}_N$. Por ende,

$$Fr_{estático} = \mu_e \cdot F_N$$

La constante de proporcionalidad μ_e se denomina coeficiente de rozamiento estático y su valor, que por lo general es menor que 1, depende de la textura de las superficies en contacto.

La fuerza de rozamiento depende de la naturaleza de las superficies que se ponen en contacto, por ejemplo μ_e es diferente si las superficies en contacto son asfalto y caucho que si se trata de hielo y metal.

Por otra parte, por depender de la fuerza normal, la fuerza de rozamiento no depende del área de las superficies en contacto de los cuerpos, siempre que la naturaleza de las caras sea la misma como se muestra en la siguiente figura.



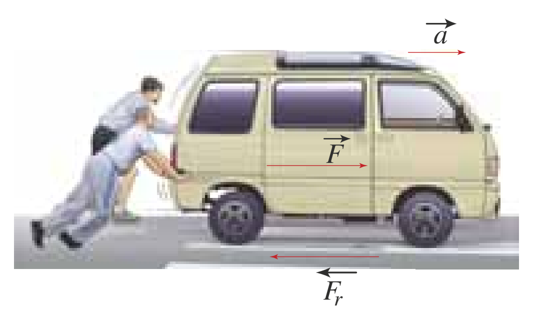


Figura 6. Fuerza de rozamiento.



Figura 7. La fuerza de rozamiento cinético se presenta cuando los cuerpos están en movimiento.

2.3.2 La fuerza de rozamiento cinético

Una vez que la fuerza aplicada sobre un objeto supera en intensidad a la fuerza de rozamiento estático, el objeto se mueve. Cuando el objeto se encuentra en movimiento, la fuerza de rozamiento es menor que la fuerza de rozamiento estático máxima. A la fuerza de rozamiento cuando los cuerpos se encuentran en movimiento se le denomina fuerza de rozamiento cinético y se representa opuesta a la dirección del movimiento.

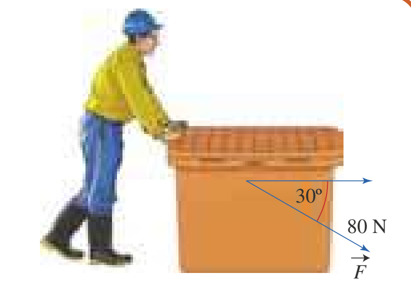
La fuerza de rozamiento cinético es directamente proporcional a la fuerza normal. La constante de proporcionalidad que, como en el caso del rozamiento estático, depende de la naturaleza de las superficies en contacto, se llama **coeficiente de rozamiento cinético** μ_c. En este caso tenemos:

$$Fr\ cinético = \mu_c \cdot F_N$$

EJEMPLO

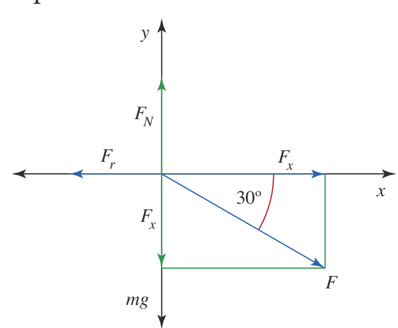
Sobre una caja de masa 8,0 kg se aplica una fuerza de 80,0 N que forma con la horizontal un ángulo de 30° y este se desliza sobre una superficie plana. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es de 0,20.

Determinar la aceleración con la cual se mueve el objeto.



Solución:

En la siguiente figura se representa el diagrama de fuerzas correspondiente.



Las componentes de la fuerza *F*, se calculan así:

$F_x = F \cdot \cos 30°$

$F_x = 80{,}0\ N \cdot \cos 30° = 69{,}3\ N$

$F_y = -F \cdot \text{sen}\ 30°$

$F_y = -80{,}0\ N \cdot \text{sen}\ 30° = -40{,}0\ N.$

El peso de la caja es:

$w = m \cdot g$

$w = 8{,}0\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 78{,}4\ N.$

No conocemos la componente en *x* de la fuerza de rozamiento ni la componente en *y* de la fuerza normal. Además, como el objeto permanece en contacto con la superficie sobre la cual se desliza, la componente en *y* de la fuerza neta es igual a cero. Escribimos las componentes de las fuerzas, expresadas en N.

$\vec{F} = (69{,}3; -40{,}0)$

$\vec{mg} = (0, -78{,}4)$

$\vec{F_r} = (-Fr, 0)$

$\vec{F_N} = (0, F_N)$

$\vec{F}_{neta} = (F_{neta}, 0)$

Podemos plantear las siguientes ecuaciones para las componentes:

Para *y*: $-40{,}0\ N - 78{,}4\ N + F_N = 0$

De la cual podemos deducir que $F_N = 118{,}4\ N$

Para calcular la fuerza de rozamiento, tenemos que:

$F_r = \mu c \cdot F_N$

$F_r = 0{,}20 \cdot 118{,}4\ N = 23{,}68\ N$ *Al remplazar y calcular*

Para *x*: $69{,}3 \cdot N - F_r = F_{neta}$

De la cual podemos deducir que:

$F_{neta} = 69{,}3\ N - 23{,}68\ N = 45{,}62\ N.$

Para calcular la aceleración, tenemos que:

$F_{neta} = m \cdot a$

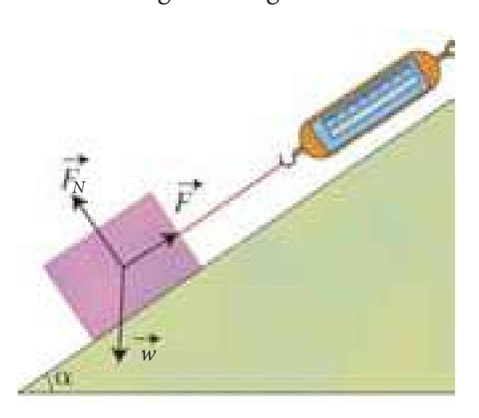
$$a = \frac{F_{neta}}{m} = \frac{45{,}62\ N}{8{,}0\ kg} = 5{,}7\ m/s^2$$ *Al remplazar y calcular*

La aceleración del objeto es de $5{,}7\ m/s^2$

2.4 El plano inclinado

Las superficies inclinadas como las rampas son ejemplos de planos inclinados. Un plano inclinado es una superficie plana que forma un determinado ángulo α con la horizontal.

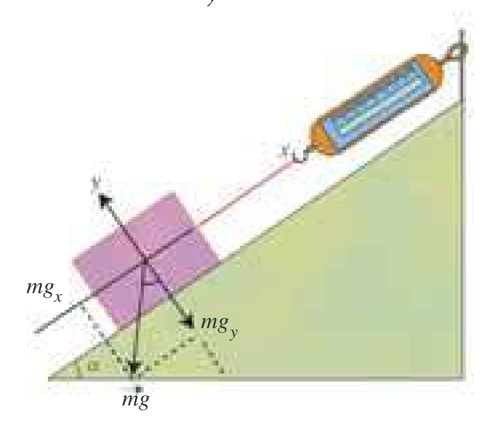
Considera que sobre un plano inclinado liso (de rozamiento despreciable) se coloca un cuerpo sujeto por un dinamómetro a la parte superior del plano tal como se muestra en la siguiente figura.



Se observa que sobre el cuerpo actúan tres fuerzas: su peso ($\vec{mg}$), la fuerza normal ($\vec{F}_N$) y la fuerza que ejerce el resorte del dinamómetro ($\vec{F}$). Como el cuerpo se encuentra en equilibrio bajo la acción de las tres fuerzas, se cumple que:

$$\vec{mg} + \vec{F}_N + \vec{F} = 0$$

El peso, $\vec{mg}$, del cuerpo puede descomponerse en otras dos fuerzas: una en el eje x (mg_x), y la otra en el eje y (mg_y), así:



Podemos escribir entonces:

$$mg = (-mg_x, -mg_y)$$
$$F_N = (0 , F_N)$$
$$F_D = (F, 0)$$
$$F_{neta} = (0 , 0)$$

Por tanto,

$$mg_x = F \quad \text{y} \quad mg_y = F_N$$

Esto muestra que la componente sobre el eje y del peso, mg_y y la fuerza normal son fuerzas de igual norma pero con direcciones contrarias. De la misma manera, la fuerza F que ejerce el dinamómetro y la componente del peso en el eje x, mg_x, son de igual norma pero opuestas.

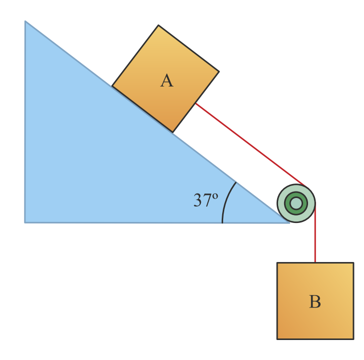
EJERCICIO

¿Es cierto que siempre se cumple que la norma de la fuerza normal es igual a la norma del peso? Explica por medio de ejemplos.



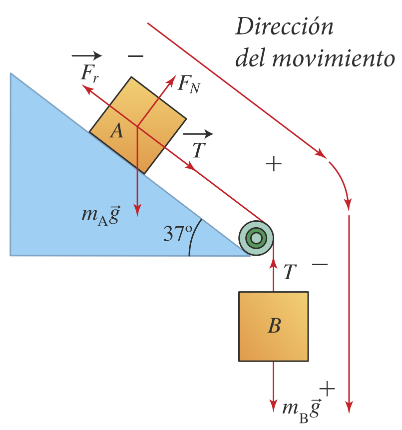
EJEMPLO

Sobre un plano inclinado que forma 37° con la horizontal, se encuentra un bloque A de madera, de masa 8,0 kg, unido por medio de una cuerda a otro bloque B, de masa 4,0 kg que cuelga de la cuerda, la cual pasa por una polea situada en la parte inferior del plano. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,20, calcular la aceleración del sistema y la tensión del hilo.



Solución:

La fuerza de rozamiento que actúa sobre A se dirige hacia arriba por el plano. Para escribir las relaciones entre las fuerzas, tomemos las direcciones positivas que se indican en la siguiente figura para cada objeto respectivamente.



Bloque B:

Sobre el bloque B, únicamente actúan el peso, que es $m_B \cdot g = 39{,}2$ N, y la tensión del hilo, T. El peso, $m_B \cdot g$, está orientado en la dirección del movimiento, mientras que T se dirige en sentido contrario, por lo cual, al aplicar la ecuación $F_{neta} = m \cdot a$, tenemos:

$$F_{neta_B} = 39{,}2 \text{ N} - T$$

es decir, $39{,}2 \text{ N} - T = 4{,}0 \text{ kg} \cdot a$

Bloque A:

Puesto que actúan la fuerza de rozamiento, la fuerza normal, la tensión de la cuerda y el peso, debemos considerar lo que sucede en la dirección del movimiento y en la dirección perpendicular al movimiento.

En dirección perpendicular a la dirección del movimiento actúan la fuerza normal F_N y la componente del peso,

$$-m_A \cdot g \cdot \cos 37° = -62{,}6 \text{ N}$$

En la dirección del movimiento, actúan la tensión, T, la fuerza de rozamiento, F_r y la componente del peso, $m \cdot g$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } 37° = 47{,}2 \text{ N}.$$

La componente de la fuerza neta en el eje y es igual a cero, pues en esta dirección no hay movimiento para el bloque A.

Si suponemos que la cuerda no tiene masa, la tensión en los dos extremos de la cuerda es T y, por tanto, al escribir las componentes de los vectores tenemos:

$$\vec{T} = (T, 0)$$
$$\vec{F}_N = (0, F_N)$$
$$\vec{F}_r = (-F_r, 0)$$
$$\vec{mg} = (47{,}2; -62{,}6)$$
$$\vec{F}_{neta_A} = (8{,}0 \text{ kg} \cdot a, 0)$$

A partir de las componentes en el eje y, la fuerza normal es:

$$F_N = 62{,}6 \text{ N}$$

Con el valor de la fuerza normal podemos calcular la fuerza de rozamiento:

$$F_r = 0{,}20 \cdot 62{,}6 \text{ N} = 12{,}5 \text{ N}$$

A partir de las componentes en el eje x:

$$T - 12{,}5 \text{ N} + 47{,}2 \text{ N} = 8{,}0 \text{ kg} \cdot a$$

Tenemos entonces las siguientes dos ecuaciones:

$$39{,}2 \text{ N} - T = 4{,}0 \text{ kg} \cdot a$$
$$T + 34{,}7 \text{ N} = 8{,}0 \text{ kg} \cdot a$$

Sumándolas, obtenemos:

$$73{,}9 \text{ N} = 12{,}0 \text{ kg} \cdot a$$

Luego, $a = 6{,}15 \text{ m/s}^2$

Calculamos la tensión a partir de cualquiera de las ecuaciones anteriores y obtenemos que:

$T = 14{,}6$ N.

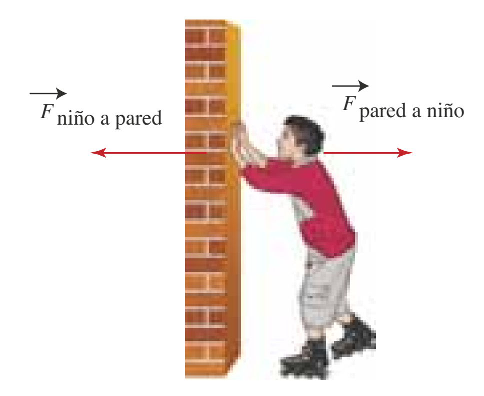
La aceleración del sistema es 6,15 m/s^2 y la tensión de la cuerda es 14,6 N.

 © Santillana

3. Acción y reacción - Tercera ley de Newton

3.1 La tercera ley de Newton

En la naturaleza, las fuerzas no se presentan solas, sino que forman parte de un sistema de pares de fuerzas que actúan simultáneamente. Por ejemplo, un niño que se desliza sobre unos patines, ejerce una fuerza con sus manos sobre una pared y como consecuencia de ello, el niño se separa de la pared. Esto sucede debido a que la fuerza aplicada por el niño, genera otra fuerza contraria a la que aplicó sobre la pared, como se observa en la siguiente figura.



Para explicar situaciones como la descrita enunciamos la tercera ley de Newton o principio de acción y reacción.

Definición

Si un cuerpo ejerce una fuerza (acción) sobre otro, este produce otra fuerza de la misma intensidad (reacción), pero opuesta sobre el primero.

Es importante tener en cuenta que las fuerzas de acción y reacción se aplican sobre cuerpos distintos. Así, en el ejemplo del niño sobre patines, si consideramos que la acción es la fuerza ejercida por el niño sobre la pared, la reacción es la fuerza ejercida por la pared sobre el niño, lo cual ocasiona que este se desplace.

Las fuerzas de acción y reacción se manifiestan en la naturaleza, por ejemplo algunos animales como los calamares se desplazan cuando lanzan desde el interior de su cuerpo un líquido (tinta). El animal al expulsar la tinta ejerce fuerza sobre el líquido y, en consecuencia, por el principio de acción y reacción, el líquido ejerce fuerza sobre el animal, lo cual genera que este se desplace.

Cualquier cuerpo que se encuentre en las proximidades de la Tierra experimenta la fuerza de atracción que esta le ejerce, el peso. De acuerdo con el principio de acción y reacción, también el cuerpo ejerce una fuerza de igual intensidad y opuesta sobre la Tierra. Esto significa que debido a la fuerza ejercida por el cuerpo, la Tierra experimenta aceleración, sin embargo no se percibe, puesto que de acuerdo con la segunda ley de Newton, un objeto de mayor masa experimenta menor aceleración que uno de menor masa cuando se les ejerce la misma fuerza. Puesto que la masa de la Tierra es muy grande ($6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg), la aceleración que esta experimenta es mínima.

EJERCICIO

Si un cuerpo se encuentra sobre una superficie horizontal, ¿qué cuerpo ejerce la reacción a la fuerza normal?





Figura 8. Las fuerzas que se ejercen la locomotora y el vagón constituyen un par acción-reacción.

En síntesis, dos cuerpos que interactúan mutuamente ejercen fuerzas de igual intensidad pero opuestas, una de ellas la acción y la otra la reacción. Cualquiera de las dos corresponde a la acción o a la reacción. Por ejemplo, cuando una locomotora hala un vagón le ejerce fuerza y, en consecuencia, el vagón le ejerce una fuerza de igual intensidad y opuesta (figura 8). En este caso no podemos determinar cuál de las fuerzas es la acción y cuál es la reacción, ya que si consideramos que la fuerza que ejerce la locomotora es la acción, entonces la fuerza que ejerce el vagón es la reacción y si la fuerza que ejerce el vagón se considera como la acción, la fuerza que ejerce la locomotora es la reacción.

Aunque las fuerzas de acción y reacción entre pares de cuerpos, son de igual intensidad y opuestas, no ocasionan que el conjunto esté en reposo o que se mueva con velocidad constante, ya que, cada una actúa sobre un cuerpo distinto y por tanto ninguno de los dos puede estar en reposo, a menos que existan otras fuerzas que contrarresten a las anteriores. Por ejemplo, es claro que cuando la locomotora hala el vagón lo pone en movimiento. De acuerdo con el principio de acción y reacción la fuerza que ejerce la locomotora sobre el vagón es de igual intensidad y opuesta a la que ejerce el vagón sobre la locomotora, sin embargo, las fuerzas no se anulan entre sí porque actúan sobre cuerpos diferentes y entonces no podemos esperar que el sistema locomotora-vagón necesariamente se encuentre en reposo o se mueva con velocidad constante.

EJEMPLO

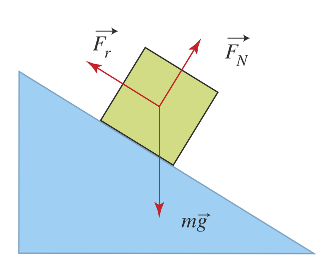
Un cuerpo se coloca sobre un plano inclinado.

a. Dibujar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo e indicar qué cuerpo las ejerce.

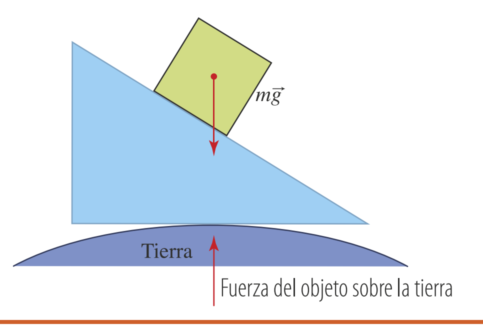
b. Determinar la fuerza de reacción a cada una de las fuerzas y representarlas gráficamente.

Solución:

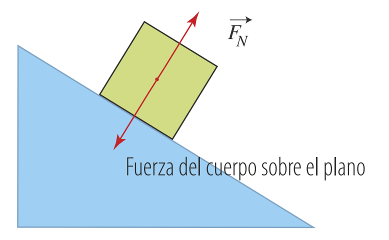
En la figura se representan las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.



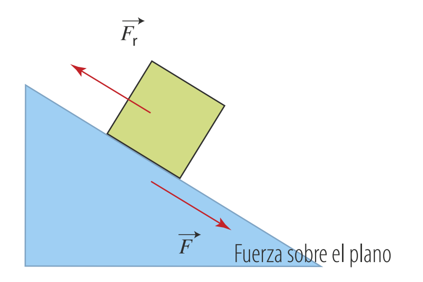
Si consideramos que el peso es la acción, entonces, la reacción es la fuerza que ejerce el objeto sobre la Tierra.



Si consideramos la fuerza normal como la acción, entonces, la reacción es la fuerza que ejerce el cuerpo sobre la superficie del plano inclinado.



La reacción a la fuerza de rozamiento es una fuerza que ejerce el cuerpo sobre la superficie como lo muestra la figura.



 © Santillana



3.2 La cantidad de movimiento lineal

Alguna vez te has preguntado ¿cómo puede un karateca romper una fila de ladrillos sin romper su mano? ¿Por qué es más difícil detener una pelota cuando se mueve rápido que cuando se mueve despacio?

Como ya lo hemos dicho, para detener un objeto es necesario aplicarle una fuerza y efectivamente la experiencia nos muestra que tenemos mayor dificultad cuanto mayor es la rapidez con la que se mueve el objeto. La experiencia también nos muestra que si dos cuerpos de diferente masa se mueven con la misma rapidez, tenemos mayor dificultad para detener el cuerpo con mayor masa. Lo anterior sugiere que para describir este tipo de situaciones debemos tener en cuenta dos factores, la masa y la velocidad de los objetos. Estas dos magnitudes se relacionan con la magnitud llamada cantidad de **movimiento lineal** o **momentum lineal**.

Newton, en su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, definió la cantidad de movimiento como: *La cantidad de movimiento es la medida del mismo, que nace de la velocidad y de la cantidad de materia conjuntamente.*

En la definición propuesta, Newton menciona la cantidad de materia, sin embargo, cuando definimos masa en el tema anterior, establecimos que esta es una medida de la resistencia que presenta un objeto al que se le cambia su estado de movimiento, definición de masa que es más precisa que la de cantidad de materia.

EJERCICIO

Plantea un ejemplo de un automóvil cuya masa es 1.000 kg y cuya cantidad de movimiento lineal es igual a la tuya en una situación en la cual corres.

Definición

El momentum lineal o cantidad de movimiento lineal, p, de un cuerpo se define como el producto de la masa del cuerpo por la velocidad.

La expresión que describe la cantidad de movimiento lineal es:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Como el producto de una magnitud escalar positiva (la masa) por un vector (la velocidad), es un vector con la misma dirección, tenemos que la dirección del vector cantidad de movimiento coincide con la dirección del vector velocidad.

Para la norma de la cantidad de movimiento se cumple que $\vec{p} = m\vec{v}$

La unidad de medida de la cantidad de movimiento en el SI es el kg · m/s

Por ejemplo, si un automóvil de masa 1.000 kg se mueve con velocidad de 72 km/h hacia el norte y un camión de masa 8.000 kg se mueve con velocidad 9 km/h hacia el norte, podemos verificar que la cantidad de movimiento de los dos vehículos es la misma.

$$p_{automóvil} = m_{automóvil} \cdot v_{automóvil}$$
$$p_{automóvil} = 1.000 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s}$$
$$p_{automóvil} = 20.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$p_{camión} = m_{camión} \cdot v_{camión}$$
$$p_{camión} = 8.000 \text{ kg} \cdot 2,5 \text{ m/s}$$
$$p_{camión} = 20.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Observemos que la cantidad de movimiento de un sistema aumenta cuando aumenta su rapidez y la masa permanece constante o cuando aumenta la masa y la rapidez permanece constante.



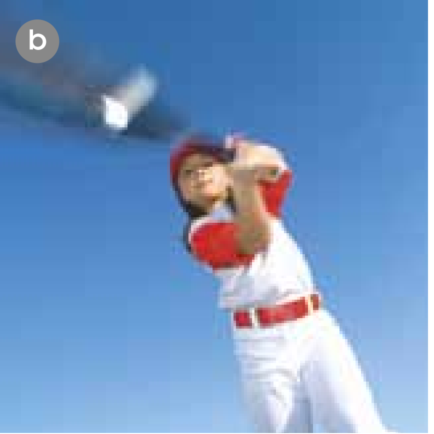


Figura 9. Fuerzas no tan intensas aplicadas durante largos períodos de tiempo (a) pueden producir igual impulso que fuerzas muy intensas aplicadas durante intervalos de tiempo muy cortos (b).

3.3 Impulso mecánico

Al cambiar la cantidad de movimiento de un cuerpo, cambia su masa o cambia su velocidad o cambian la masa y la velocidad. La experiencia diaria nos indica que, la masa de los objetos permanece constante y, por lo general, varía la velocidad, es decir, se produce una aceleración. Dicha aceleración se produce como resultado de una fuerza que actúa sobre el cuerpo durante un tiempo determinado.

Como sabemos, un factor importante en el movimiento de los cuerpos es el tiempo durante el cual se ejerce la fuerza. Si se aplica una fuerza durante un intervalo de tiempo corto, el cambio en la cantidad de movimiento es pequeño, y si se aplica la misma fuerza durante un intervalo de tiempo mayor, el cambio en la cantidad de movimiento es mayor.

Si suponemos que un cuerpo se mueve en línea recta con aceleración constante y su velocidad cambia de v_0 a v durante un intervalo de tiempo Δt, entonces se tiene que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

Como $F_{neta} = m \cdot a$

Tenemos,

$$F_{neta} = m \cdot \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{m \cdot v - m \cdot v_0}{\Delta t}$$

Si la cantidad de movimiento inicial es $p_0 = m \cdot v_0$ y la cantidad de movimiento cuando ha transcurrido el intervalo de tiempo Δt es $p = m \cdot v$, entonces:

$$F_{neta} = \frac{p - p_0}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Lo cual significa que la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo. Esta expresión muestra que cuanto más intensa es una fuerza, más rápido cambia la cantidad de movimiento del objeto; de la misma manera, si la fuerza no es tan intensa, la cantidad de movimiento del objeto cambia lentamente.

El producto de la fuerza que actúa sobre un cuerpo por el tiempo durante el cual esta actúa recibe el nombre de **impulso mecánico**, I. Es decir,

$$I = F_{neta} \cdot \Delta t$$

Como $F_{neta} \cdot \Delta t = p - p_0$, tenemos

$$I = p - p_0$$

Es decir, que la variación de la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al impulso que actúa sobre el cuerpo.

Esta relación permite explicar por qué fuerzas no tan intensas como la que ejerce el lanzador en béisbol, que actúan durante un intervalo de tiempo largo (figura a), producen efectos comparables con los de fuerzas intensas, como la que ejerce el bateador de béisbol con el bate, que actúan durante intervalos de tiempo cortos (figura b).

La unidad de medida del impulso en el SI es el N · s.

 © Santillana

EJEMPLO

La masa de un balón de fútbol es 450 g. Si el tiempo de contacto entre el pie y un balón en reposo, durante un puntapié, para que este adquiera una velocidad de 20 m/s, es de $8 \cdot 10^{-3}$ s, determinar:

a. El impulso producido por el puntapié.

b. La fuerza ejercida sobre el balón.

Solución:

a. La cantidad de movimiento inicial es 0 y la cantidad de movimiento final se calcula mediante:

$p = m \cdot v$

$p = 0{,}450 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s}$ *Al remplazar*

$p = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ *Al calcular*

Para determinar el impulso, tenemos:

$I = p - p_0$

$I = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 0$ *Al remplazar*

$I = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ *Al calcular*

El impulso producido por el puntapié es $9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

b. Para calcular la fuerza ejercida sobre el balón, tenemos que:

$I = F_{neta} \cdot \Delta t$

$F_{neta} = \dfrac{I}{\Delta t}$ *Al despejar F_{neta}*

$F_{neta} = \dfrac{9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{8 \cdot 10^{-3} \text{ s}}$ *Al remplazar*

$F_{neta} = 1.125 \text{ N}$ *Al calcular*

La fuerza ejercida sobre el balón es 1.125 N.

3.4 La conservación de la cantidad de movimiento

Consideremos un sistema formado por dos esferas. Se dice que este sistema es aislado porque las únicas fuerzas que actúan sobre ellas son las que se ejercen mutuamente (figura 10).

De acuerdo con el principio de acción y reacción, la fuerza que ejerce la esfera 1 sobre la esfera 2 (F_{12}) es de igual intensidad y opuesta a la fuerza que ejerce la esfera 2 sobre la esfera 1 (F_{21}). Es decir, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Como la segunda ley de Newton, expresada en términos de la cantidad de movimiento p, establece que la fuerza es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo, tenemos que las fuerzas que experimentan la esfera 1 y la esfera 2 son respectivamente:

$$F_{21} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \text{ y } F_{12} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t}$$

Por tanto,

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = -\frac{\Delta p_1}{\Delta t}$$

El tiempo durante el cual la esfera 1 ejerce fuerza sobre la esfera 2 es igual al tiempo durante el cual la esfera 2 ejerce fuerza sobre la esfera 1, por ende, los cambios de cantidad de movimiento se relacionan mediante la expresión:

$$\Delta p_2 = -\Delta p_1$$

es decir,

$$p_2 - p_{2_0} = -(p_1 - p_{1_0})$$

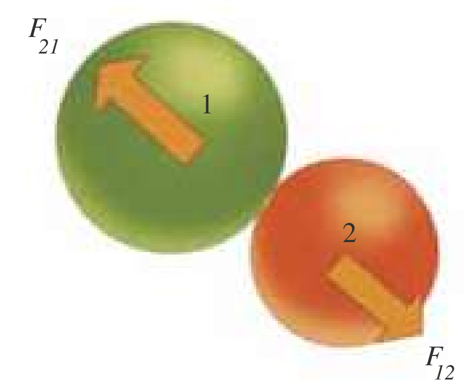


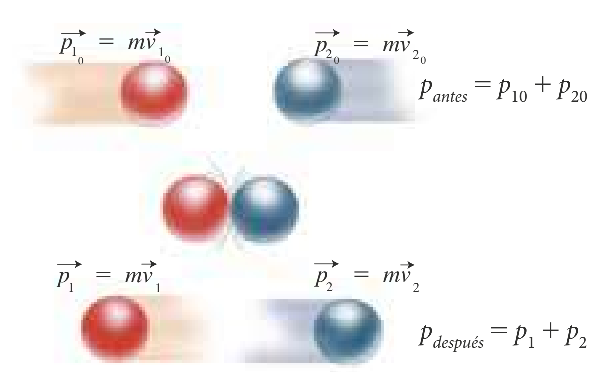
Figura 10. F_{12} y F_{21} constituyen un par acción-reacción.

La expresión anterior significa que una disminución en la cantidad de movimiento de la esfera 1 se manifiesta como un aumento de la cantidad de movimiento de la esfera 2.

Esta relación se expresa como:

$p_1 + p_2 = p_{1_0} + p_{2_0} =$ constante

Observemos la siguiente figura:



Se concluye que la suma de las cantidades de movimiento de dos objetos que conforman un sistema aislado, antes de que interactúen, es igual a la suma de las cantidades de movimiento de los dos objetos después de la interacción, es decir:

$$p_{antes} = p_{después}$$

En consecuencia la cantidad de movimiento de un sistema aislado permanece constante.

El principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal es equivalente a la tercera ley de Newton. Este principio se aplica a un sistema aislado que contenga dos o más partículas. En un sistema conformado por tres partículas que interactúan, cada una experimenta como fuerza la suma de las fuerzas que le ejercen las otras dos.

EJEMPLO

Después de una explosión interna un objeto de masa 4,0 kg, inicialmente en reposo, se divide en dos fragmentos, uno de los cuales, de masa 2,5 kg, sale proyectado hacia la derecha con velocidad de 40 m/s. Determinar la velocidad del otro fragmento después de la explosión.

Solución:

Cantidad de movimiento inicial del objeto antes de la explosión es $p_{antes} = 0$. La cantidad de movimiento final del sistema conformado por los dos fragmentos es:

$$p_{después} = p_1 + p_2 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

$$p_{después} = 2{,}5 \text{ kg} \cdot 40 \text{ m/s} + 1{,}5 \text{ kg} \cdot v_2$$

$$p_{después} = 100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 1{,}5 \text{ kg} \cdot v_2$$

De acuerdo con el principio de conservación de la cantidad de movimiento,

$$P_{antes} = P_{después}$$

$$0 = 100 \text{ kg m/s} + 1{,}5 \text{ kg} \cdot v_2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$v_2 = -66{,}6 \text{ m/s} \qquad \textit{Al calcular}$$

La velocidad del segundo fragmento, después de la explosión es −66,6 m/s. El signo menos indica que el segundo fragmento se mueve en sentido opuesto al primer fragmento.

 © Santillana

3.5 Los sistemas de propulsión

Los sistemas de propulsión como el empleado para producir el movimiento de los cohetes son una aplicación del principio de acción y reacción (figura 11). En este caso, los gases que escapan del combustible quemado son expulsados por la parte posterior del cohete y, en consecuencia, el cohete experimenta aceleración hacia adelante debida a la fuerza que ejercen los gases expulsados.

Pero, ¿por qué un cohete se puede mover sin la interacción de cuerpo alguno? Supongamos que el cohete inicialmente se encuentra en reposo, entonces la cantidad de movimiento total del sistema es igual a cero. Una vez en movimiento, la cantidad de movimiento de los gases que escapan es igual a la cantidad de movimiento del cohete, aunque opuesta. Cuando el cohete expulsa los gases, además de recibir aceleración por efecto de la fuerza que le ejercen los gases, disminuye su masa, lo cual contribuye a que experimente un aumento en la rapidez.

En síntesis, en el movimiento de los cohetes se conjugan dos factores: el primero es la fuerza que ejercen los gases expulsados, la cual es reacción a la fuerza que la nave les ejerce al expulsarlos. El segundo factor es la continua disminución de la masa, lo cual aumenta su rapidez.

En el despegue de un cohete, los gases son expulsados a miles de metros por segundo. Algunos cohetes se denominan cohetes de múltiples etapas, debido a que en su trayecto, se despojan de algunas partes. En consecuencia, su masa disminuye significativamente aumentando de esta manera su rapidez.

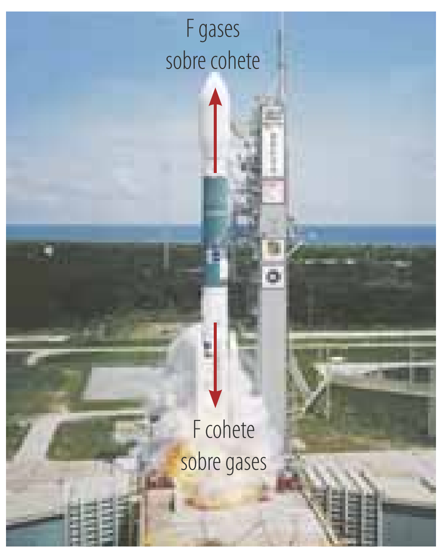


Figura 11. Cohete impulsado por un sistema de propulsión.

EJEMPLO

Un pequeño carro provisto de un cañón cuya masa total es 20,0 kg se mueve con velocidad de 5,0 m/s hacia la derecha. En determinado instante dispara un proyectil de 1,0 kg con una velocidad de 1,0 m/s, con respecto a la vía. Determinar la velocidad del carro con respecto a la vía después del disparo.



Solución:

Antes del disparo, la cantidad de movimiento del sistema es:

$$p_{antes} = m_{inicial\ carro} \cdot v_{inicial\ carro}$$
$$p_{antes} = 20{,}0\ \text{kg} \cdot 5{,}0\ \text{m/s} = 100\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Después del disparo, la cantidad de movimiento del sistema carro proyectil es:

$$p_{después} = m_{proyectil} \cdot v_{proyectil} + m_{restante\ carro} \cdot v_{carro}$$
$$p_{después} = -1{,}0\ \text{kg} \cdot 1{,}0\ \text{m/s} + 19{,}0\ \text{kg} \cdot v_{carro}$$

Como:

$$p_{antes} = p_{después}$$
$$100\ \text{kg} \cdot \text{m/s} = -1{,}0\ \text{kg} \cdot 1{,}0\ \text{m/s} + 19{,}0\ \text{kg} \cdot v_{carro} \qquad \textit{Al remplazar}$$
$$v_{carro} = 5{,}3\ \text{m/s} \qquad \textit{Al calcular}$$

La velocidad del carro después del disparo es 5,3 m/s.

3.6 Colisiones

En muchas situaciones cotidianas observamos que se producen colisiones entre objetos, por ejemplo, lo que sucede con las bolas de billar, o el comportamiento de las partículas de un gas. Una colisión es una interacción entre objetos en la que se produce transferencia de cantidad de movimiento, en ausencia de fuerzas externas. La cantidad de movimiento del sistema conformado por los objetos que interactúan antes de la colisión es igual a la cantidad de movimiento después de la colisión. Para la cantidad de movimiento total de un sistema en una colisión se cumple que:

$$p_{antes} = p_{después}$$

Cuando se produce una colisión entre dos objetos que se encuentran sobre una superficie es posible que la fuerza de rozamiento actúe sobre ellas, la cual es una fuerza externa. Sin embargo, la presencia de esta fuerza no le resta precisión a los cálculos que hacemos a partir de la conservación de la cantidad de movimiento, ya que la fuerza de rozamiento es muy pequeña comparada con la fuerza que se ejercen los objetos entre sí.

Puesto que la cantidad de movimiento es un vector, cuando consideramos colisiones que ocurren en el plano, como es el caso de dos objetos que colisionan pero no frontalmente, representamos la situación en el plano cartesiano y por ende, debemos tener en cuenta las componentes de la cantidad de movimiento tanto en el eje x como en el eje y.

EJEMPLOS

1. **Dos bolas de pool *A* y *B* de masa *m* se dirigen una hacia la otra, chocando frontalmente. La bola *A* se mueve con velocidad de 2 m/s y la bola *B* con velocidad de 1 m/s.**
   a. Determinar la velocidad de la bola A, si después del choque la bola B se mueve con velocidad de 0,6 m/s en dirección contraria a la inicial.
   b. Construir un diagrama de vectores que ilustre el movimiento de las bolas antes y después de la colisión.

Solución:

Determinamos la cantidad de movimiento de las bolas antes y después de la colisión. A la velocidad de la esfera *B* antes de la colisión le asignamos signo menos puesto que se mueve en dirección contraria a la esfera *A*.

$p_{antes} = p_{A_{antes}} + p_{B_{antes}} = m \cdot v_{A_{antes}} + m \cdot v_{B_{antes}} = m \cdot (2\ m/s - 1\ m/s)$

$p_{después} = p_{A_{después}} + p_{B_{después}} = m \cdot v_{A_{después}} + m \cdot v_{B_{después}} = m \cdot (v_{A_{después}} + 0{,}6\ m/s)$

Como,

$p_{antes} = p_{después}$

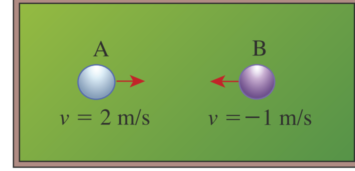
$m \cdot (2\ m/s - 1\ m/s) = m\ (v_{A_{después}} + 0{,}6\ m/s)$

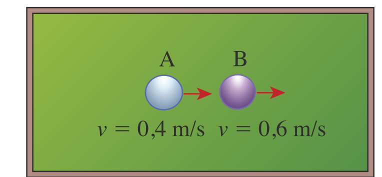
De donde:

$2\ m/s - 1\ m/s = v_{A_{después}} + 0{,}6\ m/s$

$v_{A_{después}} = 0{,}4\ m/s$

La velocidad de la esfera A después de la colisión es 0,4 m/s.
La esfera A disminuyó su rapidez pero no cambió de dirección.





 © Santillana

2. Una esfera A de masa 0,5 kg se mueve con velocidad de 2 m/s y choca de manera no frontal con otra esfera B de masa 0,8 kg que se encuentra en reposo. Después de la colisión la esfera A se desvía 30° con respecto a su dirección inicial y se mueve con velocidad de 1 m/s. Determinar la velocidad de la esfera B después del choque.

Solución:

Analizamos la cantidad de movimiento del sistema antes y después de la colisión. Puesto que el proceso ocurre en el plano debemos considerar las componentes en el eje x y en el eje y.

Antes de la colisión tenemos

- Para la esfera A:

  $P_{A_{antes\,x}} = 0{,}5 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

  $P_{A_{antes\,y}} = 0$

  $\vec{p}_{A_{antes}} = (1, 0)$ Componentes medidas en kg · m/s

- Para la esfera B:

  $\vec{p}_{B_{antes\,x}} = 0$ y $p_{B_{antes\,y}} = 0$

  $p_{B_{antes}} = (0, 0)$

  Por tanto,

  $\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{A_{antes}} + \vec{p}_{B_{antes}}$

  $\vec{p}_{antes} = (1, 0) + (0, 0) = (1, 0)$

  Componentes medidas en kg · m/s.

  Después de la colisión tenemos:

- Para la esfera A:

  $v_{Ax} = 1 \text{ m/s} \cdot \cos 30° = 0{,}87 \text{ m/s}$

  $v_{Ay} = 1 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 30° = 0{,}5 \text{ m/s}.$

  Por tanto,

  $p_{A_{después\,x}} = 0{,}5 \text{ kg} \cdot 0{,}87 \text{ m/s} = 0{,}43 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

  $p_{A_{después\,y}} = 0{,}5 \text{ kg} \cdot 0{,}5 \text{ m/s} = 0{,}25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

  $\vec{p}_{A_{después}} = (0{,}43; 0{,}25)$

  Componentes medidas en kg · m/s

- Para la esfera B:

  $\vec{p}_{B_{después}} = (p_{Bx}, p_{By})$

  $\vec{p}_{después} = (0{,}43; 0{,}25) + (p_{Bx}, p_{By})$

  $\vec{p}_{después} = (0{,}43 + p_{Bx}; 0{,}25 + p_{By})$

  Componentes medidas en kg · m/s

Puesto que:

$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$

$(1, 0) = (0{,}43 + p_{Bx}; 0{,}25 + p_{By})$

Luego,

$1 = 0{,}43 + p_{B_x}$

$0 = 0{,}25 + p_{B_y}$

Por tanto,

$p_{Bx} = 0{,}57 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$p_{By} = -0{,}25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

De donde,

$0{,}8 \text{ kg} \cdot v_{Bx_{después}} = 0{,}57 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

$0{,}8 \text{ kg} \cdot v_{By_{después}} = -0{,}25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

Luego,

$v_{B_x} = 0{,}71$ m/s y

$v_{B_y} = -0{,}31$ m/s

La velocidad de la esfera B después de la colisión se representa por el vector:

$\vec{v}_{B_{después}} = (0{,}71, -0{,}31)$

Componentes medidas en m/s.

La norma del vector velocidad de la esfera B después de la colisión es:

$$\| v_{B_{después}} \| = \sqrt{(0{,}71 \text{ m/s})^2 + (0{,}31 \text{ m/s})^2} = 0{,}77 \text{ m/s}$$

El ángulo que forma la velocidad de B con la dirección inicial de la esfera A se calcula mediante:

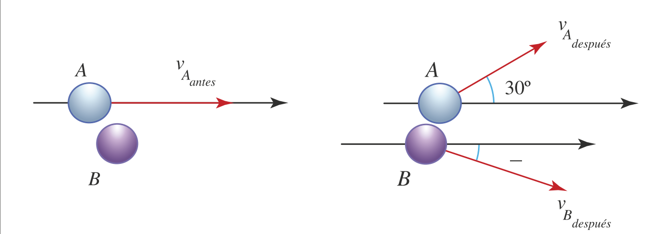
$$\tan \alpha = \frac{-0{,}31}{0{,}71} = -0{,}4$$

Luego,

$\alpha = \tan^{-1}(-0{,}4).$

$\alpha = -21{,}8°$

La esfera B, se mueve con velocidad de 0,77 m/s formando un ángulo de $-21{,}8°$ con la dirección inicial de la esfera A, como muestra la figura.



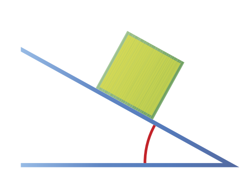


Interpreta

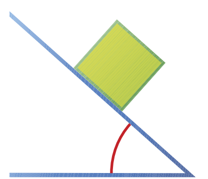
1 **Construye el diagrama de fuerzas que actúan sobre tu cuerpo cuando estás de pie sobre el suelo.**

2 **Responde. ¿En cuál de los siguientes casos la fuerza de rozamiento es mayor, si las masas de los dos cuerpos son iguales y entre la superficie y el cuerpo hay el mismo coeficiente de rozamiento?**

a.



b.



3 **Una esfera de 6 kg de masa inicialmente en reposo explota dividiéndose en tres fragmentos. Dos de ellos con igual masa de 1,5 kg salen con velocidades perpendiculares entre sí de 8 m/s. ¿Cuál es la norma y dirección de la velocidad del tercer fragmento?**

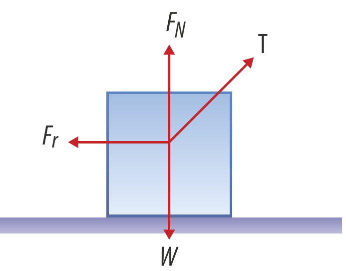
4 **Dos esferas de masas iguales que se mueven a 2 m/s en direcciones que forman entre sí un ángulo de 90°, chocan y después de la colisión, quedan unidas. Determina la velocidad del conjunto.**

5 **Responde. ¿En qué se basa el funcionamiento de un dinamómetro?**

Argumenta

6 **Responde. ¿Puede un cuerpo sobre el cual la fuerza neta sea cero estar en movimiento? Da un ejemplo.**

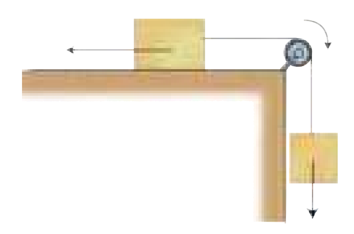
7 **Responde. ¿Cómo debe ser el valor de F_N en la figura para que el sistema esté en equilibrio? ¿Por qué?**



8 **Responde. ¿Por qué razón las fuerzas de acción y reacción no se anulan si son de la misma magnitud y direcciones contrarias?**

9 **Explica por qué si la fuerza neta sobre un cuerpo es cero, su cantidad de movimiento permanece constante.**

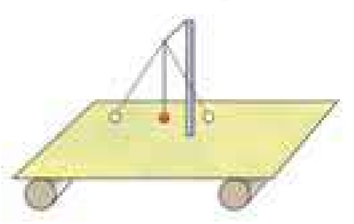
10 **Observa el dibujo.**



¿Qué condiciones se deben dar para que se mueva el objeto que se encuentra sobre la superficie horizontal?

11 **Sobre un carrito que inicialmente se mueve a una velocidad *v*, se colocan suavemente dos bloques, uno por uno. ¿Qué sucede con la velocidad *v*, cada vez que se coloca un bloque?**

12 **Imagina que colocas un cartón sobre un par de rodillos y sobre él un soporte liviano que sostiene un péndulo como muestra la figura. Si se coloca a oscilar el péndulo, ¿cómo es el movimiento del carrito? ¿Por qué?**



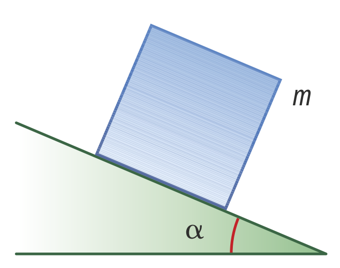
Propone

13 **Responde. ¿Es posible encontrar un ejemplo de un cuerpo que se mueva en sentido diferente a la fuerza neta que actúa sobre él? ¿Cuál?**

14 **Un cuerpo de masa m, cae a lo largo de un plano inclinado. El coeficiente de rozamiento es μc.**

a. Construye el diagrama de fuerzas que actúan sobre *m*.

b. Demuestra que la aceleración del cuerpo es $a = g(\text{sen}\,\alpha - \mu_c \cos\alpha)$.



 © Santillana

Actividades

Verifica conceptos

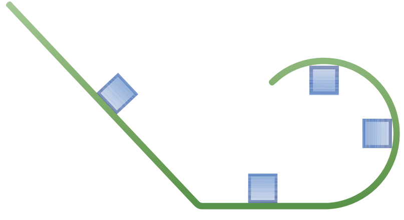
1. **Responde. ¿Qué es un sistema de referencia inercial?**
2. **Responde. ¿Qué instrumento se utiliza para medir la fuerza? Explica cómo funciona.**
3. **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**
   - ☐ Para que un cuerpo se mueva con velocidad constante, es necesario que los efectos de los fuerzas que actúan sobre él, se anulen entre sí.
   - ☐ La suma de todas las fuerzas que actúan simultáneamente sobre un cuerpo recibe el nombre de fuerza neta.
   - ☐ La fuerza que ejerce el Sol sobre los planetas es una fuerza de contacto.
   - ☐ En el sistema británico la unidad de medida de la fuerza es la libra (lb).
   - ☐ Se la suma de las fuerzas que actúan sobre un objeto es igual a cero, el cuerpo se encuentra en reposo.
4. **La fuerza que actúa entre los protones y los neutrones para formar los núcleos atómicos, recibe el nombre de:**

   a. nuclear fuerte
   b. electromagnética
   c. gravitacional
   d. nuclear débil.
5. **Responde. ¿Qué representa *k*, en la expresión matemática que describe la ley de Hooke?**
6. **Determina cuál de las siguientes fuerzas experimenta un cuerpo que descansa sobre una superficie:**

   a. Peso
   b. Normal
   c. Fricción
   d. Tensión

Analiza y resuelve

7. **Responde. ¿Qué fuerza ocasiona que un jugador de hockey pueda detenerse sobre la pista cuando se desliza?**
8. **Un automóvil a gran velocidad llega a una esquina y al intentar dar el giro el conductor pierde el control. Describe cómo puede ser el movimiento del carro. Justifica tu respuesta.**
9. **Responde. ¿Qué condiciones deben cumplir dos fuerzas para que al ser aplicadas sobre un mismo cuerpo, este se mueva con velocidad constante?**
10. **Responde. ¿Por qué hay que aplicar más fuerza para empujar un carro cuando está quieto que cuando se mueve con velocidad constante?**
11. **Dibuja la fuerza normal que experimenta el cuerpo en cada una de las siguientes posiciones mostradas.**



Problemas básicos

12. **Se tienen dos resortes y la constante elástica de uno es igual a la mitad de la constante elástica del otro. Si el de mayor constante requiere de una fuerza de 25 N para elongarse 5 cm, ¿cuánto se elongará el otro al aplicarle una fuerza de 50 N?**
13. **A un resorte que pende verticalmente se le aplican fuerzas en uno de sus extremos, y se mide el alargamiento generado por la acción de cada fuerza. Los datos se muestran en la siguiente tabla:**

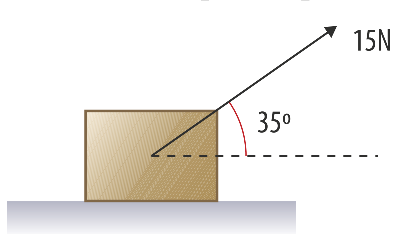
Fuerza (N)	Alargamiento (cm)
0	0
4	2
8	4
12	6
16	8
20	10
24	12
28	14
32	16
36	18

   a. Construye la gráfica de fuerza en función del alargamiento del resorte.
   b. Determina el valor de la constante elástica del resorte.
   c. Responde. ¿Cuánto se estira el resorte al aplicar una fuerza de 40 N?

Actividades

14 **Un niño juega con una pelota unida a un hilo elástico. Si se estira 50 cm cuando el niño le ejerce una fuerza de 4 N, ¿cuánta fuerza deberá ejercer el niño para que el hilo se estire 65 cm?**

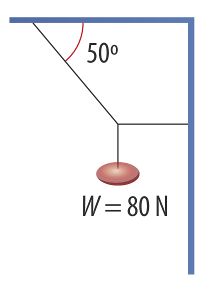
15 **Responde. ¿Cuál es el valor de la fuerza normal que experimenta el cuerpo, si su peso es de 45 N?**

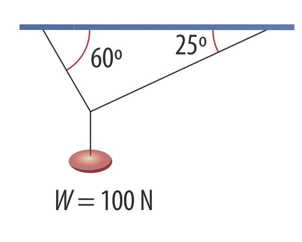


a. 53,6 N
b. 41,4 N
c. 45 N
d. 36,6 N

16 **Para el ejercicio anterior, ¿qué valor debe tener la fuerza de fricción para que el cuerpo se mueva con velocidad constante?**

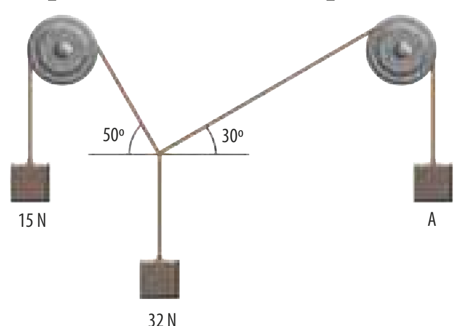
17 **Realiza el diagrama de las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo y determina el valor de la tensión en cada cuerda para que el cuerpo se mantenga en equilibrio.**





18 **Dos niños halan una caja de revistas, aplicando fuerzas perpendiculares entre sí de 100 N y 120 N. ¿Cuál es la fuerza neta que aplican los niños sobre la caja?**

19 **Responde. ¿Qué peso debe tener el bloque A para que el sistema esté en equilibrio?**



20 **El repartidor de un camión de leche empuja con velocidad constante una canasta con bolsas cuyo peso es de 705,6 N por un piso horizontal, mediante una fuerza de 450 N que forma un ángulo de 30° bajo la horizontal.**

a. Dibuja el diagrama de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
b. ¿Cuál es el valor de la fuerza de fricción?
c. ¿Cuál es el valor de la fuerza normal?

21 **Dos fuerzas perpendiculares entre sí de 200 N y 350 N actúan sobre un cuerpo. ¿Qué norma y qué dirección debe tener una tercera fuerza para que el cuerpo se mantenga en equilibrio?**

22 **Una fuerza de 400 N actúa sobre un objeto en dirección 45° noreste.**

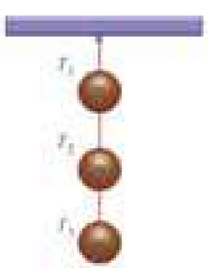
a. ¿En qué dirección se debe ejercer una fuerza de 500 N para que la fuerza neta esté dirigida al este?
b. ¿Qué fuerza se debe aplicar para que la fuerza neta sea cero?

Problemas de profundización

23 **Un resorte de constante elástica k_1, se estira una distancia d_1, al suspender de él un objeto de peso w. Otro resorte se estira también una longitud d_1 cuando soporta un peso de $3w$. ¿Cómo debe ser el valor de su constante elástica con respecto a k_1?**

24 **Un cuerpo está sometido a la acción de tres fuerzas $\vec{f_1}$ = 200 N 50° al suroeste, $\vec{f_2}$ = 320 N al noreste y $\vec{f_3}$ = 410 N 30° al sureste. ¿Qué magnitud y dirección debe tener una cuarta fuerza para que el cuerpo se mueva con velocidad constante?**

25 **Se suspenden tres objetos de peso 120 N cada uno, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el valor de las tensiones T_1, T_2 y T_3?**

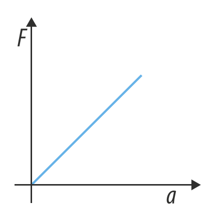


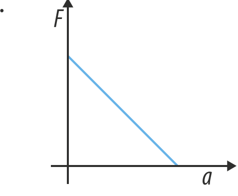
 © Santillana

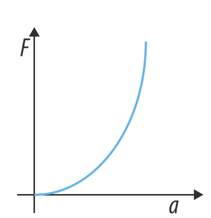


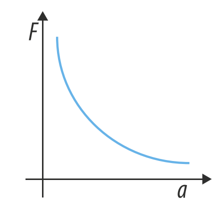
Verifica conceptos

1 **Responde. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la relación entre la fuerza y la aceleración planteada en la segunda ley de Newton?**

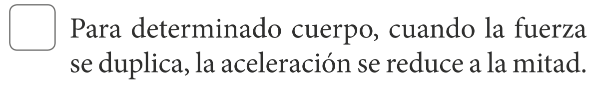
a.


c.


b.


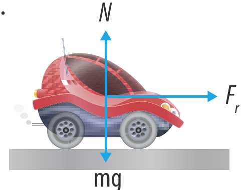
d.


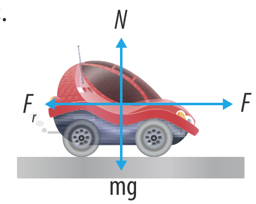
2 **Escribe V, si el enunciado es verdadero y F, si es falso.**

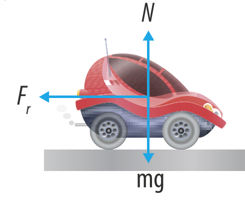


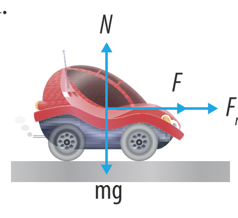
- [ ] Para determinado cuerpo, cuando la fuerza se duplica, la aceleración se reduce a la mitad.
- [ ] La masa de un cuerpo es seis veces menor en la Tierra que en la Luna.
- [ ] La fuerza de rozamiento estático toma un valor que varía.
- [ ] Una bomba que flota en el aire no experimenta fuerza de atracción gravitacional.
- [ ] El coeficiente de rozamiento entre dos superficies es generalmente mayor que 1.

3 **Julián da un empujón a su carrito de juguete sobre una mesa horizontal con fricción. El diagrama que representa las fuerzas que actúan sobre él es:**

a.


c.


b.


d.


4 **Tres personas tienen los siguientes pesos w_A = 568 4 N, w_B = 539 N y w_C = 607,6 N. ¿Cuáles son sus masas?**

5 **El coeficiente de rozamiento entre dos superficies depende de:**

a. el área en contacto.

b. la masa de cada cuerpo.

c. el tipo de superficies en contacto.

d. la fuerza aplicada sobre el cuerpo para deslizarlo sobre la superficie.

6 **La fuerza de rozamiento puede ser estática o cinética; ¿cuál de las dos es mayor y por qué?**

Analiza y resuelve

7 **Pedro y su hermanita hacen una apuesta de quién lanza más lejos una canica aplicándole aproximadamente la misma fuerza. Pedro da a su hermanita la canica más pequeña que tiene y él, utiliza su canica más grande. ¿Crees que Pedro ganará? ¿Por qué?**

8 **Comenta con tus compañeros la precisión de las siguientes expresiones.**

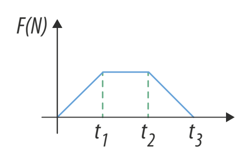
a. El pateó con mucha fuerza.

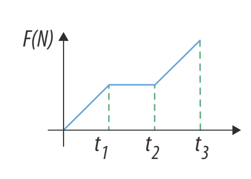
b. Para el arquero fue muy difícil detener el balón porque se movía con mucha fuerza.

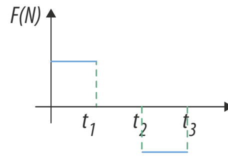
c. El pesista tiene mucha fuerza.

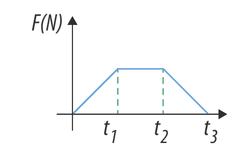
d. La velocidad realiza fuerza sobre los objetos.

9 **Un camión parte del reposo y al cabo de un tiempo t_1, alcanza una velocidad v, con la que se mueve hasta un tiempo t_2, luego aplica los frenos y se detiene en el instante t_3. La gráfica que muestra el comportamiento de la fuerza neta sobre el camión es:**

a.


c.


b.


d.


Actividades

10 **Responde. ¿Por qué razón una persona no puede empujar un vehículo en el desierto?**

11 **Sobre un sistema se aplica una fuerza constante que genera una aceleración a_0, si la masa se reduce en un 50%, bajo la acción de la misma fuerza, la aceleración será:**

a. $2a_0$

b. $a_0/2$

c. $a_0/4$

d. $4a_0$

Problemas básicos

12 **En el supermercado el joven que organiza los productos en los estantes levanta verticalmente hacia arriba una bolsa de arroz de 3.100 g. ¿Qué fuerza realiza el joven?**

13 **Una pelota de 5 g de masa es golpeada con una fuerza de 2 N. ¿Qué aceleración alcanza?**

14 **Un saltamontes puede saltar entre 20 y 30 veces su propio peso, si salta con una aceleración de 1,2 km/s^2 y ejerce sobre el piso una fuerza de 4,5 N. ¿Qué masa tiene el saltamontes?**

15 **Un alambre de acero resiste una carga máxima de 5.500 N. ¿Cuál es la aceleración máxima con que puede elevar un cuerpo de 250 kg atado a él?**

16 **Un carro de control remoto de 1,5 kg de masa, parte del reposo y recorre una distancia de 6 m en 25 s. ¿Qué fuerza ejerce el motor para poder mover el carro?**

17 **Representa gráficamente las fuerzas en cada caso:**

a. En el punto que se suelta un objeto desde cierta altura.

b. En el punto más alto de un objeto que describe una trayectoria parabólica.

c. En el punto en el que pierde contacto con la mano un objeto que se le da un empujón para que se mueva sobre una superficie horizontal.

18 **Si sobre un cuerpo actúa una fuerza de 20 N y alcanza una aceleración de 2,5 m/s^2.**

a. ¿Qué masa tiene el cuerpo?

b. ¿Qué aceleración alcanzará otro cuerpo con la mitad de la masa del primero bajo la acción de la misma fuerza?

19 **Un automóvil parte del reposo y al cabo de 6 s alcanza una velocidad de 72 km/h, si tiene una masa de 1.200 kg,**

a. ¿qué fuerza neta actúa sobre él?

b. ¿qué distancia recorre el automóvil durante los 6 s?

20 **Una patinadora de 50 kg de masa, parte del reposo y después de recorrer 3 km alcanza una velocidad de 15 m/s.**

a. ¿Qué fuerza neta experimenta la patinadora?

b. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer los 3 km?

21 **Una bola de 5,44 kg de masa se mueve con velocidad de 20 m/s, y 6 s después se mueve a 11 m/s.** ¿Qué valor tiene la fuerza de fricción ejercida sobre la bola?

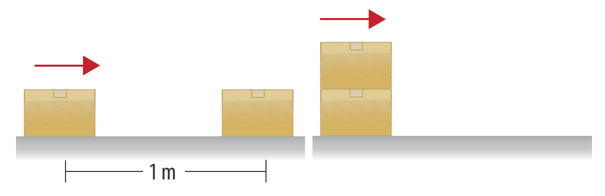
22 **Una caja de 8 kg se mueve inicialmente con velocidad de 2 m/s sobre una superficie horizontal y se detiene después de recorrer 1 m. Determina:**

a. La aceleración de la caja.

b. La fuerza que experimenta la caja.

c. El coeficiente de rozamiento.

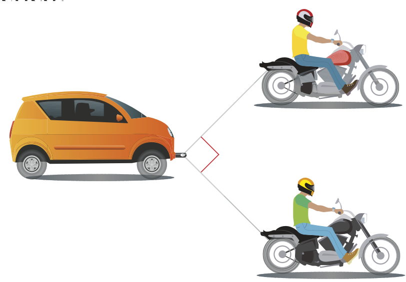
d. La distancia que recorrería hasta detenerse si sobre la caja se coloca una igual a esta y se mueve inicialmente con la misma velocidad.



23 **Una automóvil de 1.000 kg, es halado por dos motocicletas que le aplican fuerzas perpendiculares entre sí de 950 N y 840 N. Si el automóvil se mueve con velocidad constante,**

a. ¿cuál es el valor de la fuerza de fricción entre el automóvil y el suelo?

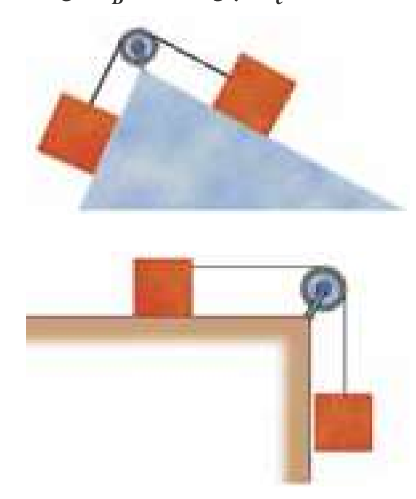
b. ¿cuál es el valor del coeficiente de rozamiento cinético?



24 **Un nadador de 55 kg de masa, se lanza desde el borde de un acantilado de 30 m de altura. Si toca el agua 3 s después de lanzarse, ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento que ejerce el aire sobre el nadador?**

25 **Una caja de 8 kg de masa es empujada sobre un piso horizontal, mediante una fuerza de 90 N que forma un ángulo de 40° bajo la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,25, determina si la caja se mueve con velocidad constante, y en caso contrario, determina la aceleración que experimenta.**

26 **Para los siguientes sistemas determina el valor de la aceleración y la tensión en la cuerda si m_A = 8 kg, m_B = 12 kg y m_c = 0,15.**



27 **Se tiene un cajón de madera de 50 kg sobre una superficie horizontal rugosa; si se requiere una fuerza paralela al plano de 90 N para que apenas comience a moverse y una fuerza de 70 N para que se mueva con velocidad constante,**

a. ¿cuál es el valor del coeficiente de rozamiento estático?

b. ¿cuál es el valor del coeficiente de rozamiento cinético?

28 **Una ambulancia de 1.800 kg, desciende por una calle empinada de 800 m de longitud que forma un ángulo de 28° con la horizontal. Si la ambulancia lleva una aceleración de 1,5 m/s^2, y parte del reposo,**

a. ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento?

b. ¿en cuánto tiempo llega la ambulancia al final de la calle?

c. ¿cuál es su velocidad en ese instante?

29 **Un niño baja en su monopatín por una pendiente de 20° de inclinación; con un coeficiente de rozamiento cinético μ_c = 0,2.**

a. ¿Qué aceleración alcanza el niño?

b. ¿Necesitas conocer la masa del niño y su monopatín? ¿Por qué?

Problemas de profundización

30 **Un avión de 10.000 kg toca la pista de aterrizaje a una velocidad de 600 km/h y el sistema de frenado experimenta una fuerza de 110.000 N. Determina:**

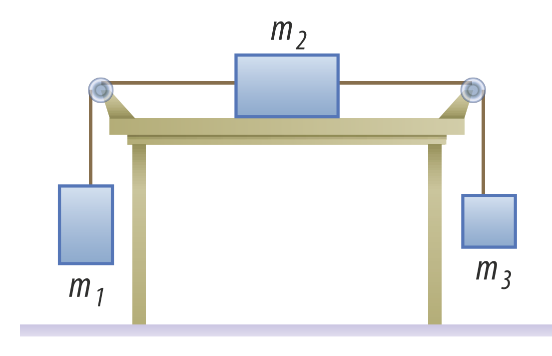
a. La aceleración del avión.

b. La longitud mínima de la pista para que el avión pueda aterrizar.

31 **¿Qué fuerza horizontal se debe aplicar a un cubo de madera de 4 kg de masa, para que al ser empujado en un plano horizontal rugoso con un coeficiente de rozamiento cinético μc = 0,3 alcance una aceleración de 3 m/s^2? ¿Qué distancia recorre y qué velocidad alcanza al cabo de 7 s?**

32 **Un niño hala su camión de madera sobre una superficie horizontal, mediante una cuerda a la que le aplica una fuerza de 35 N. Si el camión tiene una masa de 5,5 kg y la fuerza de fricción es de 21 N, ¿qué ángulo forma la cuerda con la horizontal para que el cuerpo se mueva con velocidad constante? ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento cinético entre el camión y la superficie?**

33 **Determina la aceleración del sistema y la tensión en las cuerdas si la masa m_1 = 16 kg, la masa m_2 = 8 kg, la masa m_3 = 4 kg y el coeficiente de rozamiento cinético entre la masa m_2 y el plano es μ_c = 0,25.**



Actividades

Verifica conceptos

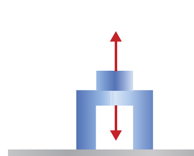
1. **Marca V, si la afirmación es verdadera o F, si la afirmación es falsa. Justifica tu respuesta.**
   - [ ] Toda fuerza en la naturaleza tiene su par que actúa simultáneamente con ella.
   - [ ] El impulso es la relación entre la masa, la velocidad y el movimiento del cuerpo.
   - [ ] La cantidad de movimiento en un sistema aislado se mantiene constante.
   - [ ] La cantidad de movimiento de un sistema, en una colisión, es la misma antes y después de la colisión.

2. **Responde. Cuál de los siguientes pares de fuerzas indicados no representa un par de fuerzas de acción y acción?**

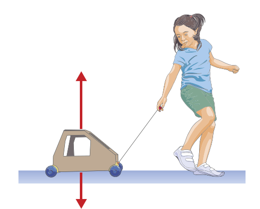
a.



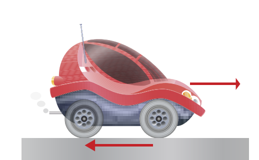
c.



b.



d.



3. **El choque de dos bolas de billar es una colisión elástica o inelástica? ¿Por qué?**

4. **Responde. ¿Qué es un sistema aislado?**

Analiza y resuelve

5. **Si la fuerza que ejercen los gases expulsados sobre un cohete es constante, ¿por qué la aceleración del cohete puede ser cada vez mayor?**

6. **Explique por qué al disparar un rifle este puede golpear a la persona con la culata.**

7. **Responde. ¿Es posible clavar de un solo golpe una puntilla en la pared? ¿Por qué?**

8. **Responde. ¿Qué diferencia existe entre los vehículos diseñados para desplazarse en el asfalto, el hielo y la arena? ¿A qué se deben estas diferencias?**

9. **En una granja, al abrir la puerta del establo salen corriendo, con la misma cantidad de movimiento, una oveja y una gallina. Si la oveja tiene mayor cantidad de masa que la gallina, determina cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.**
   a. La oveja se mueve con menor velocidad que la gallina.
   b. La gallina se mueve con menor velocidad que la oveja.
   c. La gallina y la oveja tienen la misma velocidad.
   d. Es más fácil detener a la gallina.

10. **Una granada, inicialmente en reposo, estalla en dos trozos. Si uno de ellos sale hacia el este, ¿hacia dónde saldrá el otro? ¿Por qué?**

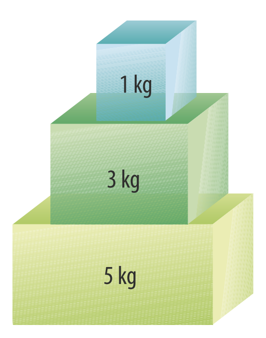
11. **Un patinador se encuentra en reposo sobre una pista de hielo. Otro patinador viene hacia él y lo golpea. Si los dos patinadores tienen el mismo peso, ¿qué ocurre con el segundo patinador después del golpe?**

12. **En un partido de fútbol el arquero se estira y tapa con sus manos un lanzamiento a portería, golpeando el balón con una fuerza de 18 N. ¿Qué fuerza ejerce el balón sobre sus manos?**

Problemas básicos

13. **Un tenista golpea la pelota con una fuerza de 12 N. ¿Qué fuerza ejerce la pelota sobre la raqueta?**

14. **En un supermercado, para organizar un mostrador de promoción de un producto se colocan tres cajas grandes de cartón una sobre otra como muestra la figura. Dibuja y describe todos los pares de fuerzas de acción y reacción.**



15 **Una señora empuja el coche con su bebé con una fuerza de 15 N formando un ángulo de 35° bajo la horizontal.**

a. ¿Qué fuerza ejerce el coche sobre ella?

b. Dibuja la dirección de la fuerza que realiza el coche sobre ella.

16 **Una silla de 4 kg de masa se coloca sobre el suelo, luego una persona de 45 kg se sienta en la silla.**

a. ¿Cuál es el módulo y la dirección de la fuerza de acción que ejerce la silla sobre el piso, antes de que se siente la persona?

b. ¿Con qué módulo y en qué dirección ejerce el suelo la fuerza de reacción cuando la persona se sienta en la silla?

17 **Un niño le pega con sus dedos a una canica de 4 g de masa que inicialmente se encuentra en reposo, sometiéndola a un impulso de 7 N/s. ¿Qué velocidad adquiere la canica?**

18 **En un juego de fútbol americano un jugador de 85 kg que corre a 10 m/s, embiste frontalmente a otro jugador de 70 kg, que viene corriendo a 8 m/s, llevándoselo con él agarrado por la cintura. ¿A qué velocidad se mueven los dos mientras uno lleva al otro por la cintura?**

19 **El mejor tiempo alcanzado en una carrera de 100 m planos es 9,2 s. ¿Cuál es la cantidad de movimiento promedio de un corredor de 60 kg que termina la carrera en dicho tiempo?**

20 **Un balón de voleibol de 280 g de masa, llega a los brazos de una jugadora a una velocidad de 22 m/s, quien lo golpea y devuelve en la misma dirección con una velocidad de 14 m/s. Si el tiempo de contacto del balón con la jugadora es de 0,03 s, ¿con qué fuerza golpeó la jugadora el balón?**

21 **Una bala de 0,8 g, está en la recámara de un rifle cuando se genera la explosión que la pone en movimiento. Si el cañón del rifle mide 56 cm y la bala sale con una velocidad de 120 m/s, responde.**

a. ¿qué fuerza experimenta la bala?

b. ¿cuál es el impulso generado por la explosión sobre la bala?

22 **En una práctica de polígono una persona dispara una pistola de 4 kg de masa. Si el proyectil sale con una velocidad de 180 m/s y tiene una masa de 5 g, ¿cuál es la velocidad de retroceso de la pistola?**



Problemas de profundización

23 **Un automóvil viaja a una velocidad de 20 m/s por una avenida y una moto viaja a 14 m/s por una calle perpendicular a la avenida; los dos se aproximan al mismo tiempo al cruce del semáforo que se encuentra dañado. La moto y el automóvil siguen su camino estrellándose de tal manera que la moto queda incrustada en el carro. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la velocidad con la que se mueven después del choque?**

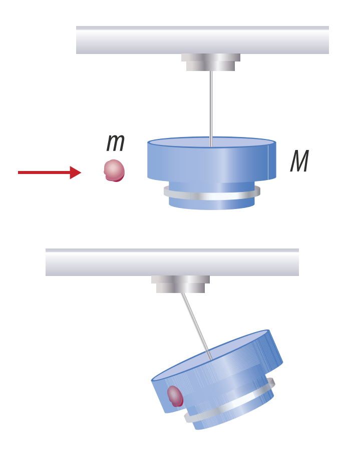
24 **Un cuerpo de 11 kg de masa, inicialmente en reposo, estalla dividiéndose en tres fragmentos. Dos de los trozos, cada uno con 4 kg de masa, se mueven con una velocidad de 10 m/s, y formando entre sí un ángulo de 70°. ¿Qué velocidad tiene el tercer fragmento?**

25 **Una ballesta dispara una flecha de 15 g de masa que se mueve con una velocidad de 115 m/s y se dirige hacia un objeto de madera de 15 g, que se encuentra en reposo sobre una mesa. El coeficiente de rozamiento entre la caja de madera y la superficie de la mesa es de 0,4. Si la flecha se incrusta en la caja, determina:**

a. La velocidad con que se mueve el conjunto después del choque.

b. El espacio recorrido por el conjunto hasta quedar en reposo.

26 **Un niño juega con un trozo de plastilina de masa m y lo lanza horizontalmente contra una lámpara de masa *M* que pende del techo. Después del golpe la plastilina queda pegada a la lámpara y hace que se eleve una altura *h*, con respecto al punto donde estaba. ¿Cuál sería la expresión de la velocidad de la plastilina en términos de las masas y la altura *h*?**



El dinamómetro

El dinamómetro es un instrumento de medida que se utiliza para medir la intensidad de las fuerzas. Su funcionamiento se basa en las propiedades elásticas que tienen algunos materiales al ser deformados por la acción de la fuerza.

En la siguiente práctica aprenderás a construir y calibrar un dinamómetro.

Conocimientos previos

Fuerzas elásticas, características de las fuerzas y tipos de fuerza.

Materiales

- 1 tabla cuadrada de 30 cm × 40 cm.
- Un bloque de madera de 5 cm de lado y 10 cm de alto.
- 1 tornillo.
- 1 armella o alcayata.
- 1 clip.
- 1 banda de caucho.
- 1 vaso de icopor.
- Cuerda.
- Cinta adhesiva.
- Hoja de papel.
- Monedas de la misma denominación.

Procedimiento

1. Atornilla el bloque de madera al centro de la tabla.
2. Clava la armella o alcayata en una de las caras del bloque para suspender de ella la banda de caucho.
3. Con el fondo del vaso de icopor, realiza un plato que vas a utilizar para colocar los objetos que vas a pesar.
4. Amarra tres pedazos de cuerda al plato.
5. Fija los extremos de la cuerda al clip con cinta adhesiva.
6. Con el clip, cuelga el plato de la banda de caucho.



Análisis de resultados

1. Con ayuda de tu profesor calibra el dinamómetro por medio de una balanza. Luego, establece en la hoja una escala en gramos y fíjala sobre la tabla.
2. Coloca monedas sobre el plato y realiza cinco mediciones diferentes. Luego, grafica la fuerza en newtons en función de la distancia que se elonga la banda de caucho.

 © Santillana



La fuerza de rozamiento

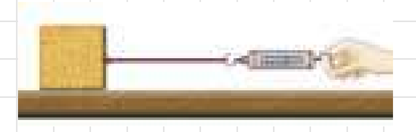
Cuando un objeto se encuentra en reposo sobre una superficie e intentamos deslizarlo a lo largo de esta, aplicándole una fuerza, encontramos que podemos aumentar la fuerza aplicada hasta cierto valor sin lograr que el objeto se mueva. Mientras el objeto no se mueve, la fuerza que aplicamos es de igual o menor valor que la fuerza de rozamiento estático ejercida sobre el cuerpo. Al aumentar la fuerza aplicada, la fuerza de rozamiento estático aumenta justo un instante antes de que el objeto empiece a moverse, la fuerza de rozamiento estático alcanza su máximo valor. En esta práctica vas a medir la fuerza de rozamiento estático máxima y a describir los factores de los cuales depende dicha fuerza.

Conocimientos previos

Fuerzas de la naturaleza, principio de inercia y fuerzas comunes.

Materiales

- Bloque de caras rectangulares, las cuales deben tener una textura similar y W conocido.
- Trozo de papel de lija.
- Cuerda.
- Dinamómetro.
- Superficie sobre la cual deslizarás el bloque, por ejemplo vidrio.



Procedimiento

1. Cubre con el papel de lija una de las caras del bloque.
2. Coloca el bloque en la superficie horizontal de tal manera que quede apoyado sobre una de las caras que no están cubiertas por lija.
3. Ata el dinamómetro al bloque y, manteniendo una dirección horizontal, hala de él con una fuerza tan pequeña que el borde no se mueva.
4. Aumenta poco a poco la fuerza, de manera que, para algún valor de esta, el bloque empiece a moverse. Registra este valor en la tabla. Repite dos veces más la medición de la fuerza necesaria para que el objeto empiece a moverse y registra los dos datos en la tabla 1. En la última casilla anota el promedio de las tres medidas.
5. Coloca el bloque de manera que quede apoyado sobre otra de las caras que no tiene lija y cuya área sea diferente a la de la cara considerada en los pasos anteriores. Repite el procedimiento anterior y registra los datos en la tabla 2:
6. Coloca el bloque sobre la cara cubierta por lija y repite el experimento (tabla 3).
7. Con base en los datos, completa la tabla 4.

Tabla 1	Sobre una cara del bloque sin lija
1 medida	
2 medida	
3 medida	
$\vec{F}$	

Tabla 2	Sobre otra cara del bloque sin lija
1 medida	
2 medida	
3 medida	
$\vec{F}$	

Tabla 3	Sobre la cara del bloque con lija
1 medida	
2 medida	
3 medida	
$\vec{F}$	

Tabla 4	$\vec{w}$	F	F_r	F_N	m
Sobre una cara del bloque sin lija					
Sobre otra cara del bloque sin lija					
Sobre la cara del bloque con lija					

Análisis de resultados

1. ¿En qué caso es mayor la fuerza de rozamiento?
2. ¿Cómo es el coeficiente de rozamiento, m, en los diferentes casos?
3. ¿Qué puedes decir de la medida registrada en el dinamómetro una vez que el objeto se ha puesto en movimiento?
4. ¿A qué atribuye que se obtengan diferentes medidas para la fuerza F cuando se hala el bloque, apoyado por la misma cara?



Puente del Estrecho de Bering

La construcción del puente del Estrecho de Bering es un proyecto muy ambicioso por la magnitud de la construcción que permitiría comunicar a Siberia y Alaska. En total se deben construir 85 km de autopista que traerían facilidad en el transporte de mercancía, pasajeros y hasta combustibles fósiles como el petróleo y el gas natural.

Para la base del puente se necesitarían 220 pilares de 50.000 toneladas y 40 pisos de altura para soportar el peso de toda la estructura y generar mayor estabilidad. Deben ser fabricadas en un material especial que soporte temperaturas de hasta 50 °C bajo cero.

En la planta baja se encontrarán tubos que transportan durante el año petróleo y gas hacia Norte América.



La idea de construir un puente que una dos continentes va más allá de lo pensado y es construir autopistas que permitan unir a África, Europa, Asía y América desde el Cabo de Buena Esperanza en Suráfrica hasta la Patagonia en Argentina.

 © Santillana



Para soportar cada parte del puente, también son necesarios cables cubiertos por concreto para lograr mayor resistencia y durabilidad.

La construcción del puente del Estrecho de Bering es un proyecto muy ambicioso por la magnitud de la construcción que permitiría comunicar a Siberia y Alaska. En total se deben construir 85 km de autopista que traerían facilidad en el transporte de mercancía, pasajeros y hasta combustibles fósiles como el petróleo y el gas natural.

Contará con una autopista para carros y camiones que funcionará solamente 4 meses al año durante el verano ártico.

El proyecto también tiene aspectos negativos como una catástrofe ecológica en esta parte de la Tierra considerada como reserva natural.

Los trenes son de alta velocidad y tienen una forma especial que les permite menor fricción con el aire y así aprovechar la energía en velocidad.

Cada pilar debe tener la forma de la proa de un barco para eliminar la fricción con los bloques de hielo que chocarían constantemente con la estructura del puente.

© Santillana



UNIDAD 5

El movimiento de rotación

Temas de la unidad

1. El movimiento circular
2. La mecánica celeste
3. Rotación de sólidos

 © Santillana



Para pensar…

El estudio del movimiento de los objetos celestes ha sido del interés de físicos, filósofos, matemáticos, astrónomos y de muchas personas que desean desentrañar sus misterios. Las leyes de la dinámica y la ley de gravitación universal propuestas por Newton proporcionaron un modelo de explicación del comportamiento del universo.

Los movimientos de rotación, muy frecuentes en la naturaleza, no sólo son descritos por los objetos celestes, muchos mecanismos como motores y máquinas basan su funcionamiento en este movimiento.

Hasta el momento hemos considerado los objetos como partículas puntuales, sin embargo, cuando consideramos que los objetos tienen dimensiones, debemos ampliar nuestro estudio al movimiento de los cuerpos sólidos, los cuales no se pueden considerar como cuerpos puntuales ya que pueden experimentar movimiento de rotación.

En esta unidad, estudiaremos el movimiento de rotación y estableceremos relación con el movimiento de los objetos celestes.

Para responder…

- ¿Cómo determinarías la rapidez de la Tierra alrededor del Sol?
- ¿Qué sistemas conoces que funcionen por medio de engranajes?
- ¿Qué fuerzas hacen que una escalera recargada contra una pared no se deslice?

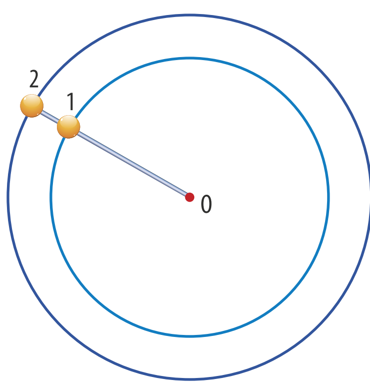


Figura 1. La esfera 2 recorre mayor distancia que la esfera 1 en el mismo tiempo, lo cual significa que se mueve con mayor rapidez.

1. El movimiento circular

1.1 La velocidad en el movimiento circular

1.1.1 La velocidad angular

Consideremos dos esferas sujetas a una varilla que gira alrededor del punto *O* (figura 1). En consecuencia las esferas describen circunferencias con centro en dicho punto. Si el radio de la circunferencia que describe la esfera 1 es de 2 m, la distancia recorrida mientras da una vuelta es:

$$s = 2\pi \cdot r$$

$$s = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2\ \text{m} = 12{,}6\ \text{m}$$

Ahora, si la esfera da una vuelta en 3 segundos, tenemos que la rapidez media es:

$$\textit{Rapidez media} = \frac{\textit{camino recorrido}}{\textit{tiempo empleado}}$$

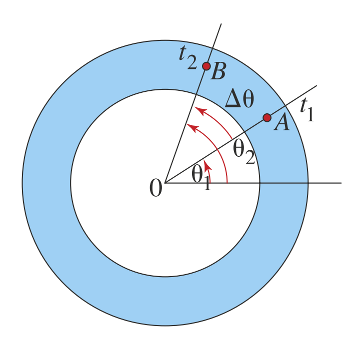
$$\textit{Rapidez media} = \frac{126\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 4{,}2\ \text{m/s}$$

El radio de la trayectoria de la esfera 2 es mayor que el radio de la esfera 1. Puesto que la varilla es rígida, mientras esta gira, las dos esferas permanecen una al lado de la otra. La rapidez de la esfera 2 debe ser mayor que la rapidez de la esfera 1. Durante un intervalo de tiempo, la varilla describe determinado ángulo el cual corresponde a lo que se conoce como desplazamiento angular.

Definición

El desplazamiento angular, Δθ, se define como el ángulo determinado por la línea que une el centro de la trayectoria con el objeto. La unidad de medida del desplazamiento angular es el ***radián*** *(rad).*

En la siguiente figura, se ilustra el desplazamiento angular de un objeto que se mueve desde del punto *A* al punto *B*.



Se puede observar que el objeto en el instante t_1 ocupa la posición determinada por el ángulo θ_1 y en un instante posterior t_2 ocupa la posición determinada por el ángulo θ_2. La velocidad angular media, ω, que describe el movimiento del objeto, es el cociente entre el ángulo de barrido Δθ y el tiempo empleado Δ*t*. Es decir,

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

En el SI, la velocidad angular se mide en radianes por segundo (rad/s).

 © Santillana

Para el ejemplo de la introducción, se puede decir que las esferas no se mueven con la misma rapidez; sin embargo, la velocidad angular para las dos es la misma, puesto que, en el mismo intervalo de tiempo, los ángulos barridos por las dos son iguales.

La expresión para la velocidad angular media es análoga a la definición de velocidad media definida en la unidad 2. Sabemos que cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea. Así mismo, cuando el intervalo de tiempo para un objeto que describe un movimiento circular se hace muy pequeño, la velocidad angular media se aproxima al valor de la velocidad angular instantánea.

EJEMPLO

La distancia media de la Tierra al Sol es $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Si se considera que la trayectoria que describe la Tierra alrededor del Sol es circular. Determinar:

a. La velocidad angular de la Tierra alrededor del Sol.

b. La rapidez de la Tierra alrededor del Sol.

Solución:

Para determinar la velocidad angular, sabemos que la Tierra da una vuelta alrededor del Sol en 365 días, es decir, en $3{,}2 \cdot 10^7$ segundos. Por tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi\ \text{rad}}{3{,}2 \cdot 10^7\ \text{s}} = 2{,}0 \cdot 10^{-7}\ \text{rad/s}$$

La velocidad angular de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ rad/s.

Para determinar la rapidez, tenemos que:

$$\textit{Rapidez media} = \frac{\textit{distancia recorrida}}{\textit{tiempo empleado}} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m}}{3{,}2 \cdot 10^7\ \text{s}} = 2{,}9 \cdot 10^4\ \text{m/s}$$

La rapidez de la Tierra es $2{,}9 \cdot 10^4$ m/s, lo cual equivale a 104.400 km/h

1.1.2 Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular

Para un objeto que describe una trayectoria circular, como la representada en la figura 2, el vector velocidad instantánea $\vec{v}$ es tangente a la trayectoria, cuya norma corresponde a la rapidez v del objeto en determinado instante. La velocidad en un movimiento circular se denomina **velocidad lineal**.

En algunas situaciones, por ejemplo en el movimiento de traslación de la Tierra, a velocidades angulares muy pequeñas le pueden corresponder velocidades lineales de valor grande, lo cual nos indica que la velocidad angular no siempre determina la velocidad lineal con la que un móvil describe un movimiento circular. Por tal razón, en un movimiento circular, es conveniente conocer los valores de las dos velocidades, angular y lineal, y establecer una relación entre estas.

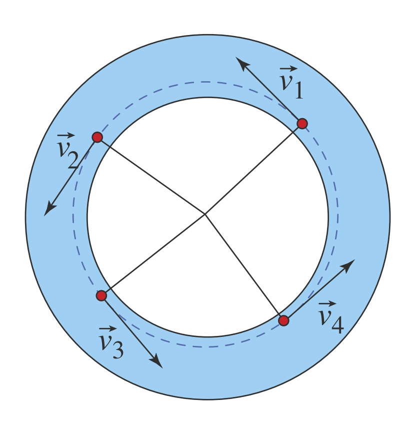
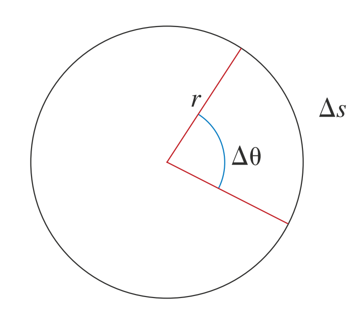


Figura 2. Velocidad instantánea para un objeto que describe una trayectoria circular.

Cuando un objeto describe una trayectoria circular de radio r, al desplazamiento angular, $\Delta\theta$ le corresponde una distancia recorrida, Δs, tal como se observa en la siguiente figura.



Puesto que se cumple que $\Delta s = r \cdot \Delta\theta$, tenemos, $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$.

Ahora, como $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, tenemos que:

$$\omega = \frac{\Delta s / r}{\Delta t} = \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$$

Siendo $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ la rapidez media v del objeto, es decir:

$$\omega = \left(\frac{1}{r}\right)(v) = \frac{v}{r}$$

Por lo tanto, la relación entre la norma de la velocidad lineal y la velocidad angular es:

$$v = \omega \cdot r$$

EJEMPLO

El segundero de un reloj mide 1 cm. Para el movimiento del extremo y del punto medio del segundero determinar:

a. La velocidad angular.

b. La velocidad lineal.

Solución:

a. Como la velocidad angular es igual para todos los puntos del segundero, tenemos que:

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$\omega = 0{,}1 \text{ rad/s} \qquad \textit{Al calcular}$$

La velocidad angular de cualquier punto del segundero es 0,1 rad/s, lo cual equivale a 6° en cada segundo.

b. La velocidad lineal se calcula por medio de la ecuación $v = \omega \cdot r$.

- Para el extremo del segundero,

$$v = 0{,}1 \text{ s}^{-1} \cdot 1 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ cm/s}$$

- Para el punto medio del segundero, tenemos:

$$v = 0{,}1 \text{ s}^{-1} \cdot 0{,}5 \text{ cm} = 0{,}05 \text{ cm/s}$$

La velocidad lineal del punto medio del segundero es 0,05 cm/s y la de su extremo es 0,1 cm/s. Aunque la velocidad angular es igual en todos los puntos del segundero, el extremo del segundero se mueve con mayor rapidez.

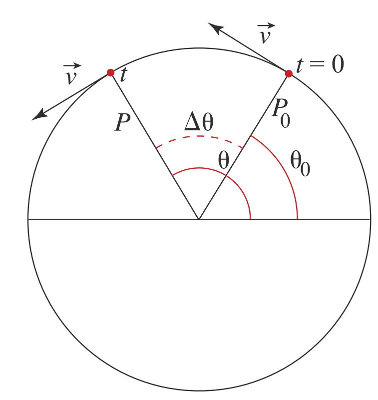
 © Santillana

1.2 Movimiento circular uniforme

Cuando la norma de la velocidad lineal, es decir, la rapidez de un objeto que describe un movimiento circular permanece constante a lo largo de la trayectoria, se dice que dicho movimiento es **circular uniforme**. Dado que en este movimiento, la norma de la velocidad lineal, v, y el radio de la trayectoria, r, son constantes, se puede concluir a partir de la expresión $v = \omega \cdot r$, que la velocidad angular, ω, también es constante. En consecuencia, el valor de la velocidad angular media coincide con el valor de la velocidad angular en cualquier instante. Por lo tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

En la siguiente figura se representa el movimiento circular uniforme que describe un cuerpo.



Se puede observar que:

- En el instante $t = 0$ s, el objeto se encuentra en la posición P_0 cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo θ_0 con el semieje horizontal positivo.
- En el instante posterior t, el objeto se encuentra en la posición P, cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo θ con el semieje horizontal positivo.

Por ende, tenemos que el desplazamiento angular en el tiempo t es Δθ, es decir:

$$\Delta\theta = \omega \cdot t$$

En la siguiente tabla, se establece una analogía entre el movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento circular uniforme.

Tabla 5.1

Movimiento rectilíneo uniforme	Movimiento circular uniforme
v = Constante	ω = Constante
$\Delta x = v \cdot t$	$\Delta\theta = \omega \cdot t$

Se puede verificar que en ambos casos la forma de las ecuaciones es la misma, solo que, para el movimiento rectilíneo el desplazamiento Δx, y la velocidad, v, se miden metros y m/s, respectivamente. Mientras que, para el movimiento circular uniforme, el desplazamiento angular, Δθ, se mide en radianes y la velocidad angular, ω, en rad/s.

EJERCICIO

Una rueda de bicicleta emplea 2 segundos en dar una vuelta. ¿Cuál es la velocidad angular de uno de los rayos?

Todo objeto que describe un movimiento circular uniforme emplea siempre el mismo tiempo en realizar una vuelta o revolución. Este tiempo se denomina **período** y la cantidad de revoluciones que realiza el objeto en cada unidad de tiempo, **frecuencia.**

Definición

El período se define como el tiempo que tarda un objeto que describe un movimiento circular uniforme, en realizar una revolución. Se denota con la letra T y se expresa en unidades de tiempo.

Definición

La frecuencia (f) es el número de revoluciones que realiza un objeto en cada unidad de tiempo. Se expresa en revoluciones por segundo (rev/s), lo cual, usualmente, se escribe como s^{-1}*. En ocasiones, la frecuencia se expresa en revoluciones por minuto (r.p.m.).*

Si un cuerpo describe un movimiento circular uniforme y en un tiempo t realiza n revoluciones, el período y la frecuencia se expresan como:

$$T = \frac{t}{n} \text{ y } f = \frac{n}{t}$$

Por ende, el período T y la frecuencia f se relacionan mediante la expresión:

$$f = \frac{1}{T}$$

EJEMPLO

Un satélite geoestacionario siempre se encuentra sobre el mismo punto del Ecuador de la Tierra a una distancia de 36.000 km sobre la superficie terrestre. Para un satélite geostacionario determinar:

a. El período de revolución.
b. La frecuencia del satélite.
c. La distancia recorrida por el satélite en 1 día.
d. La velocidad angular.
e. La rapidez del movimiento.

Solución:

a. Puesto que el satélite siempre se encuentra sobre el mismo punto de la Tierra, su período de revolución coincide con el período de revolución de la Tierra, es decir, $T = 24$ horas.

b. Para determinar la frecuencia tenemos que:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{24\text{ h}} = 0{,}04 \text{ rev/h}$$

La frecuencia del satélite es 0,04 rev/h.

c. Como el radio de la Tierra es 6.400 km, tenemos que el radio de la trayectoria del satélite, es:

$r = 6.400 \text{ km} + 36.000 \text{ km} = 42.400 \text{ km}$

Por tanto, la distancia recorrida por el satélite en un día es:

$2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 42.400 \text{ km} = 266.407 \text{ km}$

d. Para determinar la velocidad angular tenemos:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{24\text{ h}} = 0{,}26 \text{ rad/h}$$

El valor de la velocidad angular del satélite es igual al de la velocidad angular de un punto de la Tierra.

e. Para la medida de la velocidad lineal:

$$Rapidez = \frac{distancia\ recorrida}{tiempo\ empleado}$$

$$Rapidez = \frac{266.407 \text{ km}}{24 \text{ h}} = 11.100 \text{ km/h}$$

La rapidez del satélite es 11.100 km/h, la cual es mayor que la rapidez de un punto del Ecuador.

© Santillana

1.3 Aceleración centrípeta

Cuando un objeto describe un movimiento circular uniforme su rapidez permanece constante; sin embargo, su velocidad cambia de dirección, de lo cual se deduce que experimenta aceleración. Para determinar dicha aceleración considera que el movimiento circular es la composición de dos movimientos, uno en línea recta con velocidad constante y otro hacia el centro O de la trayectoria, como se muestra en la figura 3.

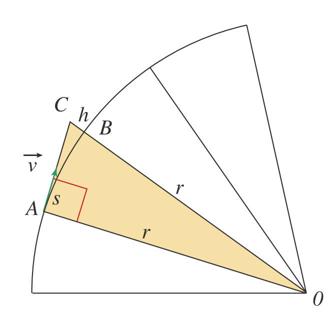


Figura 3. El movimiento circular uniforme se puede considerar como la composición de un movimiento rectilíneo tangente a la trayectoria y otro dirigido hacia el centro.

Se observa que para un tiempo t, el objeto describe un movimiento circular con velocidad lineal, $\vec{v}$, y su trayectoria es el arco AB de longitud s. En el movimiento a través de este arco se puede considerar que el objeto se desplaza en línea recta una distancia aproximada a s y, al mismo tiempo, se dirige hacia el centro de la circunferencia una distancia h. Al aplicar el teorema de Pitágoras, al triángulo OAC cuyos lados miden r, s y $r + h$, tenemos que:

$$(r + h)^2 = r^2 + s^2$$

por tanto,

$$r^2 + 2 \cdot r \cdot h + h^2 = r^2 + s^2$$

es decir,

$$2 \cdot r \cdot h + h^2 = s^2$$

Si el intervalo de tiempo es muy pequeño, el segmento AB se aproxima a la trayectoria curva. En este caso, la cantidad h^2 se hace extremadamente pequeña en comparación con $2 \cdot r \cdot h$, por tanto,

$2 \cdot r \cdot h = s^2$, luego:

$$h = \frac{s^2}{2 \cdot r}$$

Como la distancia s recorrida con rapidez constante se expresa como $s = v \cdot t$, entonces:

$$h = \frac{v^2 \cdot t^2}{2 \cdot r}$$

Es decir, para el movimiento en dirección hacia el centro de la circunferencia, tenemos:

$$h = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{r}\right) t^2$$

Al comparar esta expresión con la obtenida para un objeto que describe un movimiento acelerado:

$$\Delta x = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Tenemos que la aceleración en la dirección hacia el centro es:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Esta aceleración se denomina aceleración centrípeta y es experimentada por los cuerpos que describen un movimiento circular. Por ende, cuando un cuerpo describe un movimiento circular está sometido a una aceleración centrípeta representada por un vector dirigido hacia el centro de la circunferencia (figura 4).

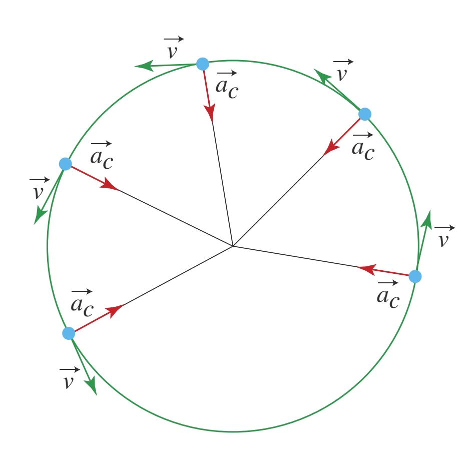


Figura 4. El vector dirigido hacia el centro representa la aceleración centrípeta.

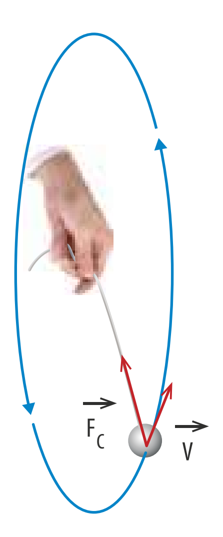


Figura 5. El vector fuerza centrípeta está dirigido radialmente hacia el centro y es perpendicular al vector velocidad.

1.4 Fuerza centrípeta

Como lo establece la primera ley de Newton, si sobre un cuerpo en movimiento no actúa fuerza alguna o la fuerza neta es cero, el cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniforme. Pero, si el cuerpo describe un movimiento circular, su trayectoria no es rectilínea y, en consecuencia, su velocidad cambia de dirección constantemente, lo cual significa que debe actuar alguna fuerza sobre él. A la fuerza que ocasiona dicho cambio en la dirección se le conoce como fuerza centrípeta.

El vector fuerza centrípeta $\vec{F}_c$ se representa en dirección radial hacia el centro de la trayectoria y es perpendicular al vector velocidad (figura 5). En el movimiento circular uniforme aunque la norma de la velocidad permanece constante, se presenta una aceleración centrípeta, a_c, en la misma dirección de la fuerza centrípeta, $\vec{F}_c$.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, para un cuerpo de masa m, que gira con rapidez v y describe una circunferencia de radio r, la fuerza centrípeta, $\vec{F}_c$ se expresa como:

$$F_c = m \cdot a_c$$

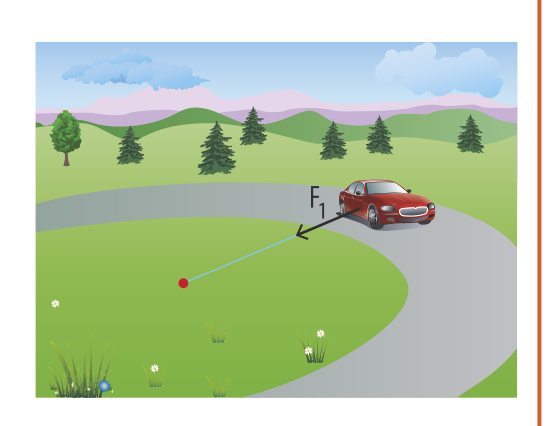
Como, $a_c = \frac{v^2}{r}$, tenemos:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Es importante aclarar que la fuerza centrípeta que actúa sobre un cuerpo es ejercida por otros cuerpos y actúa en la dirección radial hacia el centro de la trayectoria. Es decir, la fuerza centrípeta puede ser según el caso, elástica, de rozamiento, gravitacional, eléctrica, entre otras.

EJEMPLOS

1. Un automóvil de masa 1.000 kg toma una curva de 200 m de radio con rapidez de 108 km/h (30 m/s). Determinar la fuerza de rozamiento necesaria para que el automóvil continúe su trayectoria sobre la vía circular.



Solución:

Como, el automóvil describe un arco de circunferencia, debe actuar sobre él una fuerza centrípeta, $\vec{F}_c$, que en este caso es la fuerza de rozamiento, $\vec{F}_r$, ejercida por el piso de la carretera sobre las ruedas, ocasionando que el automóvil siga sobre la vía y no se salga en la dirección tangencial.

Por tanto, $Fr = Fc$

Luego,

$$Fr = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$Fr = 1.000 \text{ kg} \cdot \frac{(30 \text{ m/s})^2}{200 \text{ m}}$$

$$Fr = 4.500 \text{ N}$$ *Al remplazar y calcular*

La fuerza de rozamiento que actúa sobre el automóvil es 4.500 N.

 © Santillana

2. En el modelo del átomo de hidrógeno de Bohr, un electrón gira alrededor del núcleo. Si la fuerza centrípeta que experimenta el electrón debido a la fuerza eléctrica que ejerce el protón sobre él es $9{,}2 \cdot 10^{-8}$ N, el radio del átomo mide $5 \cdot 10^{-11}$ m y la masa del electrón es $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, determinar la rapidez con la cual gira el electrón.

Solución:

Puesto que la fuerza centrípeta es igual a la fuerza eléctrica para dicha fuerza, al despejar v de la ecuación tenemos que:

$$v = \sqrt{\frac{F_e \cdot r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{(9{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{N})\,(5 \cdot 10^{-11}\ \text{m})}{(9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg})}} \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$v = 2{,}5 \cdot 10^{7}\ \text{m/s} \qquad \textit{Al calcular}$$

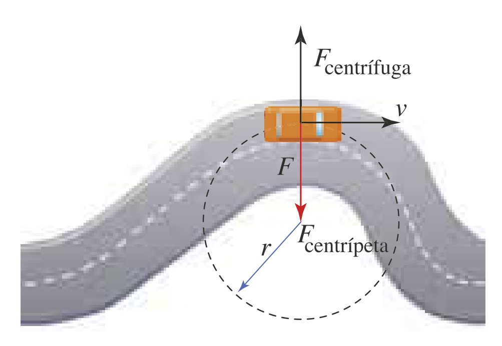
La rapidez del electrón alrededor del protón en el modelo de átomo de hidrógeno de Bohr es de $2{,}5 \cdot 10^{7}$ m/s.

1.5 Fuerza centrífuga

En algunos contextos se afirma que sobre un cuerpo que describe un movimiento circular actúa una fuerza centrífuga. Para determinar los casos en los cuales es adecuado utilizar el término, consideremos la siguiente situación: cuando viajamos en un vehículo y este toma una curva hacia la derecha, tenemos la sensación de ser empujados hacia la izquierda. Lo contrario ocurre si el vehículo gira hacia la izquierda, pues tenemos la sensación de ser empujados hacia la derecha. La fuerza que aparentemente sentimos se denomina fuerza centrífuga, designada así por la tendencia de los cuerpos a moverse hacia afuera de la curva tomada. En realidad no se trata de una fuerza, lo cual podemos explicar a partir del principio de inercia, pues en el giro del vehículo, sobre él actúa la fuerza centrípeta, pero quienes nos encontramos en el interior del vehículo no la experimentamos y en consecuencia tendemos a continuar moviéndonos en línea recta, lo cual nos produce la sensación de experimentar fuerza centrífuga. Para acompañar el vehículo en su movimiento al tomar la curva, nos sujetamos o quizás la puerta nos ejerce una fuerza F que desde nuestra visión en un sistema de referencia no inercial, el vehículo, consideramos que se anula con la fuerza centrífuga. Para un observador en la vía, sobre el pasajero actúa la fuerza centrípeta, pues su sistema de referencia es inercial.



Explica el sistema de centrifugado al que se somete la ropa para agilizar su secado.



Aunque la fuerza centrífuga es de igual intensidad y dirección opuesta con la fuerza centrípeta, una no es la reacción de la otra, puesto que la fuerza centrífuga solo existe para observadores en sistemas de referencia no inerciales y es considerada como una fuerza ficticia, es decir, que aparenta ser real, pero no existe cuando el movimiento es analizado por un observador en un sistema de referencia inercial.

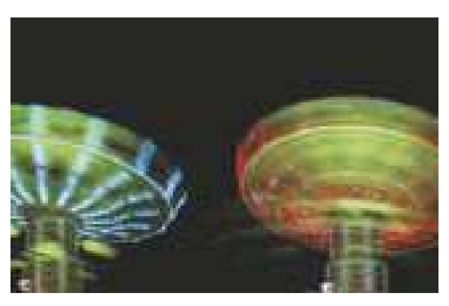


Figura 6. Atracción mecánica que simula la aceleración de la gravedad.

1.6 Gravedad simulada

En la actualidad, es muy frecuente escuchar hablar acerca de las exploraciones a los planetas más cercanos a la Tierra, pero sabemos que las condiciones en el espacio exterior no son las más favorables para el cuerpo humano. Por ejemplo, la sensación de ingravidez o microgravedad resulta ser nociva para el cuerpo humano, por tanto, para realizar estudios se hace necesario generar la existencia de una gravedad simulada en el interior de las naves espaciales, similar a la terrestre.

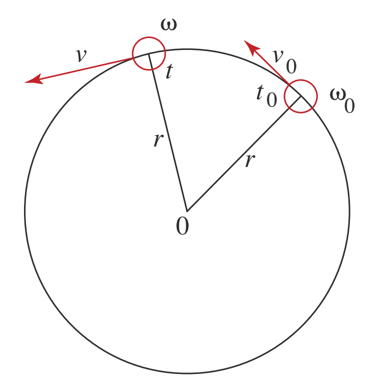
Pero, ¿cuál sería la manera de generar gravedad simulada en el espacio? Una manera de generar una aceleración sería producir un aumento de velocidad con aceleración constante sobre la nave espacial lo cual bajo ciertas condiciones podría simular la aceleración de la gravedad. Sin embargo, este método no es tan favorable ya que el consumo de combustible para mantener los motores encendidos, sería excesivo.

Un resultado similar puede lograrse a través del movimiento de rotación de un objeto, el cual al girar con determinada frecuencia, genera una aceleración centrípeta que simule la aceleración de la gravedad, de tal manera que $g = \omega^2 \cdot r$. Esta rotación inicialmente debe ser lenta si se desea garantizar a los viajeros una adaptación gradual a las nuevas condiciones de vida, pues una rotación muy vertiginosa produciría en el cuerpo humano náuseas y otros efectos colatelares. Este tipo de movimiento suele ser percibido en algunas atracciones mecánicas (figura 6).

1.7 Movimiento circular variado

1.7.1 La aceleración angular

En la siguiente figura se representa un cuerpo que describe un movimiento circular, el cual experimenta una variación (aumento o disminución) de la velocidad angular.



Se puede observar que en el instante t_0 la velocidad angular del objeto es ω_0 y que en un tiempo posterior t la velocidad angular es ω. Por tanto, la aceleración angular media α es:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

La unidad de aceleración angular en el SI es el radián por segundo al cuadrado (rad/s²), que se acostumbra escribir s^{-2}.

 © Santillana

En la figura anterior se tiene que en el instante t_0, la velocidad lineal es $v_0 = \omega_0 \cdot r$ y en un instante posterior t, la velocidad lineal es $v = \omega \cdot r$. Por tanto,

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\frac{v}{r} - \frac{v_0}{r}}{t - t_0} = \frac{1}{r} \cdot \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Como $\alpha = \frac{v - v_0}{t - t_0}$, entonces, $\alpha = \frac{a}{r}$.

Siendo a tangente a la trayectoria, por lo cual se denomina aceleración tangencial a_t (figura 7), e indica la variación de la norma de la velocidad lineal con respecto al tiempo. Así, la norma de la aceleración tangencial, a_t, se relaciona con la aceleración angular mediante la expresión:

$$a_t = \alpha \cdot r$$

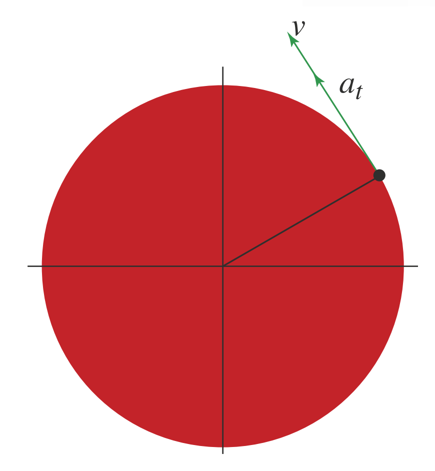


Figura 7. Vector aceleración tangencial.



1.7.2 El movimiento circular uniformemente variado

Un cuerpo describe un movimiento circular uniformemente variado cuando la aceleración angular es constante. Por tanto, si en el instante $t = 0$, la velocidad angular del objeto es ω_0 y un instante posterior t la velocidad angular es ω, la aceleración angular se expresa como:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

Es decir, la velocidad angular de un movimiento circular uniformemente variado es:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

y la ecuación para el desplazamiento angular en este movimiento es:

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

En la siguiente tabla se establece una analogía entre el movimiento rectilíneo uniformemente variado y el movimiento circular uniformemente variado.

Tabla 5.2

Movimiento rectilíneo uniformemente variado	Movimiento circular uniformemente variado
$v = v_0 + a \cdot t$	$\omega = v_0 + \alpha \cdot t$
$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$	$\Delta\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$

EJERCICIO

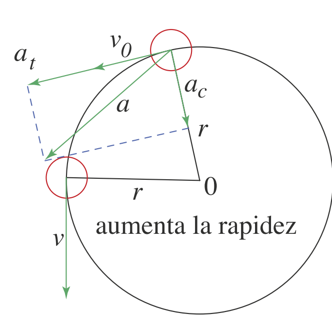
¿Cómo interpretas un movimiento en el que la velocidad lineal y la aceleración tangencial tienen direcciones opuestas?

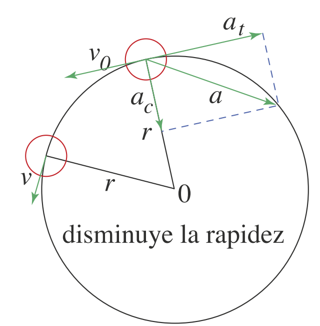
1.7.3 Las componentes de la aceleración

En un movimiento circular uniformemente variado, se determinan dos tipos de aceleración: la aceleración tangencial $\vec{a}_t$ y la aceleración centrípeta $\vec{a}_c$.

- La aceleración tangencial, $\vec{a}_t$, se relaciona con la razón de cambio de la norma de la velocidad con respecto al tiempo.
- La aceleración centrípeta, $\vec{a}_c$, se relaciona con la variación de la dirección del vector velocidad lineal.

En la siguiente figura se representan los vectores aceleración tangencial, $\vec{a}_t$, que es tangente a la trayectoria y la aceleración centrípeta, $\vec{a}_c$, cuya dirección es radial hacia el centro de la trayectoria.





Se puede observar que:

- si la aceleración tangencial, $\vec{a}_t$, tiene la misma dirección de la velocidad, v entonces la rapidez aumenta.
- si la aceleración tangencial, $\vec{a}_t$, tiene dirección opuesta a la velocidad, v entonces la rapidez disminuye.

EJEMPLOS

1. Un disco que gira con frecuencia de 45 r.p.m., se detiene después de 5 s. Calcular su aceleración angular.

Solución:

La frecuencia de 45 r.p.m. equivale a 0,75 rev/s, así:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}75 \text{ s}} = 1{,}33 \text{ s}$$

Luego, la velocidad angular inicial es:

$$\omega_0 = \frac{2\pi \text{ rad}}{1{,}33 \text{ s}} = 4{,}72 \text{ rad/s}$$

Como la velocidad angular final es 0, tenemos que:

$$a = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_1} = \frac{0 - 4{,}72 \text{ rad/s}}{5 \text{ s}} = -0{,}944 \text{ rad/s}^2$$

2. Un objeto atado a una cuerda de 50 cm de longitud gira sobre una superficie con velocidad de 5 m/s. Por efecto de la fricción, el objeto disminuye su velocidad con aceleración angular constante y se detiene a los 4 segundos. Determinar:

a. La velocidad angular inicial.

b. La aceleración angular.

c. La aceleración tangencial.

d. El desplazamiento angular.

Solución:

a. La velocidad angular inicial se calcula como:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{5 \text{ m/s}}{0{,}5 \text{ m}} = 10 \text{ rad/s}$$

b. La aceleración angular se calcula a partir de:

$$\alpha = \frac{0 - 10 \text{ rad/s}}{4 \text{ s}} = -2{,}5 \text{ rad/s}^2.$$

c. La aceleración tangencial $a_t = \alpha \cdot r = -2{,}5 \text{ s}^{-2} \cdot 0{,}5 \text{ m} = -1{,}2 \text{ m/s}^2$

d. El desplazamiento angular se obtiene mediante la ecuación para $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta = \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha t^2}{2} = 10 \text{ s}^{-1} \cdot 4 \text{ s} + \frac{(-2{,}5 \text{ s}^{-2})(4 \text{ s})^2}{2} = 20 \text{ rad}$$

 © Santillana

2. La mecánica celeste

2.1 Desarrollo de la astronomía

El problema de la interpretación del movimiento de los cuerpos celestes ha sido objeto de estudio desde la antigüedad. Los hombres primitivos se maravillaron con el espectáculo que ofrecían el universo y todos los fenómenos que en él se mostraban. Pero ante la imposibilidad de encontrarles alguna explicación, estos fueron asociados con la magia, y se buscó en el cielo la causa de los sucesos que se presentaban en la Tierra. Esto, unido a la superstición y al poder que daba el conocimiento de las estrellas, dominó las creencias humanas durante varios años.

Sin embargo, gracias al desarrollo de los pueblos, poco a poco, se fue llevando a la humanidad por rumbos nuevos acerca de una ciencia que se fue creando a partir de la observación de los astros y que, hoy en día, se denomina astronomía.

En el progreso astronómico primitivo, los seres humanos fijaron su atención en el objeto más luminoso que observaban: el Sol. Más adelante se centraron en la Luna y, finalmente, en las estrellas y los planetas.

Inicialmente, la observación de los movimientos cíclicos del Sol, la Luna y las estrellas mostró su utilidad para la predicción de fenómenos como el ciclo de las estaciones, cuyo conocimiento era útil, ya que de ello dependía directamente la supervivencia del ser humano: si la actividad principal era la caza, se hacía fundamental predecir el instante en que se producía la migración estacional de los animales que le servían de alimento; posteriormente, cuando nacieron las primeras comunidades agrícolas, era de vital importancia conocer el momento exacto para sembrar y, también, para recoger los frutos.

El fenómeno del día y la noche fue un hecho explicado de manera obvia, fundamentado en la presencia o ausencia del Sol en el cielo. De esta manera, el día fue tal vez la primera unidad de tiempo utilizada. De igual forma, fue importante reconocer que la calidad de la luz nocturna dependía de las fases de la Luna, y el ciclo de veintinueve a treinta días era otra manera cómoda de medir el tiempo. Así, los calendarios primitivos se basaron en el ciclo de las **fases de la Luna** (figura 8). Con respecto a las estrellas, para los observadores fue sencillo entender que son puntos brillantes que guardan entre sí las mismas distancias relativas, es decir, conservan un esquema fijo. De esta manera, parecía natural interpretar que las estrellas se encontraban fijas a una especie de bóveda sólida que rodeaba la Tierra, pero que el Sol y la Luna no deberían estar incluidos en ella: la Luna, noche tras noche cambia su posición relativa, y hasta visiblemente, en el curso de una misma noche. Para el Sol, esto es menos obvio, ya que, cuando el Sol está en el cielo, las estrellas no son visibles; pero, el cielo nocturno contiene las estrellas de la otra mitad del cielo, y el aspecto de esta mitad visible cambia noche tras noche.

Más adelante, en Grecia, se observaron avances importantes en cuanto a la astronomía. Se podía ubicar, a simple vista, siete cuerpos celestes: la Luna, el Sol, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Además, plantearon teorías relacionadas con la forma de la Tierra y el movimiento de los astros: sostenían que la Tierra era esférica y era el centro del universo. Por otra parte, consideraron que las estrellas y otros cuerpos, celestes se movían con respecto a la Tierra siguiendo trayectorias circulares que, para ellos, eran las trayectorias perfectas.



Figura 8. Fases de la Luna.

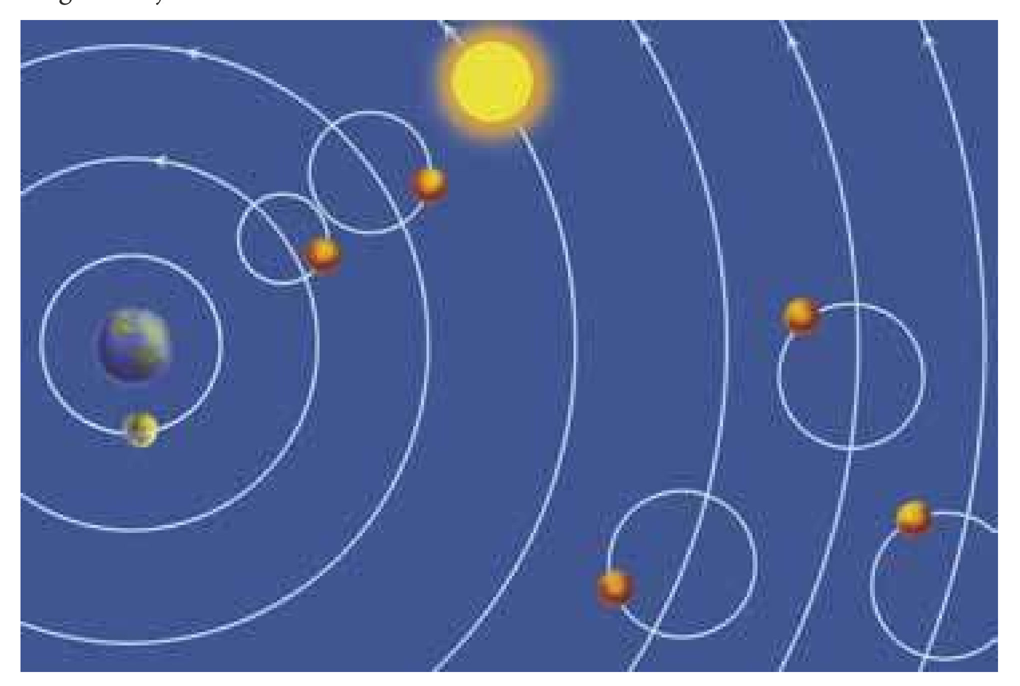
EJERCICIO

¿Qué evidencia tienes en contra de que el Sol gira en torno a la Tierra y que esta se encuentra en reposo?

Para los griegos, el cielo (por ser el lugar donde habitan los dioses) era perfecto e inmutable y la Tierra (donde viven los seres humanos), imperfecta, en la cual todas las cosas podían cambiar. Esta teoría permaneció vigente en Europa por mucho tiempo.

Durante muchos siglos se analizaron los cielos para predecir la posición de los astros; sin embargo, fue Ptolomeo quien recogió y desarrolló un modelo, de gran exactitud y muy complejo, iniciado por Aristóteles, y denominado modelo geocéntrico. Este modelo consistía, como lo muestra la siguiente figura, en:

- La Tierra en el centro y ocho esferas rodeándola. En ellas estarían la Luna, el Sol, las estrellas y los cinco planetas conocidos en aquel tiempo: Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno.
- Los planetas se movían en círculos más internos engarzados a sus respectivas esferas (epiciclos). La esfera más externa era la de las estrellas fijas, las cuales siempre permanecían en las mismas posiciones relativas, las unas con respecto a las otras, girando juntas a través del cielo.



Este modelo no describía con claridad qué había detrás de la última esfera, pero desde luego, no era parte del universo observable por el ser humano.

La teoría de Ptolomeo encajó bien con una interpretación rígida y literal de la Biblia: la Tierra debía ser perfecta, en reposo y situada en el centro mismo del universo. Por ello, el modelo geocéntrico se mantuvo en vigor a lo largo de toda la Edad Media, como un dogma más de la Iglesia oficial. Pero este modelo de Ptolomeo presentó algunas dificultades:

- La explicación del movimiento de la Luna, sobre todo con el tamaño aparente que debería presentar en las cuadraturas: Ptolomeo debía suponer que la Luna seguía un camino que la situaba en algunos instantes dos veces más cerca de la Tierra que en otras, por lo que habría ocasiones en que la Luna debería aparecer con tamaño doble del que realmente tiene.
- Aceptaba la suposición arbitraria de que los centros de los epiciclos de Venus y Mercurio estaban permanentemente fijos en una línea trazada desde la Tierra al Sol; o sea, los deferentes de ambos planetas, al igual que el Sol, se movían una vez cada año alrededor de la Tierra.
- Las predicciones de las posiciones planetarias se apoyaban en medidas de ángulos, no de distancias.

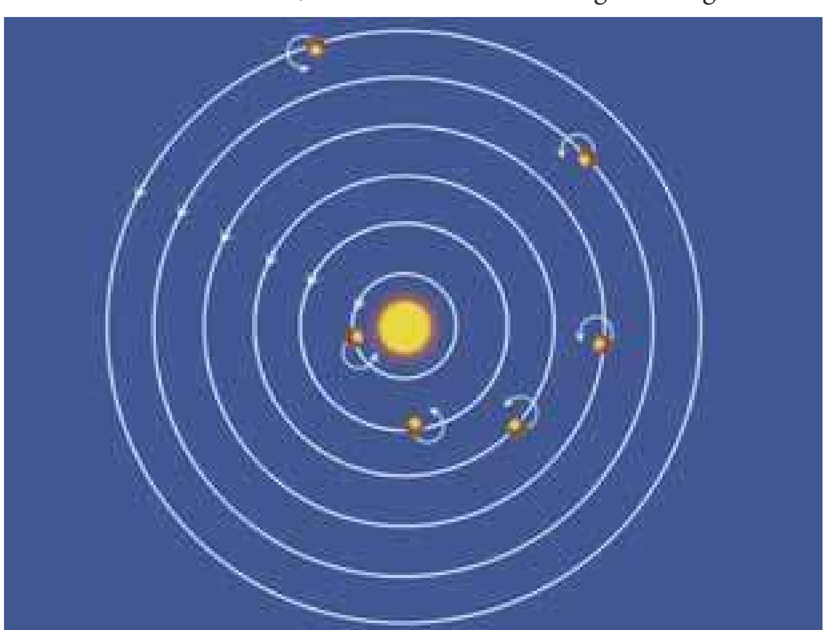
 © Santillana

Otro antiguo observador griego, Aristarco de Samos en el siglo II a.C., había propuesto el modelo heliocéntrico, según el cual el Sol estaba en el centro del universo y la Tierra era solo un planeta que giraba a su alrededor. Sus ideas quedaron en el olvido porque se consideraban en contra del sentido común, pero fueron rescatadas en el siglo XVI por Nicolás Copérnico, un astrónomo polaco, quien estudiando los movimientos del Sol, la Luna y los planetas, intentó encontrar un modelo cosmológico inteligible de todo el universo. Copérnico propuso un sistema solar con el Sol en el centro y los planetas describiendo trayectorias circulares a su alrededor.

Además, Copérnico consideró que la Tierra describía un movimiento de rotación diario hacia el Este, girando sobre un eje inclinado, y que los planetas, incluida la Tierra, se movían en circunferencias, cuyo centro se ubicaba en un punto cercano al Sol.

De esta manera, fue posible explicar por qué el Sol parece estar más cerca de la Tierra en algunas épocas del año que en otras: para el hemisferio norte el Sol parece estar más lejos de la Tierra en verano.

Copérnico asignó un orden a los planetas a partir del Sol: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno. Para explicar el movimiento de los planetas, ideó un sistema de epiciclos, en el que cada planeta se movía en un círculo superpuesto a su gran órbita circular alrededor del Sol, como se observa en la siguiente figura.



En la época de Ptolomeo y la de Copérnico, los datos que se utilizaban para calcular las posiciones de los astros no eran muy precisos. Conclusión a la cual llegó Tycho Brahe, un noble y astrónomo danés quien cambió las técnicas de observación y el nivel de precisión de las mismas.

Tycho consiguió apoyo económico del rey Federico II, quién le donó la isla de Huen para construir el castillo de Uraniborg, que significa "Castillo de los Cielos". Allí se dedicó a construir los instrumentos necesarios para hacer nuevas mediciones. Muy pronto Uraniborg se convirtió en un complejo instituto de investigación, el cual, incluso, contaba con su propia imprenta para publicar los trabajos de investigación. De esta manera, Uraniborg se consolidó en el lugar de reuniones de científicos, técnicos y estudiantes interesados en la astronomía.

Sin embargo, Tycho observó que Uraniborg no era adecuado para grandes hallazgos, por lo cual construyó un observatorio subterráneo llamado Stjerneborg, "Castillo de estrellas", que constaba de cinco salas de observación con distintos instrumentos. Las observaciones se hacían por medio de un techo móvil.

EJERCICIO

¿Qué implicaciones tiene que la Tierra gire alrededor de un eje inclinado en relación con la forma en que inciden los rayos solares sobre ella?



Nicolás Copérnico. Propuso un sistema solar con el Sol en el centro y los planetas describiendo trayectorias circulares a su alrededor.

EJERCICIO

Establece cuál es el sistema de referencia en el modelo geocéntrico y cuál en el modelo heliocéntrico.

Como en aquella época no había telescopio, Tycho diseñó y construyó aparatos enormes que, al ser fijados a las paredes del edificio, le permitían realizar mediciones de gran precisión. Los procedimientos de Tycho resultaron muy eficaces y los datos que obtuvo, de una precisión asombrosa.

Dos eventos importantes ocurrieron en esta época. En 1572, apareció en el firmamento una estrella que, al inicio, fue muy brillante y después fue perdiendo su brillo hasta que desapareció en una constelación denominada Casiopea, y en 1577, la aparición de un cometa. Para ese entonces, Tycho ya tenía instrumentos para calcular su posición y encontró que estos hechos se presentaban más allá de la Luna.

Estos fenómenos ponían en tela de juicio las bases de la astronomía griega: los cielos no eran inmutables, sino que cambiaban. Sin embargo, no eran suficientes estas ideas para derrumbar la teoría establecida. El mismo Tycho no dudaba, de que la Tierra fuera el centro del universo, pero, al mismo tiempo, admiraba el modelo propuesto por Copérnico, así que decidió hacer su propio modelo combinando los dos anteriores, denominado modelo geoheliocéntrico:



Cuando Tycho Brahe murió, en 1601, su asistente Johannes Kepler obtuvo todos los datos de las observaciones de Marte.

Kepler decidió investigar por qué los planetas estaban separados en esas óbitas y por qué solo hay seis planetas visibles. Durante años, buscó responder a estas preguntas mediante modelos geométricos. En Praga, en el nuevo observatorio de Tycho, Kepler se dedicó a estudiar la órbita de Marte. Después de un año y medio de esfuerzos inútiles, utilizando todo tipo de combinaciones de círculos para predecir la posición del planeta a lo largo del año, concluyó que la órbita de Marte no era un círculo y que no existía ningún punto específico alrededor del cual su movimiento fuera uniforme, es decir, con velocidad constante.

 © Santillana

De acuerdo con sus observaciones, la órbita de Marte era alargada, pero no tenía una teoría que explicara por qué era así. Después estudió la órbita de la Tierra y encontró una relación que le sorprendió por su simplicidad: la línea que une el Sol a un planeta recorre áreas iguales en tiempos iguales. Esta relación permitía encontrar las posiciones de los planetas. Con esta relación, Kepler calculó la órbita de Marte y encontró, finalmente, que era una elipse (figura 9) y que el Sol estaba en uno de sus focos. De esta manera, descubrió las conocidas leyes de Kepler.

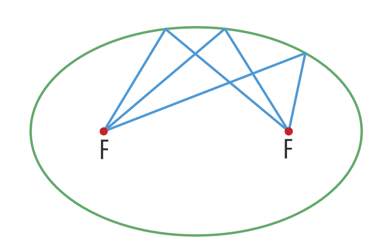
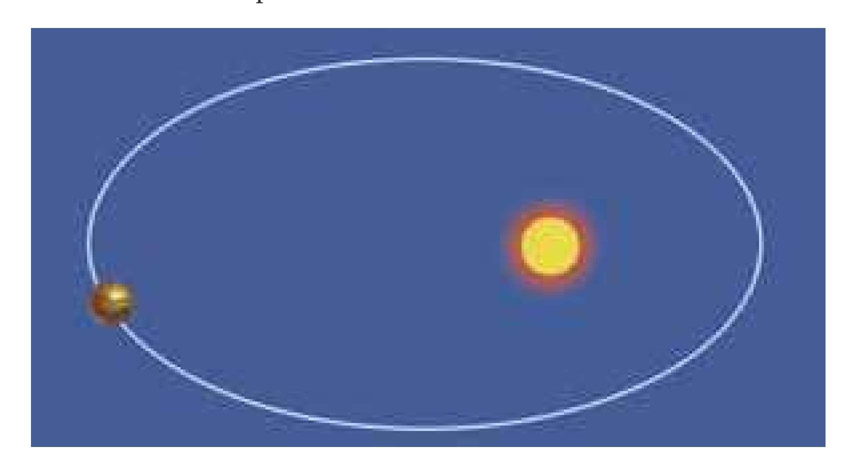


Figura 9. La elipse es un lugar geométrico cuyos puntos cumplen la condición de que la suma de las distancia a cada foco es constante.

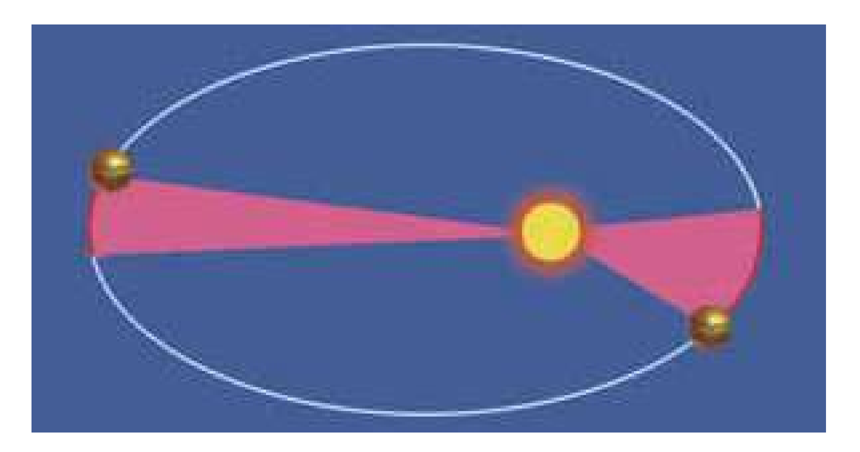
2.2 Leyes de Kepler

Las leyes de Kepler son leyes empíricas muy fuertes y relativamente simples. Con ellas Kepler realizó diferentes cálculos, que fueron publicados en 1627.

- *Primera ley:* los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del Sol, que permanece en uno de los focos de la elipse. Cada planeta se mueve alrededor del Sol describiendo una elipse.



- *Segunda ley:* los planetas se mueven de tal forma que la línea trazada desde el Sol a su centro barre áreas iguales, en intervalos de tiempo iguales.



Tras años de observación y de soportar pobreza, enfermedades y otras penalidades, Kepler, encontró su tan anhelada tercera ley.

- *Tercera ley:* los cuadrados de los períodos de revolución (T) de los planetas son proporcionales a los cubos de su distancia promedio al Sol (R).

En términos matemáticos esta ley se escribe como:

$$T^2 = k \cdot R^3$$

Donde k es una constante, T es el período del planeta y R es la distancia promedio del planeta al Sol.



Johannes Kepler. Estudió el movimiento de los planetas alrededor del Sol y calculó la órbita de Marte.

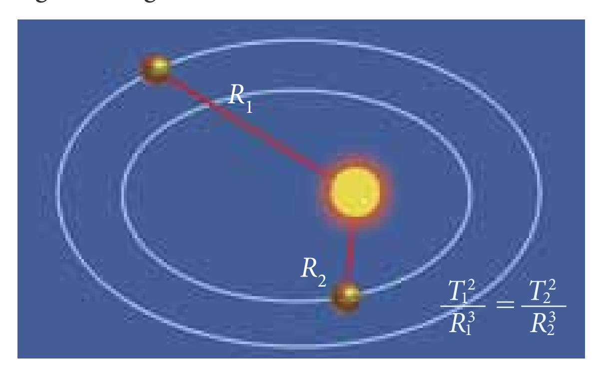
Tabla 5.3

Planeta	T·(s)	R·(m)
Mercurio	$7,6 \cdot 10^{6}$	$5.8 \cdot 10^{10}$
Venus	$1,9 \cdot 10^{7}$	$1,1 \cdot 10^{11}$
Tierra	$3,15 \cdot 10^{7}$	$1,5 \cdot 10^{11}$
Marte	$5,9 \cdot 10^{7}$	$2,3 \cdot 10^{11}$
Júpiter	$3,7 \cdot 10^{8}$	$7,8 \cdot 10^{11}$
Saturno	$9,2 \cdot 10^{8}$	$1,4 \cdot 10^{12}$
Urano	$2,6 \cdot 10^{9}$	$2,9 \cdot 10^{12}$
Neptuno	$5,2 \cdot 10^{9}$	$4,5 \cdot 10^{12}$

De acuerdo con la tercera ley para cualquier planeta del sistema solar, se cumple que:

$$\frac{(\text{Período de revolución})^2}{(\text{Distancia promedio al Sol})^3} = \text{constante}$$

Esta ley es diferente a las otras dos, ya que no se refiere a un solo planeta, sino que relaciona un planeta con cada uno de los otros, como se representa en la siguiente figura:



En la tabla 5.3, se pueden observar las distancias promedios al Sol y el período de revolución de los planetas del sistema solar.

EJEMPLOS

1. A partir de la aplicación de la tercera ley de Kepler y con los datos de la tabla 5.3, determinar el valor de la constante para el planeta Tierra y para el planeta Marte.

Solución:

Para la Tierra:

$$k = \frac{(T_{\text{Tierra}})^2}{(R_{\text{Tierra}})^3} \qquad \textit{Al despejar k}$$

$$k = \frac{(3,15 \cdot 10^{7}\ \text{s})^2}{(1,5 \cdot 10^{11}\ \text{m})^3} = 2,9 \cdot 10^{-19}\text{s}^2/\text{m}^3 \qquad \textit{Al calcular}$$

Para Marte:

$$k = \frac{(T_{\text{Marte}})^2}{(R_{\text{Marte}})^3} \qquad \textit{Al despejar k}$$

$$k = \frac{(5,9 \cdot 10^{7}\ \text{s})^2}{(2,3 \cdot 10^{11}\ \text{m})^3} = 2,9 \cdot 10^{-19}\ \text{s}^2/\text{m}^3 \qquad \textit{Al calcular}$$

El valor de la constante en la tercera Ley de Kepler para los planetas del sistema solar es $2,9 \cdot 10^{-19}$ s²/m³.

2. Considerar que la trayectoria de Saturno es circular y calcular la rapidez media del movimiento de Saturno alrededor del Sol. Compararla con la rapidez de la Tierra cuyo valor es $2,9 \cdot 10^{4}$ m/s.

Solución:

Como el radio de la órbita es igual a la distancia media que separa a Saturno del Sol y su valor es $1,4 \cdot 10^{12}$ m, la distancia recorrida mientras Saturno da una revolución es:

$$2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 1,4 \cdot 10^{12}\ \text{m} = 8,8 \cdot 10^{12}\ \text{m}$$

Por tanto, la rapidez es:

$$v = \frac{8,8 \cdot 10^{12}\ \text{m}}{9,2 \cdot 10^{8}\text{s}} = 9,6 \cdot 10^{3}\ \text{m/s}$$

La rapidez de Saturno en su órbita es $9,6 \cdot 10^{3}$ m/s, la cual es el 33% de la rapidez con la cual la Tierra recorre su órbita alrededor del Sol.

 © Santillana



EJERCICIO

Construye una tabla de valores para dos variables que cumplan que una es inversamente proporcional al cuadrado de la otra. Represéntalas gráficamente.

El trabajo de Kepler contribuyó a la aceptación del modelo planetario heliocéntrico, pero aún quedaban dificultades por vencer: romper con la tradición que exigían las órbitas circulares de los astros y la consideración acerca de que la Tierra tenía un lugar privilegiado en el centro del universo.

En 1604, con la aparición de una nueva estrella en el cielo, Galileo se convenció, gracias al estudio de la obra de Kepler, de que la hipótesis de la inmutabilidad de las estrellas no se cumplía.

Para este tiempo, debido a la invención del telescopio, Galileo observó que la Luna no era lisa, sino que tenía cráteres, e incluso, calculó la altura de algunas montañas. Este descubrimiento se unió al de la observación de los satélites que giran alrededor del planeta Júpiter, como si fuera un sistema solar en miniatura; contrario a lo que pensaban los griegos acerca de que todos los astros giraban alrededor de la Tierra.

Después de la muerte de Galileo, el modelo propuesto por Kepler se difundió, y poco a poco fue aceptado. Uno de los problemas que se debatió entonces fue la idea de cómo un objeto podía mantener un movimiento elíptico alrededor del Sol. Entonces, el astrónomo Edmund Halley se propuso resolver la controversia, para ello dirigió sus inquietudes a su gran amigo Isaac Newton.

La impresionante obra de Newton comenzó con la definición de la masa, la cantidad de movimiento, la inercia y la fuerza. Después, presentó las tres leyes del movimiento y una gran cantidad de descubrimientos matemáticos y físicos que tenían que ver con los problemas que preocupaban a los científicos de su época. Una de sus comtribuciones más importantes es la ley de la gravitación universal.

2.3 La gravitación universal

2.3.1 La ley de gravitación universal

Los planetas describen una trayectoria elíptica alrededor del Sol y puesto que no describen movimiento rectilíneo uniforme, debe actuar sobre ellos una fuerza centrípeta que produce el cambio en la dirección del movimiento.

Isaac Newton, en el siglo XVII, explicó el origen de esta fuerza en lo que se conoce como ley de gravitación universal.

Definición

Dos cuerpos cualquiera de masas m_1 y m_2, separados una distancia r se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

La ley de gravitación universal se expresa como:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Donde G se denomina constante de gravitación universal y su valor en el SI es:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$$

La fuerza se produce siempre entre dos cuerpos (atracción gravitatoria), pero muchas veces, por su pequeño valor es poco perceptible.

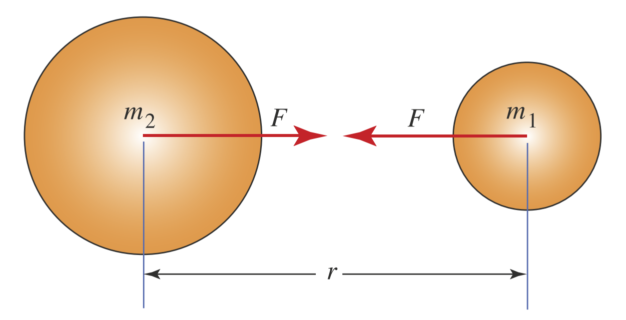


Isaac Newton. Explicó la ley de la gravitación universal.

EJERCICIO

¿Cómo varía la fuerza que se ejercen dos objetos si se duplica la distancia que los separa?

Es importante notar que, de acuerdo con el principio de acción y reacción, las fuerzas que los cuerpos se ejercen son de igual intensidad y opuestas, como se puede observar en la siguiente figura.

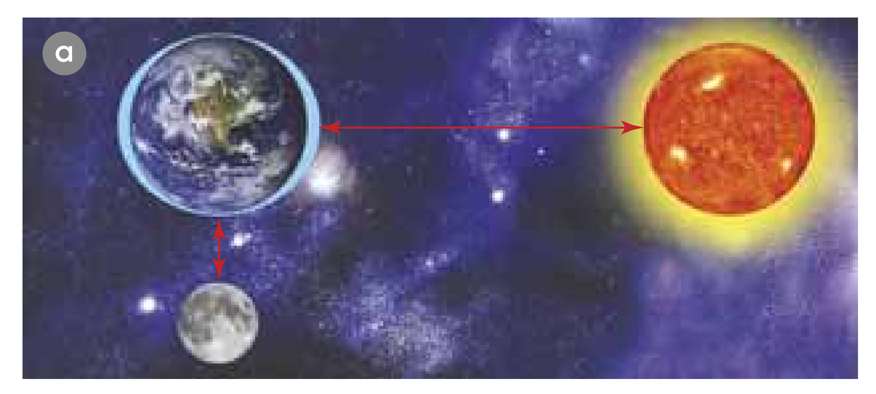


De acuerdo con la ley de gravitación universal, el Sol ejerce sobre los planetas una fuerza de atracción, F, directamente proporcional a la masa del Sol (M_s) y a la masa del planeta (m_p) en consideración. Siendo además, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, r, que separa los centros de ambos astros. Es decir,

$$F = G \cdot \frac{M_s \cdot m_p}{r^2}$$

Newton con su interpretación del universo estableció que el movimiento de los planetas obedece a las mismas leyes que se aplican al movimiento de los cuerpos en la Tierra.

Debido al movimiento de rotación de la Tierra y a la acción de la fuerza gravitacional se puede explicar la producción de las mareas. En las siguientes figuras se representan las mareas solares (figura a), cuyo resultado se produce debido a la atracción ejercida por el Sol y las mareas lunares (figura b), las cuales resultan de la atracción ejercida por Luna. En las figuras, las escalas de tamaños de la deformación del agua están aumentadas con respecto al tamaño de la Tierra, con el fin de hacer visibles los efectos.



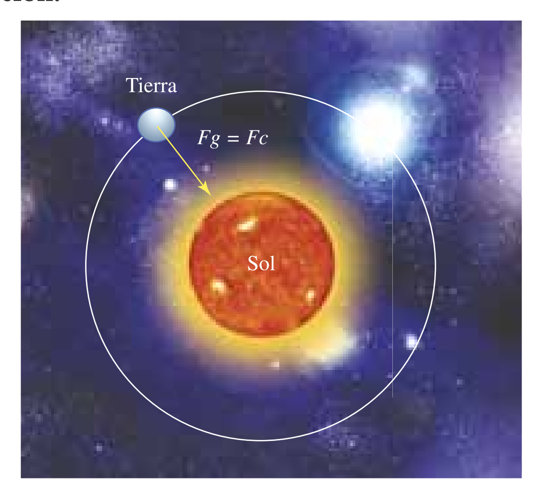


 © Santillana

EJEMPLO

Determinar la masa del Sol, a partir del período de revolución de la Tierra alrededor de él y de la distancia que los separa, asumiendo que la trayectoria es circular y teniendo en cuenta que la trayectoria de los planetas es elíptica.

Solución:



La Tierra en su movimiento alrededor del Sol experimenta fuerza centrípeta, la cual corresponde a la fuerza gravitacional. Si la velocidad de la Tierra en su órbita alrededor del Sol es $2{,}9 \cdot 10^4$ m/s, entonces tenemos que:

$$F_{grav} = F_c$$

Como $F_{grav} = G \cdot \dfrac{M_s \cdot m_T}{r^2}$ y $F_c = m_T \cdot \dfrac{v^2}{r}$

entonces,

$$G \cdot \frac{M_s \cdot m_T}{r^2} = m_T \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_s}{r} = \frac{v^2}{r} \quad \text{Al simplificar por } \frac{m_T}{r}$$

Al remplazar se obtiene:

$$\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right) \cdot \frac{M_s}{(1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m})}$$

$$= (2{,}9 \cdot 10^4\ \text{m/s})^2$$

Luego,

$$M_s = \frac{(2{,}9 \cdot 10^4\ \text{m/s})^2\ (1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m})}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}}$$

Por tanto,

$M_s = 1{,}9 \cdot 10^{30}$ kg

La masa del Sol es $1{,}9 \cdot 10^{30}$ kg. Este resultado nos permite afirmar que es posible determinar la masa de un objeto celeste a partir del período de revolución y del radio de la órbita de un objeto que gira alrededor de él.

2.3.2 Masa inercial y masa gravitacional

Cuando un objeto de masa m se suelta cerca de la superficie de la Tierra, actúa sobre él una fuerza de atracción dirigida hacia el centro del planeta y, en consecuencia, experimenta una aceleración. A partir de la ley de gravitación universal, sabemos que sobre el objeto actúa la fuerza gravitacional F_{grav} que se expresa como:

$$F_{grav} = G \cdot \frac{m_T \cdot m}{r^2}$$

Donde m_T es la masa de la Tierra, m la masa del objeto, denominada masa gravitacional, y r es la distancia que separa el cuerpo del centro de la Tierra (figura 10).

La fuerza gravitacional ocasiona que el objeto experimente una aceleración, que de acuerdo con la segunda ley de Newton, es:

$$F = m \cdot a$$

En esta expresión la masa del objeto, m, es una medida de la inercia del cuerpo, por lo cual se denomina masa inercial.

Para determinar la relación entre la masa inercial y la masa gravitacional, igualamos las dos expresiones para F y obtenemos que:

$$m \cdot a = G \cdot \frac{m_T \cdot m}{r^2}$$

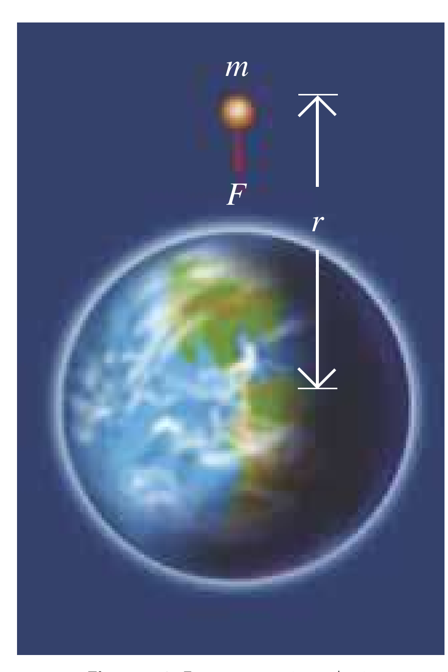


Figura 10. Fuerza que ejerce la tierra sobre un cuerpo cercano a su superficie.

Si las dos masas, representadas por m en ambos miembros de la igualdad anterior tienen el mismo valor, obtenemos que:

$$a = G \cdot \frac{m_T}{r_{Tierra}^2}$$

Así, para un objeto cerca de la superficie de la Tierra, cuya distancia al centro es $r_{Tierra} = 6{,}4 \times 10^6$ m, tenemos que:

$$a = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(6{,}4 \cdot 10^6 \cdot \text{m})^2} = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

Este resultado muestra que suponer que las masas inercial y gravitacional tienen el mismo valor, nos lleva a encontrar un resultado que ya hemos utilizado y es que la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra es 9,8 m/s^2. Lo cual sugiere que nos podemos referir a la masa inercial o a la masa gravitacional indistintamente como la masa del cuerpo, aunque no debemos perder de vista que sus significados son diferentes.

Así mismo, tenemos que la aceleración de la gravedad a una distancia r del centro de la Tierra es:

$$g = G \cdot \frac{m_T}{r^2}$$

Cuyo resultado indica que la aceleración de la gravedad en un punto ubicado en las proximidades de la Tierra depende de la masa de la Tierra y de la distancia a la que se encuentra el punto con respecto al centro de ella. Por tanto, cuando la distancia a la superficie de la Tierra aumenta, la aceleración de la gravedad disminuye.

En la tabla 5.4, se presentan las masas y los radios del Sol y los planetas.

Tabla 5.4

Planeta	Masa (kg)	Radio (m)
Sol	$2{,}0 \cdot 10^{30}$	$7{,}0 \cdot 10^8$
Mercurio	$3{,}3 \cdot 10^{23}$	$2{,}4 \cdot 10^6$
Venus	$4{,}9 \cdot 10^{24}$	$6{,}1 \cdot 10^6$
Tierra	$6{,}0 \cdot 10^{24}$	$6{,}4 \cdot 10^6$
Marte	$6{,}4 \cdot 10^{23}$	$3{,}4 \cdot 10^6$
Júpiter	$1{,}9 \cdot 10^{27}$	$71{,}8 \cdot 10^6$
Saturno	$5{,}6 \cdot 10^{26}$	$60{,}3 \cdot 10^6$
Urano	$8{,}7 \cdot 10^{25}$	$25{,}6 \cdot 10^6$
Neptuno	$1{,}0 \cdot 10^{26}$	$24{,}7 \cdot 10^6$

EJEMPLO

Determinar a qué altura con respecto a la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es igual a la aceleración de la gravedad en la Luna.

Solución:

La aceleración de la gravedad en la Luna es 1,6 m/s^2. Por tanto,

$$g = G \cdot \frac{m_T}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{g}}$$ *Al despejar r*

$$r = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{1{,}6\ \text{m/s}^2}} = 1{,}6 \cdot 10^7 \text{m}$$ *Al remplazar y calcular*

A una distancia de 16.000 km con respecto al centro de la Tierra, la aceleración de la gravedad es 1,6 m/s^2. Puesto que el radio de la Tierra es 6.400 km, la aceleración de la gravedad a una altura de 9.600 km con respecto a la superficie de la Tierra es 1,6 m/s^2.

© Santillana

2.3.3 El valor de la constante de gravitación universal

Se dice que en 1798, el físico británico Henry Cavendish "pesó la Tierra" cuando determinó experimentalmente el valor de la constante de gravitación universal. En la figura 11, se muestra el esquema del aparato utilizado por Cavendish para medir la fuerza gravitacional que se ejercen dos cuerpos pequeños entre sí.

Los dos cuerpos de masa m están en los extremos de una varilla que cuelga de un hilo delgado construido de una fibra de cuarzo. Debido a la fuerza que las masas M, ejercen sobre las masas m, se produce una rotación en la varilla y, por tanto, el hilo se retuerce, es decir, que experimenta torsión. El ángulo de rotación de la varilla es proporcional a la fuerza que experimentan las esferas sujetas a la varilla. Por tanto, una medida cuidadosa del ángulo de rotación permite determinar la medida de la fuerza gravitacional que se ejercen las esferas de masas m y M.

Al calcular la fuerza, a partir de la medida del ángulo de rotación, la distancia que separa las esferas y la masa de estas, Cavendish obtuvo un valor para la constante de gravitación universal G. Una vez se determinó el valor de la constante de gravitación universal, G, fue posible determinar la masa de la Tierra.

Como la constante de gravitación universal tiene el mismo valor para la interacción entre cualquier par de objetos, haber obtenido su valor permitió determinar algunos datos acerca de los objetos celestes.

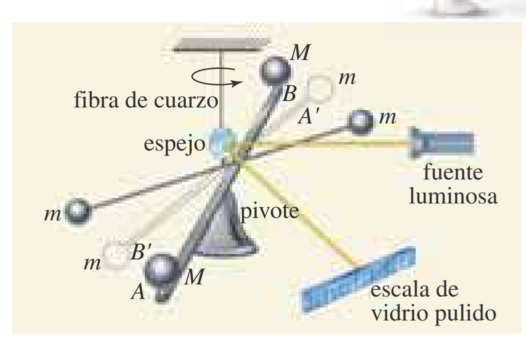


Figura 11. Aparato para medir la fuerza gravitacional utilizado por el físico Henry Cavendish.

EJEMPLO

A partir del valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, determinar:

a. La masa de la Tierra.

b. El radio que debería tener un planeta con la misma masa de la Tierra para que la aceleración de la gravedad en la superficie fuera el doble.

Solución:

a. Podemos determinar la masa de la Tierra a partir de:

$$g = G \cdot \frac{m_T}{r^2}$$

Al despejar m_T de la ecuación, obtenemos:

$$m_T = \frac{g \cdot r^2}{G}$$

Al remplazar se tiene:

$$m_T = \frac{(9{,}8\ \text{m/s}^2)(6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}}$$

luego,

$$m_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ kg.

b. Para calcular el radio, despejamos r de la ecuación para g, por tanto:

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{g}}$$

Como la aceleración de la gravedad debe ser el doble, entonces:

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{2g}}$$

Al remplazar los datos se tiene:

$$r = \sqrt{\frac{\left(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N}\ \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right) \cdot \left(6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}\right)}{2\ (9{,}8\ \text{m/s})^2}}$$

$r = 4{,}5 \cdot 10^6$ m *Al calcular*

El radio del planeta debería ser $4{,}5 \cdot 10^6$ m, cuyo valor es menor que el radio de la Tierra.

3. Rotación de sólidos

3.1 Cuerpos rígidos

En unidades anteriores consideramos los objetos como partículas puntuales, y establecimos que una condición para que una partícula permanezca en reposo es que la suma de las fuerzas que actúan sobre ella sea igual a cero. Si consideramos que los objetos no son partículas puntuales, sino que tienen dimensiones, podemos encontrar que sobre un objeto pueden actuar fuerzas cuya suma es cero y sin embargo, no se encuentra en reposo ni se mueve en línea recta con rapidez constante.

Por ejemplo, sobre un timón se pueden ejercer fuerzas de igual intensidad a cada uno de los lados (figura 12). Estas fuerzas son aplicadas en direcciones contrarias y, sin embargo, el manubrio no permanece en reposo sino que gira. Así, cuando consideramos que los objetos tienen dimensiones y que no son simplemente partículas puntuales, necesitamos una condición adicional para que un objeto con dimensiones se encuentre en reposo, pues no basta con que la fuerza neta sea igual a cero.

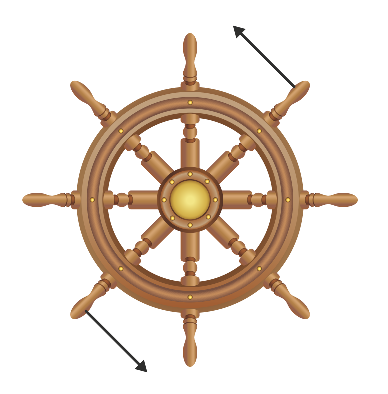


Figura 12. Las fuerzas aplicadas sobre el timón hacen que este gire.

Definición

Los cuerpos rígidos son sólidos cuya forma es definida debido a que las partículas que los conforman se encuentran en posiciones fijas unas con respecto a otras.

Cuando se aplican fuerzas sobre un cuerpo rígido, se puede producir un movimiento de rotación sobre él que depende de la dirección de las fuerzas y de su punto de aplicación. Por ahora, para comparar los efectos producidos por las fuerzas, diremos que ellas producen mayor o menor efecto de rotación. La expresión, mayor o menor efecto de rotación se relaciona con la aceleración angular debido a la aplicación de la fuerza.



Figura 13a. Al aplicar la fuerza perpendicular a la barra, en dos distancias diferentes, con respecto al eje que pasa por el punto *O* cambia el efecto de rotación.

Un ejemplo cotidiano de movimiento de rotación, se presenta al desmontar la llanta de un vehículo (figura 13a). Al aplicar una fuerza perpendicular sobre la barra en el punto 1, se produce un mayor efecto de rotación que al aplicar la misma fuerza en el punto 2. Por tal razón, resulta más fácil soltar la tuerca cuando se aplica la fuerza en el punto 1 de la barra.

Para describir las fuerzas que producen rotación debemos establecer un eje de rotación. Para el caso de la figura 13a, el eje de rotación pasa por el punto *O*.

En la figura 13b se puede observar que no se produce efecto de rotación cuando aplicamos una fuerza paralela a la barra, ni tampoco se produce efecto de rotación si la fuerza se aplica en la parte de la barra que coincide con el eje de rotación.

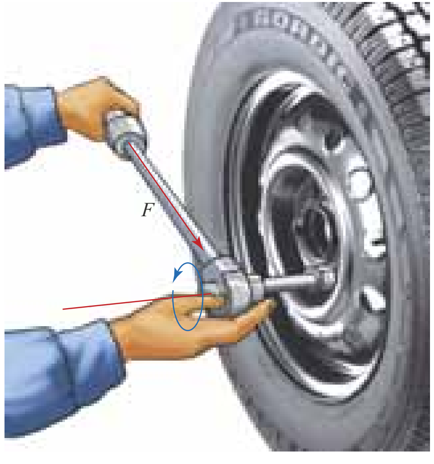


Figura 13b. Al aplicar la fuerza sobre el eje de rotación o paralela a la barra no hay efecto de rotación.

Por otra parte, cuanto mayor es la distancia desde el punto de aplicación de la fuerza al eje, mayor es el efecto de rotación que esta produce. Así, para abrir la puerta de un vehículo, cuanto más lejos de las bisagras ejercemos una fuerza, menor intensidad deberá tener dicha fuerza. De esta manera, si queremos lograr el máximo efecto de rotación, es necesario aplicar dicha fuerza en forma perpendicular al plano de la puerta. Si la fuerza aplicada se realiza sobre el borde en el cual se encuentran las bisagras, la puerta no rota.

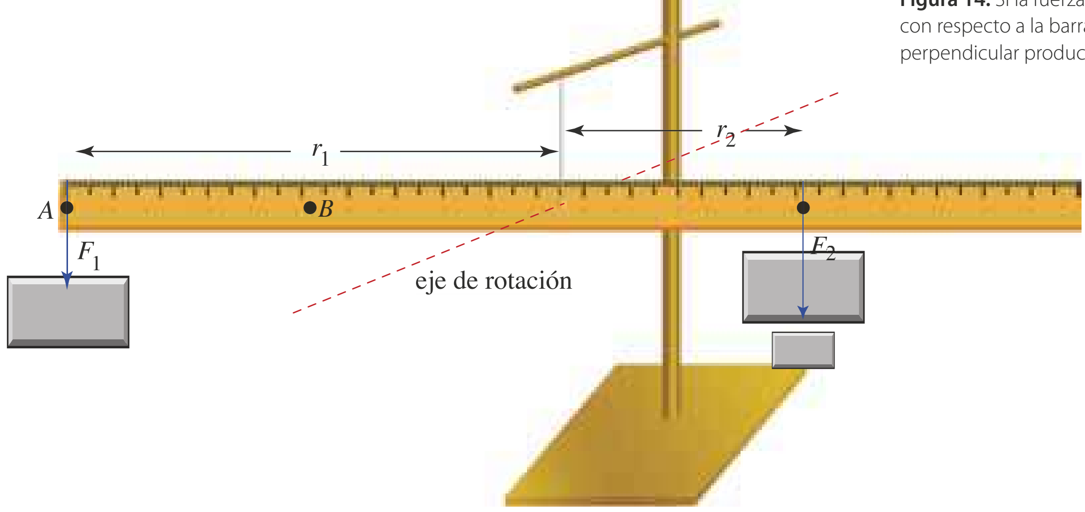
Ahora, si la fuerza que se aplica forma determinado ángulo con la barra, de tal manera que no es ni perpendicular ni paralela a ella (figura 14), en este caso, la fuerza $\vec{F}$ tiene dos componentes, la fuerza perpendicular a la barra, $F_{\perp}$, y la fuerza paralela a la barra $F_{//}$. De estas dos, solo la fuerza perpendicular produce efecto de rotación, pues como lo hemos dicho, las fuerzas paralelas a la barra no producen efecto de rotación.

En síntesis, se produce un efecto de rotación cuando la fuerza no es paralela a la barra o cuando su punto de aplicación es diferente al punto por el que pasa el eje de rotación.

En la siguiente figura, se muestra una regla suspendida de un hilo, a la cual se cuelga una pesa en el punto *A*.



Figura 14. Si la fuerza aplicada forma un ángulo con respecto a la barra, solo la componente perpendicular produce efecto de rotación.



Se observa que en el punto A actúa una fuerza, F_1, que produce un efecto de rotación sobre la regla. Pero, si se ejerce otra fuerza F_2 en el lado derecho de la regla, esta puede quedar en equilibrio y en posición horizontal, aunque esta fuerza no se aplique en el otro extremo. El efecto de rotación producido por la fuerza, F_2, contrarresta el efecto de rotación producido por la fuerza F_1.

Si las fuerzas F_1 y F_2 aplicadas sobre la regla son perpendiculares a esta, la regla no gira y permanece horizontal siempre que la fuerza F_1, aplicada a una distancia r_1 del eje de rotación y la fuerza F_2, aplicada a una distancia r_2 del eje de rotación, cumplan la siguiente relación:

$$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$$

Si en lugar de la fuerza F_1 se aplica una fuerza F_3 en el punto *B*, ubicado entre el centro del eje de rotación y el extremo *A*, para mantener la regla horizontal se requiere que la fuerza, F_3 sea de mayor intensidad que F_1.

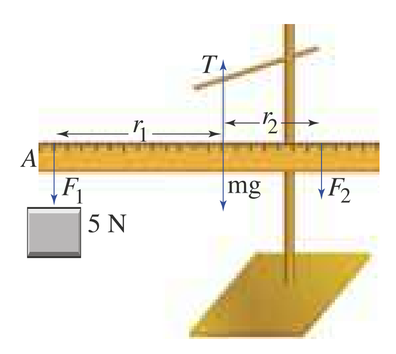
Es importante destacar que la tensión que ejerce la cuerda que sostiene la regla no produce efecto de rotación porque está aplicada en el punto *O* del eje de rotación, punto en el cual se representa el peso de la regla en su centro de gravedad. Un cuerpo es homogéneo si, al dividirlo en pequeñas partes de igual tamaño, todas pesan igual. En los cuerpos homogéneos de forma regular como una lámina rectangular o circular, el centro de gravedad coincide con su centro geométrico.

EJEMPLOS

1. Una regla homogénea de un metro de longitud que pesa 3 N se suspende de un hilo. Si en el extremo izquierdo se cuelga un objeto de 5 N, determinar:

a. La distancia al eje de rotación (punto de donde suspende la regla) a la que se debe aplicar una fuerza de 20 N para que la regla permanezca horizontal en equilibrio.

b. La tensión que soporta la cuerda que sostiene la regla.



Solución:

a. El peso *mg* de la regla y la tensión que ejerce el hilo que la sostiene no producen efecto de rotación, puesto que están aplicadas en el eje de rotación. Como, las fuerzas F_1 y F_2 son perpendiculares a la regla se tiene que:

$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$

$r_2 = \dfrac{r_1 \cdot F_1}{F_2}$ *Al despejar r_2*

$r_2 = \dfrac{0{,}50 \text{ m} \cdot 5 \text{ N}}{20 \text{ N}} = 0{,}125 \text{ m}$ *Al remplazar y calcular*

La fuerza de 20 N se debe aplicar a 12,5 cm del punto *O*.

b. Se debe cumplir que las fuerzas aplicadas sobre la regla sumen cero, por tanto, para determinar la tensión de la cuerda, tenemos que:

$T = (0, T)$

$mg = (0, -3)$

$\vec{F}_1 = (0, -5)$

$\vec{F}_2 = (0, -20)$

$\vec{F}_{neta} = (0,0)$

Luego,

$T - 3 \text{ N} - 5 \text{ N} - 20 \text{ N} = 0$

De donde, $T = 28$ N.

La tensión que soporta la cuerda mide 28 N.

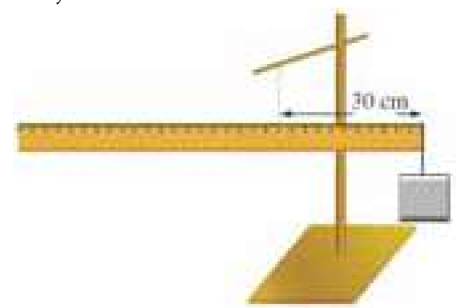
2. Una regla de 100 cm se suspende de una cuerda en un punto ubicado a los 30 cm de uno de sus extremos. Al colgar una pesa de masa 200 gramos en dicho extremo, la regla permanece horizontal. Si el punto de aplicación del peso en la regla es su punto medio, determinar:

a. El peso de la regla.

b. La masa de la regla.

Solución:

a. Sobre la regla actúan la tensión de la cuerda que la sostiene, la fuerza ejercida por la pesa cuya masa es 200 g y el peso *mg* de la regla. La tensión no produce efecto de rotación pues está aplicada sobre el eje de rotación.



La fuerza *F* aplicada por la pesa es igual a su peso, es decir:

$F = m \cdot a = 0{,}200 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ N}$

Por tanto,

$F_2 = \dfrac{r_1 \cdot F_1}{r_2} = \dfrac{0{,}30 \text{ m} \cdot 1{,}96 \text{ N}}{0{,}2 \text{ m}} = 2{,}94 \text{ N}$

El peso de la regla es 2,94 N.

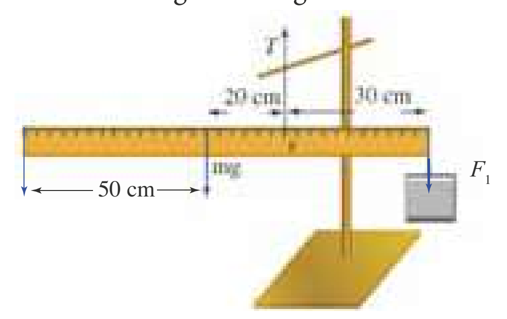
b. La masa de la regla se obtiene mediante la expresión:

$m \cdot g = 2{,}94 \text{ N}$

Luego,

$m = \dfrac{2{,}94 \text{ N}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}3 \text{ kg}$

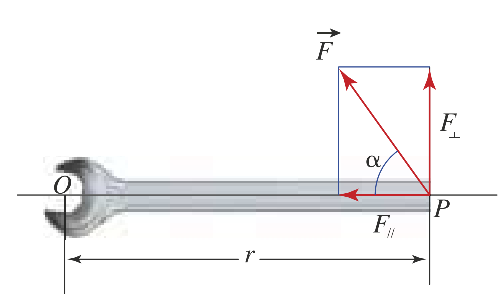
La masa de la regla es 300 g.



© Santillana

3.2 Torque o momento de una fuerza

En la siguiente figura se representa una llave sobre la cual se aplica una fuerza $\vec{F}$ en el punto *P*. En donde *r* corresponde a la distancia entre el eje de rotación *O* y el punto de aplicación de la fuerza; mientras que α es el ángulo que forma la fuerza con la línea *OP*.



Se puede observar que para la fuerza $\vec{F}$, se pueden determinar dos componentes perpendiculares, una paralela a la línea *OP* que se nota con $F_{//}$ y otra perpendicular a la misma línea que se nota con $F_{\perp}$. Pero, como lo hemos establecido, solo la fuerza perpendicular a la línea *OP* produce un efecto de rotación.

Para estudiar el efecto de rotación producido por una fuerza que se aplica sobre un cuerpo rígido, debemos tener en cuenta la intensidad y la dirección de dicha fuerza, además de la distancia entre el punto de aplicación y el eje de rotación.

Definimos torque o momento, τ, de una fuerza $\vec{F}$ aplicada a una distancia *r* del eje de rotación como:

$$\tau = r \cdot F_{\perp}$$

Puesto que la línea que une el eje de rotación y el punto de aplicación forma con la fuerza *F* un ángulo α, tenemos que:

$$F_{\perp} = F \cdot \text{sen}\ \alpha$$

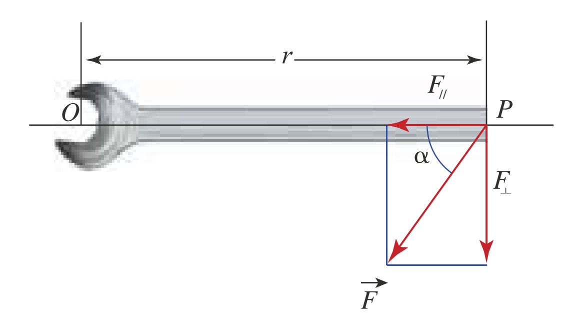
Luego,

$$\tau = r \cdot F\ \text{sen}\ \alpha$$

En el SI el torque se expresa en N · m.

Cuando comparamos los efectos de rotación producidos por la fuerza $\vec{F}$ representadas en la figura anterior, y en la figura siguiente encontramos que tales efectos se producen en sentidos contrarios, lo cual hace necesario que consideremos los torques positivos o negativos según sea el sentido de la rotación que produce la fuerza aplicada.

Si la fuerza aplicada produce una rotación en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj, consideramos que el torque es positivo (figura anterior), en caso contrario (figura siguiente) el torque es negativo.



EJERCICIO

¿Cómo varía el torque producido por una fuerza si se duplica la distancia del punto de aplicación con respecto al eje de rotación?

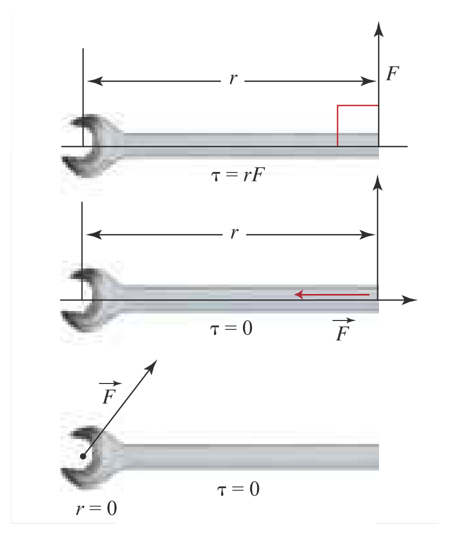


Figura 15. Valor del torque de acuerdo con la dirección de la fuerza aplicada y la distancia del punto de aplicación al eje de giro.

Aplicando la definición de torque tenemos que:

- Si la fuerza aplicada es perpendicular a la línea que une el eje de rotación y el punto de aplicación de la fuerza (figura 15a), entonces obtenemos:

$$\tau = r \cdot F \text{ sen } \alpha$$
$$\tau = r \cdot F \text{ sen } 90°$$

Como sen 90° = 1, entonces,

$$\tau = r \cdot F$$

- Si la fuerza aplicada es paralela a la línea que une el eje de rotación y el punto de aplicación de la fuerza (figura 15b), de esta manera:

$$\tau = r \cdot F \text{ sen } \alpha$$
$$\tau = r \cdot F \text{ sen } 0°$$

Como sen 0° = 0, entonces,

$$\tau = 0$$

- Si la fuerza se aplica sobre el eje de rotación (figura 15c), r es igual a cero.

Por tanto,

$$\tau = r \cdot F \cdot \text{sen } \alpha = 0$$

EJEMPLOS

1. En la figura se muestran tres barras de 2 metros de largo que pueden girar alrededor de un pivote, *O*. En uno de los extremos se aplica una fuerza de 50 *N* que forma con la barra un ángulo de 30°. Determinar el valor del torque en cada caso.

Solución:

a. En la figura a, la fuerza F produce rotación alrededor del pivote en dirección contraria a las manecillas del reloj, por ende, el torque es positivo, es decir:

$$\tau_F = r \cdot F \cdot \text{sen } \alpha$$
$$\tau_F = 2 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} \cdot \text{sen } 30° \qquad \textit{Al remplazar}$$
$$\tau_F = 50 \text{ N} \cdot \text{m} \qquad \textit{Al calcular}$$

El torque τ_F producido por la fuerza F es 50 N · m.

b. En la figura *b*, la fuerza F produce rotación alrededor del pivote en la dirección de las manecillas del reloj, por tanto, el torque es negativo.

$$\tau_F = -r \cdot F \cdot \text{sen } \alpha$$
$$\tau_F = -2 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} \cdot \text{sen } 30° \qquad \textit{Al remplazar}$$
$$\tau_F = -50 \text{ N} \cdot \text{m} \qquad \textit{Al calcular}$$

El torque producido por las fuerza F es −50 N · m.

c. En la figura c, la fuerza F produce rotación alrededor del pivote en dirección contraria a las manecillas del reloj, por ende, el torque es positivo.

$$\tau_F = r \cdot F \cdot \text{sen } \alpha$$
$$\tau_F = 2 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} \cdot \text{sen } 30° \qquad \textit{Al remplazar}$$
$$\tau_F = 50 \text{ N} \cdot \text{m} \qquad \textit{Al calcular}$$

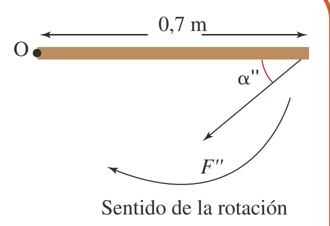
El torque producido por la fuerza F es 50 N · m.

 © Santillana

2. De acuerdo con la figura, calcular el valor del torque para los siguientes casos:

a. La fuerza $\vec{F}$ mide 50 N, es aplicada a 0,7 m del eje y el ángulo α entre la fuerza y la barra mide 37°.

b. La fuerza $\vec{F}$ mide 50 N, es aplicada a 0,7 m del eje y el ángulo α entre la fuerza y la barra mide 53°.



Solución:

a. El torque se calcula mediante:

$$\tau = -r \cdot F \cdot \text{sen}\ \alpha$$

Como el ángulo mide 37°, el torque es:

$$\tau = -0{,}7\ \text{m} \cdot 50\ \text{N} \cdot \text{sen}\ 37° = -21{,}6\ \text{N} \cdot \text{m}$$

El torque se considera negativo porque la fuerza hace que la barra gire en el sentido de las manecillas del reloj.

b. Como el ángulo mide 53°, el torque es:

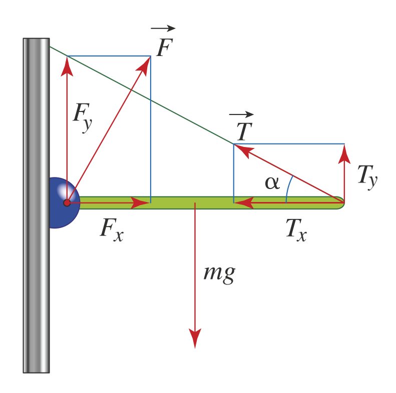
$$\tau = -r \cdot F\ \text{sen}\ \alpha$$

$$\tau = -0{,}7\ \text{m} \cdot 50\ \text{N sen}\ 53° = -28\ \text{N} \cdot \text{m}$$

El torque se considera negativo por la misma razón del literal anterior.

3.3 Condiciones de equilibrio para cuerpos rígidos

En la siguiente figura, se representa una barra homogénea de longitud l sujeta a una pared mediante un pivote. Una cuerda que forma con la barra un ángulo α la sostiene por el otro extremo.



Cuando la barra permanece en equilibrio estático, se debe cumplir que la suma de las fuerzas que actúan sobre ella sea igual a cero.

Por otra parte, como la barra no experimenta movimiento de rotación, la suma de los torques producidas por las fuerzas que actúan sobre ella es igual a cero. Esto es equivalente a afirmar que, la suma de los torques de las fuerzas que producen rotación en el sentido de las manecillas del reloj, es igual a, la suma de los torques de las fuerzas que producen rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Entonces, tenemos dos condiciones para que un cuerpo rígido permanezca en equilibrio estático:

- La fuerza neta que actúa sobre el cuerpo es cero, es decir:

$$\vec{F} + \vec{T} + \vec{mg} = 0$$

- El torque neto (suma de los torques) con respecto a cualquier eje de rotación es cero:

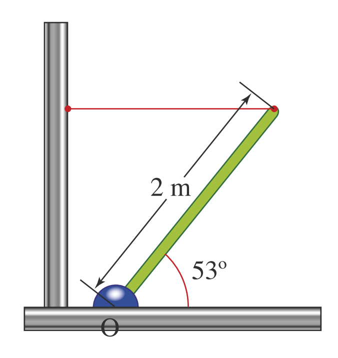
$$\tau_{mg} + \tau_T + \tau_F = 0$$

Para aplicar la segunda condición de equilibrio debemos establecer el eje de rotación con respecto al cual determinamos los torques. Por ejemplo, si el eje de rotación se considera en el pivote, $\tau_F = 0$.

EJEMPLOS

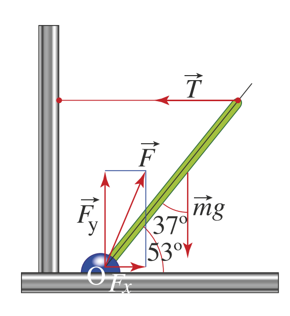
1. Una barra homogénea de 2 m de largo y peso 100 N está sujeta por uno de sus extremos a una pared vertical por medio de una cuerda. El otro extremo está sujeto al piso por medio de un pivote. Determinar:

La tensión que soporta la cuerda y la fuerza ejercida por el pivote O sobre la barra.



Solución:

Dibujamos las fuerzas que actúan sobre la barra. El pivote O ejerce una fuerza F cuyas componentes son F_y ejercida hacia arriba y F_x que evita que la barra se deslice hacia la pared. El peso de la barra se representa en el centro de la misma. La cuerda ejerce una tensión $\vec{T}$, cuya norma es T.



Puesto que la tabla se encuentra en equilibrio, la fuerza neta es igual a cero, por tanto:

$\vec{F} = (F_x, F_y)$ De donde

$F_x = T$

$\vec{T} = (-T, 0)$ $F_y = 100$ N

$\vec{mg} = (0, -100)$

$\vec{F}_{neta} = (0, 0)$

Elegimos como eje de rotación el pivote O, lo cual facilita los cálculos dado que no conocemos la norma del vector $\vec{F}$. Con esta elección para el eje de rotación, el torque producido por la fuerza $\vec{F}$ es cero. Como el torque neto es cero, tenemos que:

$$\tau_{mg} + \tau_T + \tau_F = 0$$

$$-\frac{l}{2} \cdot \text{mg} \cdot \text{sen } 37° + l \cdot T \cdot \text{sen } 53° + 0 = 0$$

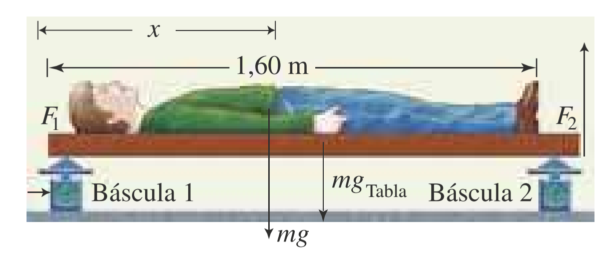
$$-\frac{2\text{ m}}{2} \cdot 100 \text{ N} \cdot \text{sen } 37° + 2\text{ m} \cdot T \cdot \text{sen } 53° = 0$$

$T = 37{,}7$ N

Como $F_x = T$ tenemos que $F_x = 37{,}7$ N.

Por tanto, la tensión que ejerce la cuerda es 37,7 N y la fuerza ejercida por el pivote corresponde al vector (37,7; 100) con sus componentes medidas en N, cuya norma es 107 N y forma con el piso un ángulo de 69°.

2. Para determinar su centro de gravedad, una persona se acuesta en una tabla homogénea horizontal de peso 50 N que está apoyada sobre dos básculas, tal como se muestra en la figura. Si la báscula 1 indica una medida de 266 N y la báscula 2 indica una medida de 234 N, determinar:



a. El peso de la persona.

b. La posición del centro de gravedad de la persona.

Solución:

a. En la figura se representan las fuerzas que actúan sobre el conjunto tabla-persona. Puesto que entre las dos básculas marcan 266 N + 234 N = 500 N y la tabla pesa 50 N tenemos que el peso de la persona es 450 N.

b. Para determinar la posición del centro de gravedad (c.g.), tomamos como eje de rotación O, la báscula 1 y llamamos x a la distancia entre el centro de gravedad de la persona y el punto O.

El torque producido por la fuerza F_1 es igual a cero. Como el sistema se encuentra en equilibrio, la suma de los torques es igual a cero. Por tanto,

$$\tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \tau_{mg_{tabla}} + \tau_{mg_{persona}} = 0$$

$0 + 1{,}60 \text{ m} \cdot 234 \text{ N} - 0{,}80 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} - x \cdot 450 \text{ N} = 0$

$x = 0{,}74$ m

El centro de gravedad de la persona está a 74 cm por debajo de la parte superior de la cabeza.

 © Santillana

3.4 La cantidad de movimiento angular

Consideremos que un golfista produce sobre el palo un movimiento de rotación (figura 16). Aunque la velocidad angular de todos los puntos del palo sea la misma, no todos los puntos se mueven con la misma velocidad lineal, puesto que hay puntos del palo que se encuentran a mayor distancia del eje de rotación que otros y, como lo hemos estudiado, cuanto mayor es la distancia del punto al eje de rotación, mayor es la velocidad lineal. De la misma manera, la cantidad de movimiento de un trozo de palo tomado en el punto *A* es menor que la cantidad de movimiento de un trozo de palo idéntico tomado en el punto *B*, pues aunque sus masas son iguales, sus velocidades lineales son diferentes.

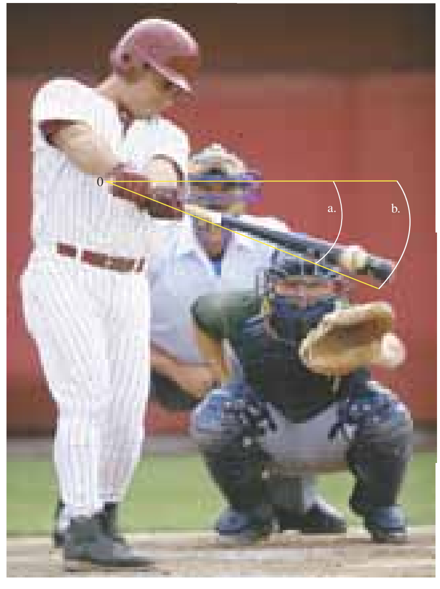


Figura 16. Movimiento de rotación producido por un beisbolista al golpear la pelota.

En la figura 16 se muestra la trayectoria descrita por el punto *A* del palo que gira alrededor del punto *O*. Si la cantidad de movimiento de una partícula en el punto *A* del palo es *p*, decimos que el valor de la cantidad de movimiento angular, *L*, de dicha partícula es:

$$L = r \cdot p$$

Es decir, que a un cuerpo que describe una trayectoria circular de radio *r*, se le asigna cantidad de movimiento angular, *L* que se calcula como el producto de su radio por la cantidad de movimiento. Si la norma de la velocidad es constante, la norma de la cantidad de movimiento, *p*, es constante, por ende, la cantidad de movimiento angular, *L*, es constante. Por otra parte, la aceleración tangencial de un objeto que describe un movimiento circular uniforme es cero, por lo cual, sobre él no actúan fuerzas en la dirección tangencial (dirección perpendicular al radio). En consecuencia, no actúan torques sobre el objeto.

Tenemos entonces que, si sobre un objeto que gira alrededor de un eje no actúan torques, la cantidad de movimiento angular se conserva.

Si un cuerpo describe una trayectoria circular de radio *r* y la norma de la cantidad de movimiento es *p*, la cantidad de movimiento angular es:

$$L = r \cdot p = r \cdot m \cdot v$$

Como, $v = \omega \cdot r$ tenemos que:

$$L = m \cdot \omega \cdot r^2$$

A partir de esta expresión, concluimos que, si la cantidad de movimiento angular *L* de un sistema se conserva al disminuir el radio, *r*, aumenta la velocidad angular, ω. Este hecho explica por qué los deportistas que se lanzan desde altos trampolines encogen sus piernas para disminuir el radio y así aumentar su velocidad angular.

EJEMPLOS

1. **Calcular la cantidad de movimiento angular de una pelota de 200 g que gira en el extremo de un hilo, y que describe una circunferencia de 1,0 m de radio, a una velocidad angular de 9,54 rad/s.**

Solución:

La cantidad de movimiento angular de la pelota se calcula mediante la ecuación:

$$L = m \cdot \omega \cdot r^2$$

Por tanto:

$$L = (0{,}200\ \text{kg})(9{,}54\ \text{rad/s})(1{,}0\ \text{m})^2$$

$$L = 1{,}908\ \text{N} \cdot \text{m}$$

La cantidad de movimiento angular de la pelota es $1{,}908\ \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.

Interpreta

1 El segundero de un reloj tiene un movimiento circular uniforme, y se mueve la manecilla sobre cada punto que representa un segundo, con una misma velocidad angular. Explica por qué sucede este hecho.

2 ¿Puede afirmarse que la velocidad lineal de un cuerpo que describe un movimiento circular uniforme permanece constante? ¿Por qué?

3 Un motor gira a razón de 840 r.p.m. ¿Qué tiempo, en segundos, tarda en dar una vuelta?

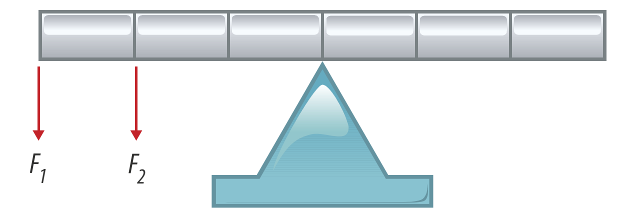
4 La velocidad de escape es la velocidad mínima que debe tener un objeto en la superficie de un planeta, para que, una vez lanzado hacia arriba no vuelva a caer. En un planeta de masa M y radio R, la velocidad de escape

se mide mediante: $v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$.

¿Cuál es la velocidad de escape de la Tierra?

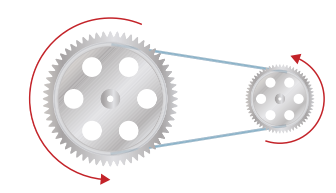
Toma $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ y $r_T = 6{,}37 \cdot 10^{-6}$ m.

5 Dibuja en qué posición y en qué sentido se debe aplicar una fuerza sobre la barra para que permanezca horizontal y en equilibrio estático, si F_1 y F_2 tienen la misma magnitud.



Argumenta

6 Dos ruedas de 18 y 27 cm de diámetro, se unen mediante una correa. Si la rueda de mayor diámetro gira a razón de 5 rad/s, ¿cuál es la frecuencia de la otra rueda?



7 ¿El módulo de la aceleración centrípeta de un cuerpo que describe un movimiento circular uniforme es constante? ¿Por qué?

8 ¿Por qué un cuerpo con movimiento circular uniforme experimenta aceleración, si el módulo de su velocidad no cambia?

9 La fuerza gravitacional entre dos cuerpos es F_o. Si la distancia entre los dos se duplica, la fuerza F sería:

a. $F = 2F_o$
b. $F = 4F_o$
c. $F = F_o/2$
d. $F = F_o/4$

10 ¿Cómo se ve afectada la duración de las estaciones, por el hecho de que la Tierra se mueva más rápido en su órbita alrededor del Sol durante el invierno para el hemisferio norte que durante el verano?

11 ¿Es diferente la velocidad angular de una persona ubicada en un lugar en el Ecuador que si está en uno de los polos terrestres, respecto al movimiento de rotación que tiene la Tierra? Explica tu respuesta.

Propone

12 Según la teoría general de la relatividad, la gravedad de un astro puede afectar la trayectoria de la luz. El efecto es notable si la aceleración gravitacional es muy grande. ¿Qué puedes concluir de la masa de los llamados agujeros negros, los cuales no permiten que la luz escape de ellos?

13 Da un ejemplo de un objeto que tenga un eje de rotación fijo pero que se encuentre en equilibrio.

14 En cuál de las dos imágenes crees que se pueden dar mareas fuertes de acuerdo a la posición de la Luna y el Sol. Explica qué sucedería con la Tierra en ambos casos.



15 ¿Qué efecto produce sobre el movimiento de un clavadista el hecho de que en su trayectoria hacia la piscina acerque las rodillas al pecho?

16 Explica por medio del principio de conservación de la cantidad de movimiento angular, por qué los planetas tienen mayor velocidad cuando están cerca del Sol.

© Santillana

Actividades

Verifica conceptos

1 **Un disco realiza una vuelta en 0,25 s. ¿Cuántas r.p.m. realiza?**

2 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- [ ] El número de revoluciones que realiza el cuerpo en la unidad de tiempo se llama frecuencia.
- [ ] En un movimiento circular uniforme la velocidad angular está cambiando respecto al tiempo.
- [ ] La fuerza centrípeta tiende a llevar los cuerpos hacia afuera de la curva tomada.
- [ ] La fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga son fuerzas de acción y reacción.
- [ ] La aceleración centrípeta se relaciona con el módulo de la velocidad lineal del cuerpo.

3 **En un movimiento circular uniforme, la velocidad lineal es directamente proporcional al radio de la trayectoria, y la constante de proporcionalidad entre las dos es:**

a. el período
c. la velocidad angular
b. la frecuencia
d. la aceleración centrípeta

4 **Para una moneda que se pega con plastilina en un punto sobre un disco que tiene un movimiento circular uniforme, ¿cuál de las siguientes afirmaciones no es cierta? Justifica tu respuesta.**

a. Recorre ángulos iguales en tiempos iguales.
b. La velocidad lineal no cambia.
c. Experimenta una aceleración centrípeta.
d. Da el mismo número de vueltas en cada unidad de tiempo.
e. Tiene velocidad tangencial.

Analiza y resuelve

5 **¿De qué factores depende el mayor o menor ángulo que los constructores den al peralte de una curva en la carretera?**

6 **En una carrera de ciclismo de pista, el velódromo es peraltado, y los competidores se ubican en diagonal para la salida. ¿Por qué se deben dar esas condiciones?**

7 **Un camión viaja por una carretera recta con velocidad constante. ¿Cómo es la velocidad angular en cada punto de una de sus llantas? ¿Se comporta igual la velocidad lineal en cada punto? ¿Por qué?**

8 **La relación entre los radios de las ruedas de una bicicleta antigua es de 3 a 1. ¿Qué puedes afirmar con respecto a la relación entre:**

a. sus velocidades angulares?
b. sus frecuencias?



Problemas básicos

9 **Un carro de juguete da vueltas en una pista circular de 45 cm de diámetro. Si emplea 0,5 s en realizar 1 vuelta, determina:**

a. Período y frecuencia de su movimiento.
b. Distancia que recorre al dar una vuelta.
c. Velocidad lineal.
d. Velocidad angular.
e. Aceleración centrípeta.

10 **Un disco gira a razón de 2.500 r.p.m. Determina:**

a. Período del movimiento.
b. Velocidad angular.

11 **Un cuerpo se mueve uniformemente en una trayectoria circular de 20 cm de radio, realizando 10 vueltas en 8 segundos.**

a. ¿Cuál es el período y la frecuencia del movimiento del cuerpo?
b. ¿A qué velocidad angular se mueve?



Actividades

12 **Una polea de 12 cm de diámetro gira con un período de 0,25 s.**

a. ¿Cuál es su velocidad angular?

b. ¿Con qué velocidad lineal se mueve un punto en el borde de la polea?

c. ¿Qué aceleración centrípeta experimenta un punto en el borde de la polea?

13 **La llanta de una bicicleta tiene un diámetro de 45 cm, si realiza 10 vueltas en 4 segundos. ¿Cuál es su período, frecuencia y velocidad angular? ¿Qué rapidez lineal experimenta un punto en el borde de la llanta?**

14 **La rapidez orbital de la Luna es de aproximadamente 1,03 km/s y la distancia promedio de la Tierra a la Luna es $3{,}84 \cdot 10^8$ m. Suponiendo que la Luna tiene un movimiento circular uniforme:**

a. ¿cuál es su período de rotación?

b. ¿cuál es su aceleración centrípeta?



15 **Las aspas de un molino de viento tienen una longitud de 3,2 m. Si un punto en el borde de una de las aspas se mueve a 15 m/s:**

a. ¿cuántas vueltas realiza el aspa en un segundo?

b. ¿cuál su velocidad angular?

c. ¿qué tiempo emplea el aspa en dar una vuelta?

16 **Un patinador recorre una pista circular de 50 m de radio experimentando una aceleración centrípeta de 6,52 m/s².**

a. ¿Cuál es su velocidad lineal?

b. ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta?

c. ¿Cuál es su velocidad angular?

d. ¿Qué fuerza de fricción experimenta el patinador si tiene una masa de 52 kg?

17 **En un parque de diversiones, la rueda de Chicago tiene un diámetro de 6 m, y gira a razón de 0,6 revoluciones por segundo.**

a. ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda?

b. ¿Qué aceleración centrípeta experimenta una persona montada en la rueda?

18 **Un automóvil, cuyas ruedas tienen un diámetro de 80 cm, parte del reposo y acelera uniformemente hasta alcanzar 72 km/h en 20 s. ¿Cuántas vueltas alcanza a dar cada rueda durante ese tiempo?**

19 **La hélice de un avión parte del reposo y después de 8 s gira a razón de 20.000 r.p.m.**

a. ¿Qué velocidad angular alcanza al cabo de los 8 s?

b. ¿Cuál es su aceleración angular?

c. ¿Cuántas vueltas realiza en los 8 segundos?

20 **El disco de una pulidora gira a razón de 1.800 r.p.m. Cuando se apaga realiza 120 vueltas hasta detenerse.**

a. ¿Cuál es su desplazamiento angular antes de detenerse?

b. ¿Cuál es su aceleración angular?

c. ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?

Problemas de profundización

21 **Un atleta con un trote constante da una vuelta completa a una pista circular de un cuarto de milla de longitud en 4 minutos. ¿Cuál es su velocidad angular? ¿Qué aceleración centrípeta experimenta?**

22 **En el circo, una de las atracciones es una esfera metálica de 8 m de diámetro en la cual se anuncia que, al girar, un motociclista experimenta una aceleración igual a 2 g. ¿A qué rapidez lineal se debe mover el motociclista dentro de la esfera para cumplir con lo que se está anunciando?**

23 **Una partícula realiza un movimiento circular, y se observa que cuando el cronómetro marca $t_1 = 2$ s, se encuentra en la posición angular $\theta_1 = 20°$. Después, cuando la partícula se encuentra en $\theta_2 = 80°$, el cronómetro marca $t_2 = 6$ s. Calcula la velocidad angular de la partícula.**

 © Santillana



Verifica conceptos

1. **Verifica conceptos. ¿A qué distancia se deben colocar dos objetos para que su fuerza de atracción se duplique?**

   a. $2r$ c. $r/2$

   b. $r/4$ d. $4r$

2. **La afirmación "Los planetas están situados en esferas cuyo centro es la Tierra" corresponde a:**

   a. Copérnico c. Ptolomeo

   b. Aristóteles d. Kepler

3. **Cuando los rayos del Sol caen perpendicularmente sobre el paralelo 23 de latitud norte, se tiene un:**

   a. equinoccio de primavera

   b. solsticio de verano

   c. solsticio de invierno

   d. equinoccio de otoño

4. **El conjunto de leyes que describen el movimiento planetario, recibe el nombre de:**

   a. Leyes de Newton c. Leyes de Kepler

   b. Modelo geocéntrico d. Modelo heliocéntrico

5. **¿A qué distancia del Sol estaría un planeta en el sistema solar si su período de rotación fuera de tres años?**

6. **¿Qué diferencia existe entre la masa inercial y la masa gravitacional de un cuerpo?**



Analiza y resuelve

7. **Una nave espacial debe realizar un viaje de ida y vuelta a la Luna. Si gasta más de la mitad del combustible en el viaje ida, ¿es posible que le alcance el combustible que le queda para el regreso? Justifica tu respuesta.**



8. **Si todos los objetos se dirigen hacia el centro de la Tierra, ¿por qué la Luna no se choca contra la Tierra?**

9. **¿Cuándo es más rápido el movimiento de la Tierra: cuando está más cerca del Sol o cuando se encuentra lejos de él? Explica tu respuesta.**

10. **¿En qué factor se incrementaría el peso de una persona si la masa de la Tierra fuera cuatro veces mayor?**

11. **En el noticiero del mediodía se anuncia que un satélite del Instituto de meteorología se salió de su órbita. ¿Cómo piensas que será la trayectoria que describa el satélite si cae en la Tierra?**

12. **¿Cómo se verían afectados el Polo Norte y los países ubicados en el Ecuador terrestre, si la Luna no existiera?**

13. **Las observaciones de Edwin Hubble demostraron que el universo se encuentra en expansión. Estas observaciones, ¿favorecen la teoría gravitacional de Newton o la contradicen? Explica tu respuesta.**

14. **¿Puede compararse la fuerza de atracción gravitacional que ejerce la Tierra sobre los cuerpos, con la que ejerce un imán sobre una puntilla de acero? ¿Por qué?**



Problemas básicos

15. **Completa la tabla con el valor de la aceleración de la gravedad para el peso y cada altura sobre la superficie de la Tierra, que tendría una persona de 55 kg.**

h (m)	g (m/s^2)	Peso (N)
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		
10.000.000		

16. **¿Qué aceleración de la gravedad experimenta un avión que vuela a 12 km de altura sobre la superficie terrestre?**

17. **Un joven astrónomo anuncia haber descubierto un pequeño planeta en el sistema solar con un período de rotación de 4,5 años y una distancia media al Sol de 9.650 km. ¿La afirmación es cierta? ¿Por qué?**



Actividades

18 **Dos personas se encuentran sentadas en los extremos de un café Internet, separadas a una distancia de 3,5 m, si sus masas son 52 kg y 61 kg, ¿qué fuerza de atracción gravitacional existe entre ellas?**

19 **¿A qué altura sobre la superficie terrestre, la aceleración de la gravedad es $g/2$?**

20 **Dos esferas de igual tamaño y masa 300 lb, se encuentran separadas una distancia de 2,5 m. ¿Cuál es el valor de la fuerza de atracción gravitacional entre ellas?**

21 **La fuerza de atracción gravitacional entre dos automóviles parqueados en un estacionamiento es de $9,5 \cdot 10^{-4}$ N. Si las masas de los vehículos son 1.200 kg y 1.450 kg respectivamente, ¿a qué distancia está parqueado uno del otro?**

22 **Dos aviones sobrevuelan alrededor de un aeropuerto esperando que la pista se encuentre libre para poder aterrizar. Si en un momento la distancia entre ellos es 850 m, la fuerza de atracción es de $3,8 \cdot 10^{-9}$ N y la masa de una aeronave es 5 toneladas, ¿cuál es la masa de la otra aeronave?**

23 **Una de las lunas de Júpiter llamada Calixto, tiene un período de rotación alrededor del enorme planeta de 384 horas. Si el radio de su órbita es de $1,9 \cdot 10^6$ km.**

a. ¿Cuál es la masa de Júpiter?

b. Si la masa de Júpiter se redujera a la mitad, ¿cuál sería el período de rotación de Calixto?



Problemas de profundización

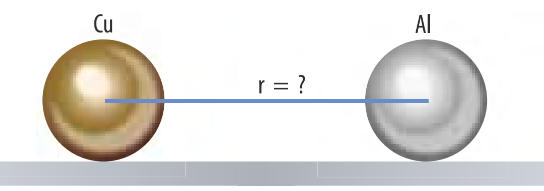
24 **La fuerza de atracción gravitacional entre dos cilindros que se encuentran a una distancia de sus centros de 15 cm, es $2 \cdot 10^{-11}$ N. Si la masa de uno es 75 g, ¿qué masa tiene el otro?**

25 **El peso de todo objeto experimenta una variación debido a la rotación de la Tierra. ¿En qué porcentaje cambiará el peso de una persona de 60 kg si se ubica:**

a. en el Ecuador donde el diámetro ecuatorial de la tierra es de 12.756 km?

b. en el polo cuyo diámetro polar es de 12.714 km?

26 **Dos esferas, una de cobre y otra de aluminio, cuyas masas son 216,63 g y 24,17 g respectivamente, experimentan entre sí, una fuerza de atracción de $4 \cdot 10^{-12}$ N. ¿Qué distancia existe entre sus centros?**



27 **Una bala de un cañón de 1 kg de masa, es disparada en línea recta hacia arriba. Después de un tiempo, experimenta una fuerza de atracción gravitacional de 1.000 N. ¿A qué distancia de la superficie de la Tierra se encuentra la bala?**

28 **Si se colocara un satélite artificial de 400 kg de masa alrededor de la Luna, orbitando a 10 km de altura, ¿qué fuerza de atracción experimentaría el satélite?**

29 **La masa de Marte es de $6,4 \cdot 10^{2,3}$ kg y su radio $3,4 \cdot 10^6$ m aproximadamente.**

a. ¿Cuál es el valor de la gravedad en su superficie?

b. ¿Qué peso tendría una persona de 50 kg parada en Marte?

30 **Un cuerpo pesa el doble en un planeta X que en la Tierra. ¿Cuál es el valor de la aceleración de la gravedad del planeta X?**

31 **¿Cuál sería el período de rotación de la Tierra alrededor del Sol, si la masa del Sol aumentara al doble?**

32 **La aceleración de la gravedad en la Luna es 1/6 g.**

a. ¿Cuál es el peso de una persona de 65 kg en la Luna?

b. ¿Qué altura alcanzaría un balón lanzado desde el suelo en dirección vertical con una velocidad de 20 km/h?

 © Santillana



Verifica conceptos

1 **Se dice que un cuerpo rígido es un sólido en el que las partículas que lo conforman se encuentran unas con respecto a otras en:**

a. iguales distancias.
c. diferentes distancias.
b. posiciones fijas.
d. diferentes posiciones.

2 **Para que el torque generado al aplicar una fuerza de 35 N perpendicularmente sobre una varilla sea igual a 31,5 N · m, la distancia a la que fue aplicada la fuerza con respecto al punto de apoyo, es:**

a. 9 m
c. 90 cm
b. 9 cm
d. 0,09 m

3 **Escribe una V, si la afirmación es verdadera o una F, si es falsa. Justifica la respuesta.**

☐ El valor del torque sobre un cuerpo solo depende de la fuerza aplicada.

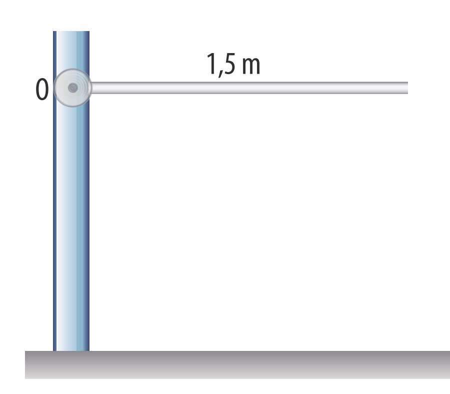
☐ Un cuerpo rígido está en equilibrio cuando la fuerza y el torque neto sobre él son iguales a cero.

☐ El centro de gravedad de un cuerpo es siempre igual a su centro geométrico.

☐ El torque de un cuerpo es igual que su momento angular.

☐ Cuando una patinadora gira sobre su propio eje y cierra sus brazos, disminuye su velocidad angular.

4 **Se aplica una fuerza de 75 N en el extremo de una varilla de 1,5 m de larga para que pueda girar alrededor de un pivote O, con un torque de 86,2 N · m en el sentido de las manecillas del reloj. Dibuja en la gráfica hacia dónde se debe aplicar la fuerza.**



5 **A una varilla de longitud L con pivote en uno de sus extremos, se le aplica una fuerza F en el otro extremo. Para que el momento de fuerza tenga su máximo valor, el ángulo entre la fuerza y la varilla debe ser:**

a. $\alpha < 90°$
c. $\alpha = 0°$
b. $\alpha = 90°$
d. $\alpha = 180°$

6 **Para un cuerpo que describe una trayectoria circular de radio r, con un momento angular L, lo que se mantiene constante es:**

a. el radio de la trayectoria.
b. la cantidad de movimiento.
c. la velocidad lineal.
d. la aceleración tangencial.

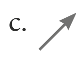


Analiza y resuelve

7 **Para abrir una puerta en la que la chapa se encuentra en el borde de la puerta a una distancia L del punto de giro se requiere una fuerza F. Si la chapa se ubica a la mitad de la puerta a una distancia $L/2$, la fuerza F_1 requerida para abrir la puerta en dirección perpendicular es:**

a. $F_1 = F$
c. $F_1 = F/2$
b. $F_1 = 2F$
d. $F_1 < F$

8 **Se sujeta una varilla de longitud L por su centro, y se le aplica una fuerza F a una distancia $L/4$ a la izquierda de su centro; determina en qué dirección debe aplicarse la fuerza para generar un torque positivo.**

a.  b. ↓ c.  d. ↘

9 **¿Qué función cumple la barra larga que llevan en las manos los equilibristas cuando caminan por la cuerda floja?**

10 **Plantea un ejemplo de una situación en la que la fuerza neta sobre el cuerpo sea diferente de cero, pero el torque neto sea cero.**

11 **Dos trabajadores de la misma altura utilizan en una construcción, una tabla que colocan sobre sus hombros para transportar ladrillos. Si colocan 10 ladrillos pero no lo hacen en el centro de la tabla sino a la derecha de ésta, ¿cuál de los dos trabajadores realiza más fuerza? Explica tu respuesta.**

Actividades

12 **Una esfera describe una trayectoria circular de radio *r*. ¿Cuándo es mayor su momento angular, cuando gira a 220 r.p.m. o a 450 r.p.m.? ¿Por qué?**

Problemas básicos

13 **¿Qué torque realiza una fuerza de 35 N aplicada sobre una barra a 20 cm de su punto de apoyo?**

14 **¿Cuál es el torque realizado por una fuerza de 18 N aplicada perpendicularmente sobre una barra a 45 cm de su punto de apoyo?**

15 **Un mecánico aplica a una llave de tuercas de 24 cm de longitud, una fuerza de 20 N para soltar una tuerca de una llanta.**

a. ¿Qué torque realiza la fuerza?

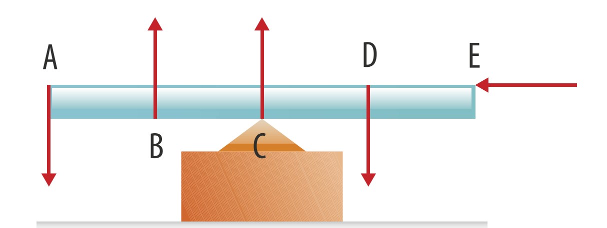
b. Si hubiera utilizado una extensión de 10 cm para la llave, ¿qué fuerza debería aplicar para soltar la tuerca?

16 **Para la siguiente gráfica, indica un punto dónde aplicar la fuerza para que:**

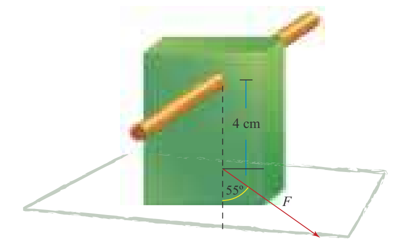
a. el torque sea positivo.

b. el cuerpo gire en el mismo sentido de las manecillas del reloj.

c. el cuerpo se mantenga en equilibrio rotacional.



17 **El sistema mostrado en la figura está hecho de madera y puede girar sobre su eje. Determina el torque que genera la fuerza *F* de 5 N aplicada a 4 cm del eje.**

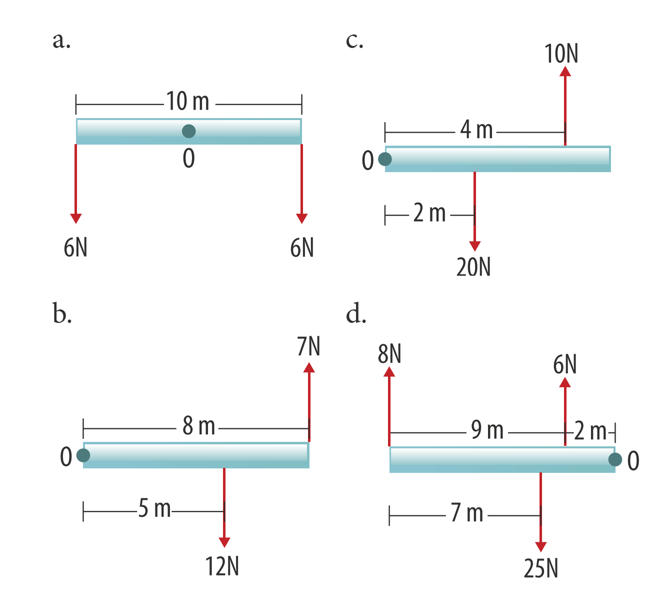


18 **En una balanza de brazos de diferente longitud se coloca un objeto de 12 N de peso en el extremo del brazo más largo que mide 50 cm; si el brazo corto tiene una longitud de 35 cm:**

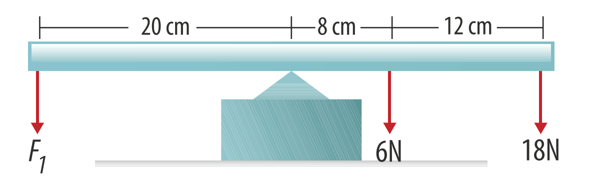
a. ¿qué fuerza se debe ejercer en el extremo del brazo corto para que la balanza se equilibre?

b. ¿qué masa tiene el objeto?

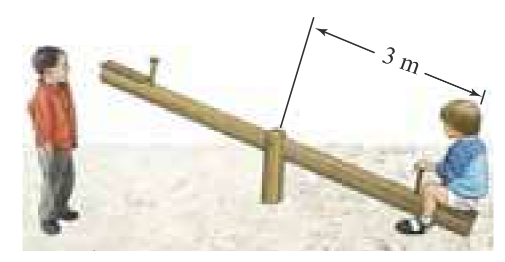
19 **Determina cuál de los siguientes sistemas gira con respecto a *O*, hacia dónde gira y cuál es el valor del torque.**



20 **¿Qué valor debe tener la fuerza F_1 para que el sistema esté en equilibrio?**



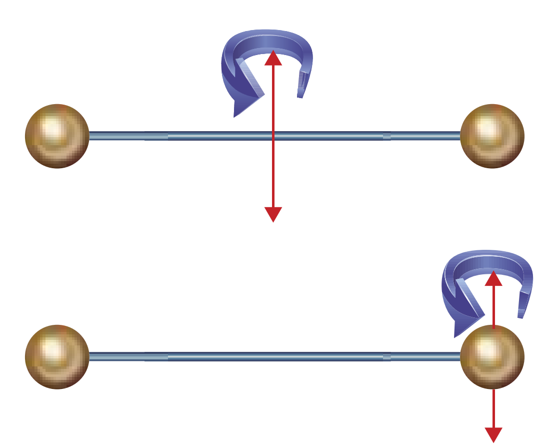
21 **Observa la figura de dos hermanos jugando en un balancín. ¿Dónde se debe sentar el niño para que la tabla de 6 m de longitud esté equilibrada?**



22 **Un disco sólido de 40 cm de radio y 2 kg de masa, gira a razón de 6 revoluciones en 4 segundos. ¿Cuál es la magnitud de su momento angular, con respecto a un eje perpendicular a su centro?**

23 **Una esfera de 350 g y 16 cm diámetro gira por un eje que pasa por su centro perpendicular al plano de la esfera. ¿Cuál es su momento angular si tarda 0,15 s en realizar un giro?**

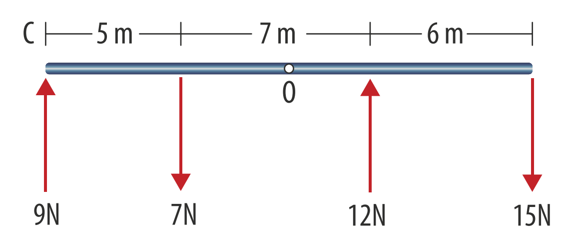
24 **Dos esferas de 120 g de masa cada una, están unidas por una varilla de 80 cm de longitud y masa despreciable. Si su velocidad angular es 4 rad/s, ¿cuál es el momento angular del sistema para cada uno de los casos?**



Problemas de profundización

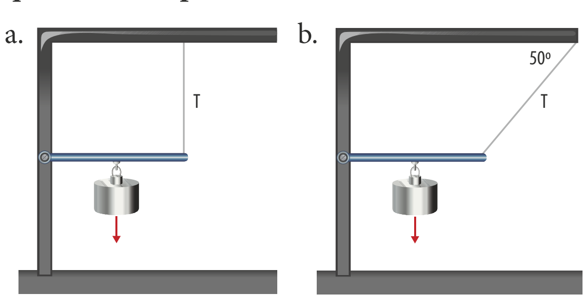
25 **En un columpio hecho con una tabla de madera de 3 kg de masa y 2 m de longitud, sostenida de sus extremos por dos sogas verticales, amarradas a las ramas de dos árboles, se sienta un niño de 35 kg de masa a 0,75 m del extremo derecho de la tabla. ¿Qué tensión ejerce sobre las sogas?**

26 **Determina el torque resultante sobre la varilla que muestra la figura, con respecto al punto *O*.**



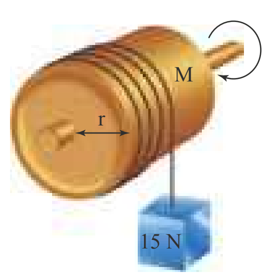
27 **Un albañil de 550 N de peso se encuentra parado en la mitad de una escalera de 4 m de longitud. ¿Cuál es la fuerza ejercida por la pared y el piso sobre la escalera, si la escalera pesa 45 N y forma con el piso un ángulo de 40°? Supón que no hay rozamiento entre la pared y la escalera.**

28 **Una varilla de 65 cm de longitud y 1,5 kg de masa está pivotada en uno de sus extremos y sostenida en el otro por un cable. Si se suspende de su centro un cuerpo de 4 kg de masa, indica qué tensión experimenta el cable si:**



29 **Determina la máxima distancia que puede recorrer una persona de 580 N sobre la tabla de 20 kg de masa, para que la cuerda no se reviente si la tensión máxima que soporta es de 580 N.**

30 **Una cuerda se enrolla alrededor de un cilindro de radio 0,3 m y masa 6 kg, que gira sobre un eje horizontal, como se muestra en la figura.**



Si el extremo de la cuerda es halado por una fuerza constante de 15 N, calcula:

a. El torque ejercido sobre el cilindro.

b. La aceleración angular del cilindro 3 segundos después de ser aplicada la fuerza.

c. La aceleración del extremo de la cuerda.

d. La longitud de la cuerda que haló el disco.

31 **Una piedra de esmeril, que tiene forma de cilindro, cuya masa de 1 kg y 12 cm de radio, gira a 9.500 r.p.m.**

a. ¿Cuál es el momento angular de la piedra?

b. ¿Cuál es el valor del torque que la detendrá en 10 s?

32 **Un patinador sobre hielo hace un giro sobre sus pies, con los brazos abiertos a una rapidez angular de 4,5 rad/s. Si después cierra los brazos, la rapidez angular que tiene es:**

a. $\omega = 0$ rad/s

b. $\omega > 4,5$ rad/s

c. $\omega < 4,5$ rad/s

d. $\omega = 4,5$ rad/s

Movimiento circular uniforme

Se dice que una partícula que se desplaza en una trayectoria circular con rapidez constante *v* experimenta un **movimiento circular uniforme** cuando la magnitud de la velocidad permanece constante, pero la dirección de esta cambia continuamente, conforme el objeto se mueve alrededor de la circunferencia.

En esta práctica identificaremos el movimiento circular uniforme que describe un cuerpo.

Conocimientos previos

Período, frecuencia, movimiento circular y velocidad angular.

Materiales

- Un balón
- Cronometro
- Cinta de enmascarar o aislante
- Metro





Procedimiento

1. Realiza una marca con la cinta sobre el balón, de tal manera que cuando gire logres verla.
2. Mide con el metro la longitud (s) de la circunferencia del balón (fig. 1) y encuentra el valor del radio (r) mediante la expresión:

$$s = 2 \cdot \pi \cdot r$$

3. Pon a girar el balón con tus manos, y pide a un compañero que mida con el cronómetro el tiempo que tarda el balón, en dar dos vueltas (fig. 2).
4. Realiza el procedimiento anterior, midiendo el tiempo que tarda el balón en dar 5, 8, 10 y 20 vueltas. En todos los casos, debes procurar hacer girar el balón con la misma fuerza.
5. Registra los datos que obtengas en la siguiente tabla.

No. de vueltas	Tiempo (segundos)
2	
5	
8	
10	
20	

6. Con los datos registrados en la tabla, encuentra la velocidad angular para cada número de vueltas realizadas por el balón.
7. Encuentra el período y la frecuencia del movimiento del balón.

Análisis de resultados

1. Si no ejerces la misma fuerza en todos los movimientos, ¿los datos obtenidos permitirán un análisis adecuado del fenómeno? Explica tu respuesta.
2. Comprueba que la aceleración centrípeta en un movimiento circular está dada por la expresión:

$$a_c = \omega^2 \cdot r$$

3. Explica los posibles errores experimentales que se generaron durante el proceso. Luego, da alternativas para evitarlos.

 © Santillana

Equilibrio en sólidos

La condición para que un objeto, considerado puntual, se encuentre en reposo es que la fuerza neta que actúa sobre él sea igual a cero. Sin embargo, cuando consideramos que los objetos tienen dimensiones y que pueden girar alrededor de un punto determinado, tenemos dos condiciones para que el cuerpo permanezca en equilibrio estático. La primera es que la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo sea cero y la segunda que el torque neto (suma de los torques) con respecto a un eje de rotación sea cero.

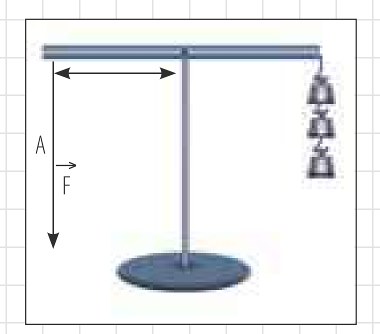
En esta práctica vamos a verificar la segunda condición de equilibrio para cuerpos rígidos.

Conocimientos previos

Condiciones de equilibrio, cuerpos rígidos y torque o aumento de una fuerza.

Materiales

- Regla uniforme
- Soporte
- 10 pesas de igual masa



Procedimiento

1. Arma el montaje de la figura de tal manera que la regla pueda girar alrededor de su centro. En un extremo de la regla cuelga tres pesas y asegúrate de que se mantengan fijas durante la experiencia.
2. Determina la distancia *r*, con respecto al eje de rotación, a la cual debes aplicar una fuerza *F* colgando tres pesas para que la regla se mantenga horizontal. Registra los datos en una tabla como la siguiente.

Fuerza	*F*	Distancia al eje de rotación *r*	Torque

3. Determina la distancia *r*, con respecto al eje de rotación, a la cual debes aplicar una fuerza *F*, colgando cuatro pesas, de manera que la regla se mantenga horizontal. Repite el experimento con cinco pesas, seis pesas y siete pesas. Registra los datos en la tabla.
4. Calcula el torque producido por cada una de las fuerzas y escríbelo en la tabla.
5. Calcula el torque de la fuerza ejercida por las tres pesas fijas del extremo.

Análisis de resultados

1. ¿Qué relación encuentras entre el valor de la fuerza *F* y la distancia *r* al eje de rotación a la cual la has aplicado?
2. ¿Cómo son los valores de los torques obtenidos para cada una de las fuerzas que has aplicado para equilibrar la regla?
3. Compara el valor de los torques de las fuerzas aplicadas y el torque de la fuerza fija, aplicada con las tres pesas.
4. ¿Cuál es el valor del torque neto aplicado sobre la regla?
5. ¿Qué fuerza ejerce el soporte sobre la regla cuando esta se encuentra en equilibrio?
6. ¿Por qué, en un experimento, no tiene sentido determinar en qué punto ejercería una fuerza colgando dos pesas, para equilibrar?

Gran colisionador de hadrones

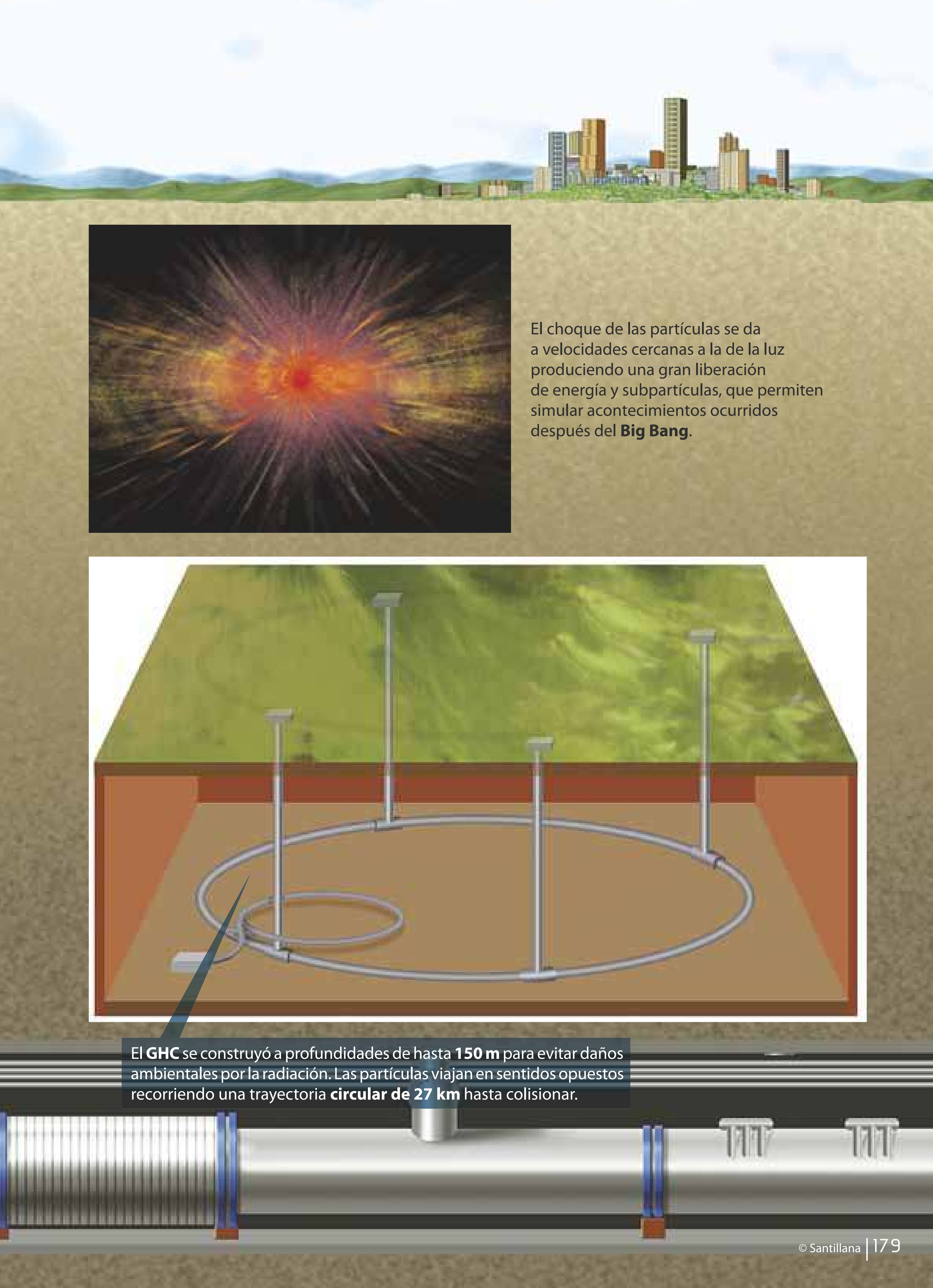


El colisionador de partículas se encuentra en el **CERN** que es la organización Europea para la investigación nuclear, que está situada cerca de Ginebra en la frontera entre Francia y Suiza. La organización cuenta con el apoyo de 20 países que financian el proyecto con cerca de €*664* millones anualmente.

El **GCH** es un acelerador de partículas que hace colisionar protones a grandes energías. Tiene diferentes fines experimentales como conocer el origen del universo, identificar el número de partículas totales de un átomo, entre otros.



 © Santillana



El choque de las partículas se da a velocidades cercanas a la de la luz produciendo una gran liberación de energía y subpartículas, que permiten simular acontecimientos ocurridos después del **Big Bang**.

El **GHC** se construyó a profundidades de hasta **150 m** para evitar daños ambientales por la radiación. Las partículas viajan en sentidos opuestos recorriendo una trayectoria **circular de 27 km** hasta colisionar.



UNIDAD 6

La energía

Temas de la unidad

1. Trabajo, energía y potencia
2. Conservación de la energía

 © Santillana



Para pensar…

El término trabajo es muy usual en la vida cotidiana, por ejemplo, cuando nos referimos a los trabajos que realizamos para nuestro desempeño académico. Sin embargo, el término trabajo tiene una connotación distinta cuando se utiliza con el significado técnico que se le atribuye en Física.

Por otra parte, cuando se dan las especificaciones de los motores o de las máquinas utilizamos el término potencia. Por ejemplo, sabemos que un automóvil puede tener mejores características si su motor desarrolla mayor potencia.

Con respecto al término energía sabemos que se obtiene a partir de diferentes fuentes y que se manifiesta de distintas formas. La energía interviene en todos los fenómenos, sin energía no podrían funcionar las máquinas, no podría haber calefacción en días fríos y tampoco podrían producirse los procesos que hacen posible la vida.

En esta unidad estudiaremos los conceptos de trabajo, potencia y energía, los cuales son importantes en la tecnología y aunque la energía se manifiesta en diferentes formas, en esta unidad haremos énfasis en la energía mecánica, la cual puede presentarse en dos formas distintas: la energía cinética y la energía potencial. También estudiaremos un principio fundamental de la naturaleza, el principio de conservación de la energía.

Para responder…

- ¿En qué situaciones cotidianas utilizarías el término energía?
- ¿En qué caso crees que se le asocia mayor energía a un automóvil, cuando se mueve rápido o cuando se mueve despacio?
- ¿En qué caso crees que se le asocia mayor energía a una banda elástica, cuando está estirada determinada distancia, cm, o cuando está comprimida la misma distancia?



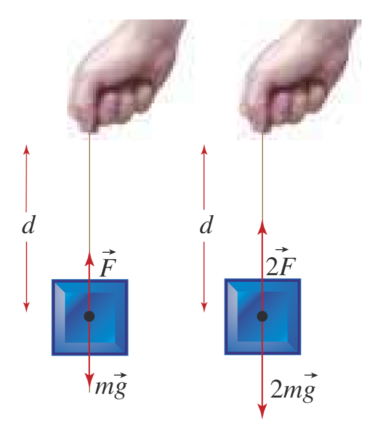
James Prescott Joule. Realizó estudios acerca del magnetismo y el trabajo mecánico, lo cual lo condujo a la teoría de la energía.

1. Trabajo, energía y potencia

1.1 Trabajo

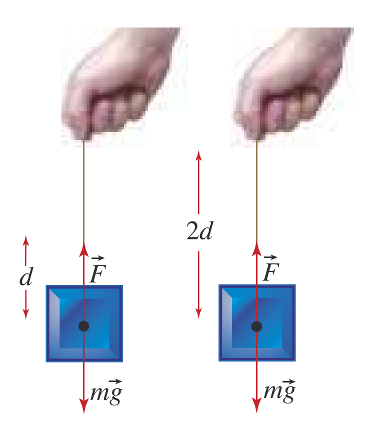
1.1.1 Definición de trabajo

Para aproximarnos al concepto de trabajo, supongamos que una persona levanta un objeto de peso *mg* a lo largo de una distancia *d* (empleando la fuerza ejercida por una cuerda) y que, en el mismo instante, otra persona levanta un objeto cuyo peso es el doble a lo largo de la misma distancia *d*. Si en ambos casos los objetos suben con velocidad constante, podemos afirmar que la fuerza aplicada a cada cuerpo es de igual intensidad que el peso del cuerpo, pero opuesta, como se observa en la siguiente figura.



Al comparar las dos situaciones anteriores, se puede señalar que en el primer caso se realiza la mitad del trabajo que se realiza en el segundo caso.

Del mismo modo, si ahora los dos objetos tienen el mismo peso *mg*, pero las distancias recorridas son *d* y *2d* respectivamente, es necesario aplicar una fuerza de igual intensidad que el peso del cuerpo, pero opuesta, si se desea conservar una velocidad constante durante el desplazamiento.



Para esta situación, en el primer caso el trabajo realizado es igual a la mitad del trabajo realizado en el segundo caso.

Para establecer alguna relación con la energía, decimos que a través de la fuerza aplicada sobre la cuerda se transfiere energía. Es decir, al realizar trabajo se produce transferencia de energía y, en consecuencia, se produce un cambio de posición del cuerpo o la deformación de uno o varios cuerpos por acción de la fuerza.

 © Santillana

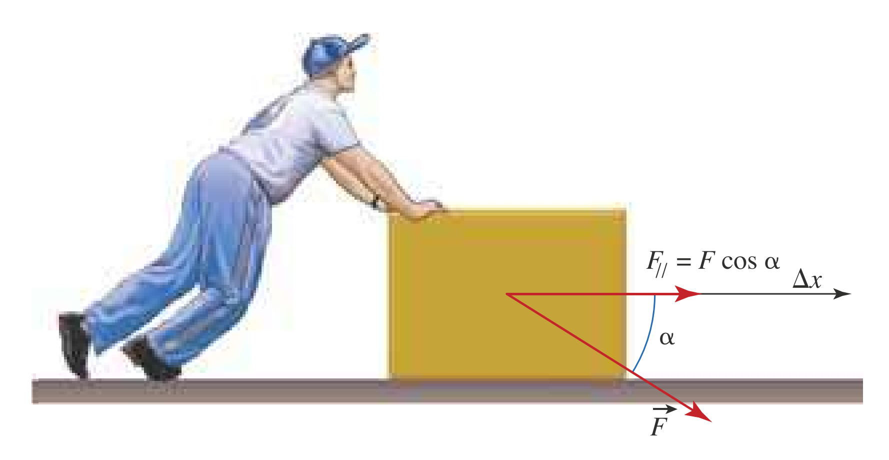
En síntesis, cuando se realiza un trabajo se transfiere energía a un cuerpo y este se desplaza o se deforma.

A partir de las situaciones consideradas podemos establecer que para realizar un trabajo es necesario ejercer fuerza sobre el cuerpo y, por efectos de dicha fuerza, se produce un desplazamiento.

Definición

El trabajo W realizado por una fuerza $\vec{F}$, aplicada sobre un cuerpo es igual al producto de la componente de dicha fuerza en la dirección del desplazamiento, por la norma del desplazamiento Δx.

Cuando el objeto se desplaza horizontalmente, la fuerza, $\vec{F}$, aplicada forma un ángulo α con el desplazamiento Δx.



Si llamamos $F_{//}$ a la componente de la fuerza paralela al desplazamiento, a partir de la definición de trabajo tenemos que:

$$W = F_{//} \cdot \Delta x$$

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

Como el coseno de un ángulo no tiene unidades, el trabajo se mide en Newton-metro (N · m). Esta unidad de medida se denomina julio (J).

Si sobre un cuerpo se aplica una fuerza de 1 N y se produce un desplazamiento de un metro en la misma dirección de la fuerza, se realiza un trabajo de 1 julio. Aunque en la definición de trabajo están involucradas dos magnitudes vectoriales, la fuerza y el desplazamiento, el trabajo es una cantidad escalar.

Para estimar qué representa un julio, consideremos que se levanta un cuerpo de masa 1 kg a una distancia de 10 centímetros con velocidad constante. En este caso, el peso del objeto es $mg = 9{,}8$ N, por tanto sobre él se debe aplicar una fuerza de 9,8 N. Como la distancia es 0,1 m, tenemos que el trabajo realizado por la fuerza es:

$$W = 9{,}8 \text{ N} \cdot 0{,}1 \text{ m} = 0{,}98 \text{ J.}$$

Esto quiere decir que al levantar un objeto de masa 1 kg, una altura de 10 cm se realiza aproximadamente un trabajo de 1 julio.

Es importante tener en cuenta que se puede aplicar una fuerza sobre un objeto sin producir desplazamiento; en este caso, no se realiza trabajo sobre el objeto. Por ejemplo, cuando aplicamos una fuerza sobre una pared, aun cuando la fuerza sea muy intensa el trabajo realizado por la fuerza es igual a cero (figura 1).

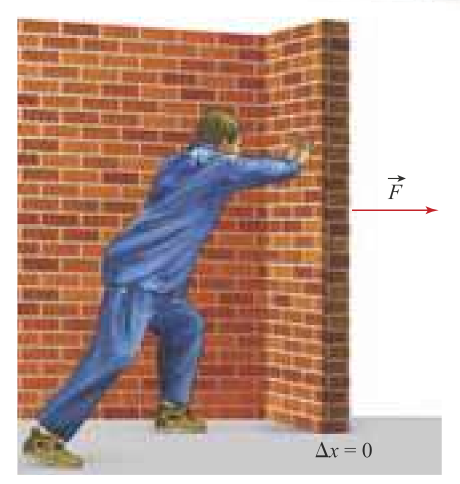


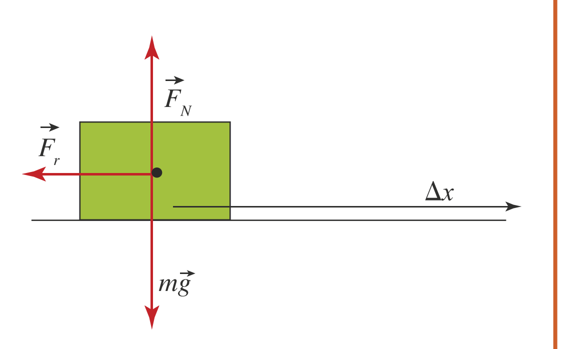
Figura 1. Una fuerza aplicada sobre un objeto puede no producir desplazamiento y, en consecuencia, no realiza trabajo.

EJEMPLO

Un objeto cuyo peso es 200 N, se desplaza 1,5 m sobre una superficie horizontal hasta detenerse. El coeficiente de rozamiento entre la superficie y el bloque es 0,1. Determinar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

Solución:

Sobre el objeto actúan el peso del objeto, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza normal es igual a 200 N, puesto que en este caso esta es igual al peso del cuerpo.



La fuerza de rozamiento se calcula mediante la expresión:

$$F_r = \mu \cdot F_N = 0{,}1 \cdot 200\text{ N} = 20\text{ N}$$

A partir de la definición de trabajo, tenemos:

$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

$W = 20\text{ N} \cdot 1{,}5\text{ m} \cdot \cos 180° = -30\text{ J}$ *Al remplazar y calcular*

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es −30 J. Que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sea negativo significa que no se transfiere energía al bloque, sino que la energía se disipa por efecto de la fricción.

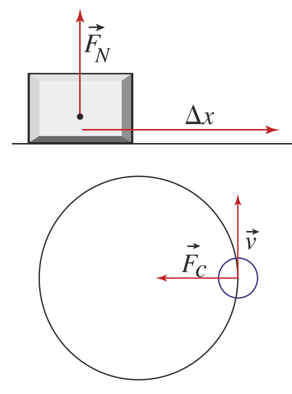


Figura 2. Las fuerzas perpendiculares al desplazamiento no realizan trabajo.

1.1.2 Fuerzas que no realizan trabajo

Ya hemos considerado el caso en el cual el trabajo realizado por una fuerza es igual a cero debido a que el desplazamiento es igual a cero. Sin embargo, en algunas ocasiones aunque el cuerpo se desplaza, puede suceder que el trabajo realizado por la fuerza es igual a cero. Por ejemplo, si las fuerzas aplicadas sobre un objeto son perpendiculares al desplazamiento, se tiene que:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 90° = 0$$

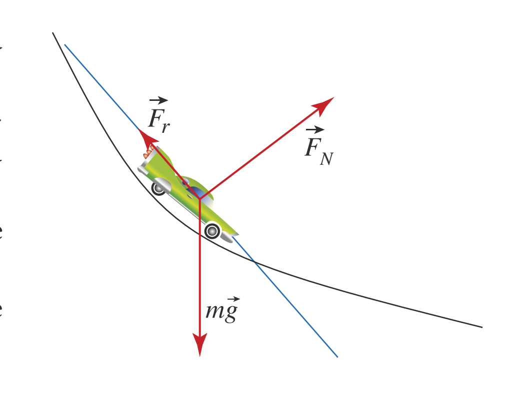
En general, las fuerzas perpendiculares al desplazamiento, como la fuerza normal y la fuerza centrípeta, no realizan trabajo alguno (figura 2).

EJEMPLO

Un carro se mueve por una trayectoria como la representada en la figura. Determinar las fuerzas que realizan trabajo y las fuerzas que no realizan trabajo.

Solución:

Sobre el objeto actúan la fuerza de rozamiento, el peso y la fuerza normal.



En el punto que se muestra en la trayectoria, el peso y el desplazamiento forman un ángulo diferente de 90°, por tanto, el peso realiza trabajo.

La fuerza de rozamiento forma con el desplazamiento un ángulo de 180°, razón por la cual, su trabajo es negativo.

La fuerza normal no realiza trabajo puesto que forma un ángulo de 90° con el desplazamiento.

 © Santillana

1.1.3 Trabajo realizado por la fuerza neta

Cuando sobre un cuerpo se ejerce más de una fuerza, es posible determinar el trabajo realizado por cada una de ellas y también el trabajo realizado por la fuerza neta.

De esta manera, se denomina trabajo neto a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.

Para todo objeto, se cumple que el trabajo realizado por la fuerza neta es igual al trabajo neto, es decir, que si sobre un objeto actúan las fuerzas F_1, F_2 y F_3 y la fuerza neta es F_{neta}, el trabajo realizado por la fuerza neta es:

$$W_{Fneta} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3}$$

EJEMPLO

Para subir una caja de 50 kg a cierta altura, un hombre utiliza como rampa un plano inclinado de 37° con respecto a la horizontal, y ejerce una fuerza de 400 N. Si el hombre desplaza la caja una distancia de 3 m y el coeficiente de rozamiento entre la caja y el plano es 0,1, determinar:

a. La fuerza neta que actúa sobre la caja.
b. El trabajo realizado por la fuerza neta.
c. El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto.
d. El trabajo neto realizado sobre la caja.

Solución:

a. El peso del objeto es igual a:

$mg = 50\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 = 490\text{ N}$

Las componentes del peso son:

$mg_x = -mg \text{ sen } 37° = -490\text{ N sen } 37° = -294\text{ N}$

$mg_y = -mg \cos 37° = -490\text{ N} \cos 37° = -392\text{ N}$

Por tanto, para las componentes de las fuerzas expresadas en Newton se tiene que:

$\vec{F} = (400, 0)$

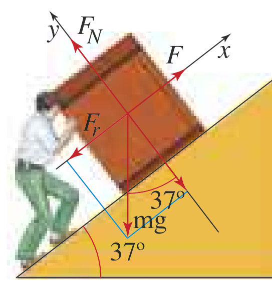
$\vec{mg} = (-294, -392)$

$\vec{F_r} = (-F_r, 0)$

$\vec{F_N} = (0, F_N)$

$\vec{F}_{neta} = (F_{neta}, 0)$

Como, $F_N = 392$ N, se cumple:

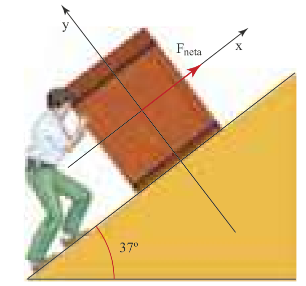


$F_r = \mu \cdot F_N = 0{,}1 \cdot 392\text{ N} = 39{,}2\text{ N}$

Para determinar la fuerza neta tenemos:

$\vec{F}_{neta} = 400\text{ N} - 294\text{ N} - 39{,}2\text{ N} = 66{,}8\text{ N}$

La fuerza neta es 66,8 N y está dirigida hacia arriba en la dirección del plano.



b. Para determinar el trabajo realizado por la fuerza neta, se tiene:

$W_{Fneta} = F_{neta} \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

$W_{Fneta} = 66{,}8\text{ N} \cdot 3\text{ m} \cdot \cos 0° = 200\text{ J}$

El trabajo realizado por la fuerza neta es 200 J.

c. Determinamos el trabajo realizado por cada fuerza. El trabajo realizado por la fuerza F aplicada por el hombre es:

$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

$W_F = 400\text{ N} \cdot 3\text{ m} \cdot \cos 0° = 1.200\text{ J}$

El trabajo realizado por el peso es:

$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

$W_{mg} = 490\text{ N} \cdot 3\text{ m} \cdot \cos 127° = -882\text{ J}$

El trabajo realizado por la fuerza normal es igual a cero, puesto que dicha fuerza es perpendicular al desplazamiento, luego $W_{F_N} = 0$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$W_{Fr} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

$W_{Fr} = 39{,}2\text{ N} \cdot 3\text{ m} \cdot \cos 180° = -118\text{ J}$

d. La suma de los trabajos realizados por las cuatro fuerzas es igual a:

$W_{neto} = W_{F_N} + W_{mg} + W_{Fr} + W_F$

$W_{neto} = 0\text{ J} - 882\text{ J} - 118\text{ J} + 1.200 = 200\text{ J}$

El trabajo neto es igual a 200 J, valor que coincide con el trabajo realizado por la fuerza neta que calculamos en *b*.

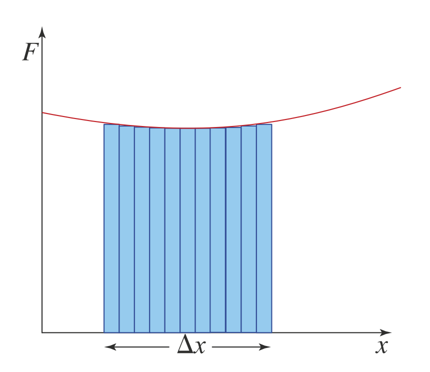


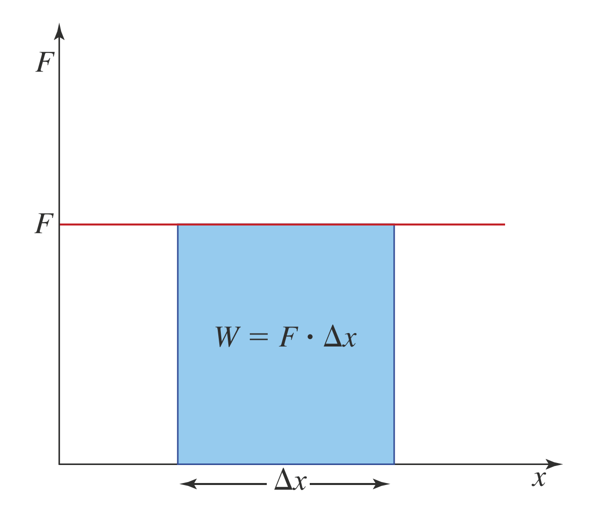
Figura 3. La suma de las áreas para los pequeños desplazamientos se aproxima al área bajo la curva.

1.1.4 Trabajo realizado por fuerzas variables

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza constante F paralela al desplazamiento, se tiene que el trabajo realizado por la fuerza es:

$$W = F \cdot \Delta x$$

Al representar gráficamente en el plano cartesiano la fuerza F en el eje vertical y la posición del objeto en el eje horizontal, se obtiene una recta como la representada en la siguiente figura:



Se puede observar que la expresión para el trabajo, cuando el desplazamiento del objeto es Δx coincide con el área comprendida entre la recta y el eje horizontal. Es decir, que al representar en el plano cartesiano la fuerza en función de la posición, el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal, corresponde al trabajo realizado por el cuerpo.

Ahora, si sobre el objeto se aplica una fuerza paralela al desplazamiento pero variable como la que se representa en la figura 3 podemos considerar que la fuerza se mantiene constante a lo largo de desplazamientos muy pequeños, y para el cálculo del área, tenemos rectángulos de base mínima.

El área de estos rectángulos representa el trabajo realizado por la fuerza en cada uno de los pequeños desplazamientos y la suma de los trabajos a lo largo de los pequeños desplazamientos corresponde al trabajo total realizado.

Se puede observar en la figura 3 que cuanto más pequeños se consideren los desplazamientos parciales, más se aproxima la suma de las áreas de los mismos al área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal. Por tal razón, en una gráfica de la fuerza en función de la posición, siempre podemos obtener el trabajo realizado por una fuerza variable calculando el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal.

Un ejemplo de fuerza variable es la fuerza ejercida por un resorte de constante elástica k, al ser estirado una distancia x a partir de su posición de equilibrio, es decir, del punto en el cual no está ni estirado ni comprimido. Esta fuerza F se relaciona con el alargamiento x mediante la expresión:

$$F = k \cdot x$$

Cuando el resorte se estira lentamente es sometido a la acción de una fuerza F, que depende de los diferentes valores para x, por ende, la fuerza es variable.

 © Santillana

En la figura 4 se representa gráficamente la fuerza aplicada sobre un resorte en función del alargamiento del mismo, la cual es una recta con pendiente k.

El área comprendida entre dicha recta y el eje horizontal representa el trabajo realizado sobre el resorte. Como para cada valor de x, la fuerza aplicada sobre el resorte es $F = k \cdot x$, la altura del triángulo sombreado es $k \cdot x$ y la base es x, por ende:

$$W = \frac{1}{2} \cdot (k \cdot x) \cdot x$$

De donde el trabajo realizado sobre el resorte cuando se alarga una distancia x con respecto a la posición de equilibrio, es:

$$W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

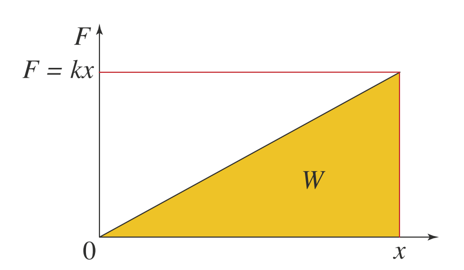


Figura 4. Representación gráfica de la fuerza aplicada sobre un resorte en función de su alargamiento.

1.2 La energía

Los conceptos de energía y de trabajo están estrechamente relacionados. Todo cuerpo que está en capacidad de realizar un trabajo transfiere energía. Sin embargo, nos referimos a ella a través de sus diferentes manifestaciones, lo cual se relaciona con la transferencia de energía de un cuerpo a otro y su transformación.

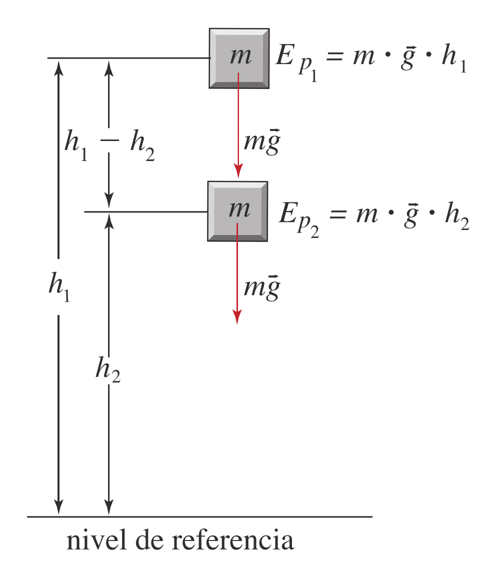
1.2.1 La energía potencial gravitacional

Cuando un cuerpo se deja caer desde cierta altura con respecto al suelo, la Tierra ejerce fuerza de atracción gravitacional sobre él. Sin embargo, al caer el peso del cuerpo realiza trabajo sobre el objeto, por esta razón podemos asociar una clase de energía a un cuerpo que se encuentra a determinada altura con respecto al suelo.

Definición

Se llama energía potencial gravitacional a la energía asociada a un objeto sometido a la fuerza, peso, y que se encuentra a determinada altura con respecto a un nivel de referencia.

Supongamos que un cuerpo de masa m se encuentra inicialmente a una altura h_1 sobre el suelo y cae libremente hasta una altura h_2, como se observa a continuación:



La fuerza que actúa sobre el cuerpo es el peso, mg, la cual además de ser constante, tiene la misma dirección del desplazamiento. Por tanto, el trabajo realizado por el peso es:

$$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$
$$W_{mg} = mg \cdot (h_1 - h_2) \cdot \cos 0°$$
$$W_{mg} = mgh_1 - mgh_2$$

Observemos que en el término derecho de la igualdad aparece el término mgh que involucra las alturas h_1 y h_2.

La energía potencial gravitacional se define como:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

De esta manera, para un objeto de masa m que pasa desde la altura h_1 hasta la altura h_2, expresamos el trabajo realizado por el peso como:

$$W = E_{p_1} - E_{p_2}$$

La energía potencial se expresa en julios, es decir, en las mismas unidades del trabajo.

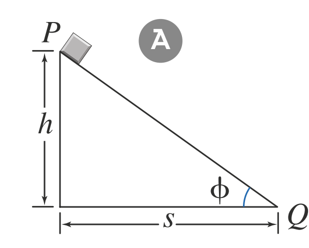
EJEMPLO

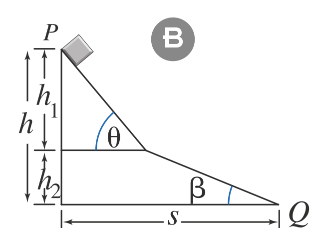
Un objeto de masa *m* se suelta en el punto *P* y se mueve hasta el punto *Q* a lo largo de dos trayectorias diferentes, como se observa en la figura. Determinar:

a. La energía potencial del objeto en el punto P.

b. El trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria A.

c. El trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria B.

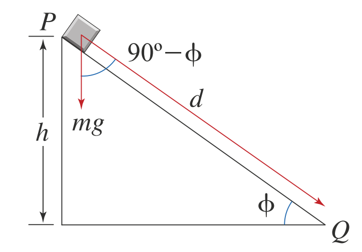




Solución:

a. Tomando como nivel de referencia la horizontal que pasa por el punto Q, la energía potencial en el punto P, es:

$E_p = m \cdot g \cdot h$



b. Para determinar el trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria A, se tiene que:

$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$

$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos (90° - \phi)$; $\alpha = 90° - \phi$

$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \text{sen}\, \phi$; $\cos (90° - \phi) = \text{sen}\, \phi$

$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \dfrac{h}{d}$ $\text{sen}\, \phi = \dfrac{h}{d}$

$W_{mg} = mg \cdot h$ *Al simplificar*

c. Para determinar el trabajo realizado por el peso a lo largo de la trayectoria B, se sigue el mismo procedimiento para cada plano y se obtiene:

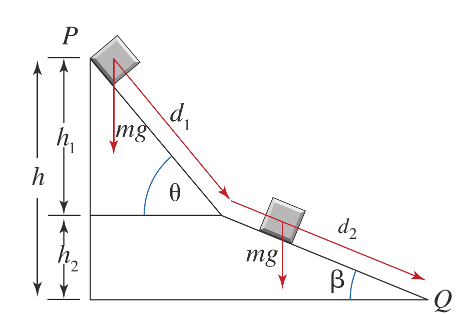
$W_{mg} = mg \cdot d_1 \cdot \cos (90° - \theta) + mg \cdot d_2 \cdot \cos (90° - \beta)$

$W_{mg} = mg \cdot d_1 \cdot \text{sen}\, \theta + mg \cdot d_2 \cdot \text{sen}\, \beta$

$W_{mg} = mgd_1 \dfrac{h_1}{d_1} + mgd_2 \dfrac{h_2}{d_2}$

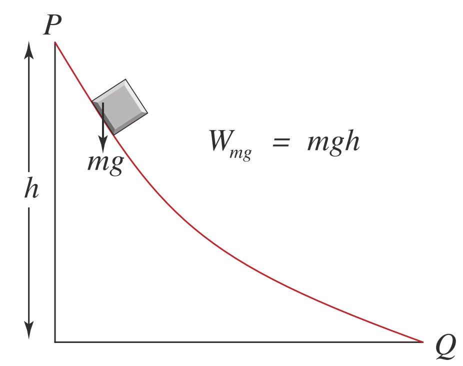
$W_{mg} = mg \cdot h_1 + mg \cdot h_2$

$W_{mg} = mg \cdot h$; puesto que $h = h_1 + h_2$



© Santillana

En el ejemplo anterior, se observa que el trabajo realizado por el peso no depende de la trayectoria seguida por el objeto para ir desde el punto *P* hasta el punto *Q* y que el valor de dicho trabajo coincide con la energía potencial del objeto en el punto *P*. Este resultado sugiere que el trabajo realizado por el peso es independiente de la trayectoria.



Se puede considerar que una trayectoria curva está formada por pequeños planos inclinados (entre más pequeños sean los planos más nos aproximamos a la curva) colocados uno a continuación del otro. Por ende, si la trayectoria es curva, el trabajo es independiente de la trayectoria.

Llamamos fuerzas conservativas a aquellas fuerzas para las cuales el trabajo realizado es independiente de la trayectoria seguida por el objeto, por tanto, el peso es una fuerza conservativa.

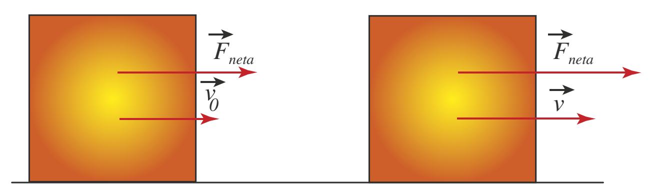
1.2.2 La energía cinética

Cuando damos un puntapié a un balón, el pie transfiere energía al balón, en general, cuando un cuerpo en movimiento choca con otro objeto, le transfiere energía. Por tal razón, podemos afirmar que el objeto en movimiento realiza trabajo sobre el otro, lo cual es equivalente a afirmar que le transfiere energía.

Definición

Se llama energía cinética a la energía asociada a un objeto que se encuentra en movimiento.

Supongamos que sobre un cuerpo de masa m que se mueve en línea recta, se aplica una fuerza neta constante F_{neta}.



Como resultado de la fuerza aplicada, el objeto experimenta aceleración a y su velocidad cambia de un valor v_0, a un valor v. Si el desplazamiento del objeto es Δx, tenemos que el trabajo neto W_{neto} realizado por la fuerza es:

$$W_{neto} = F_{neta} \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$
$$W_{neto} = m \cdot a \cdot \Delta x \cdot \cos 0°$$
$$W_{neto} = m \cdot a \cdot \Delta x$$

EJERCICIO

¿Cómo varía la energía potencial gravitacional asociada a un objeto si se duplica la altura con respecto al nivel de referencia?

EJERCICIO

¿Cómo varía la energía cinética asociada a un objeto si su rapidez se reduce a la mitad?

Por otra parte, como la velocidad que alcanza el objeto se relaciona con la aceleración y el desplazamiento mediante la expresión:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

tenemos, $a \cdot \Delta x = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$

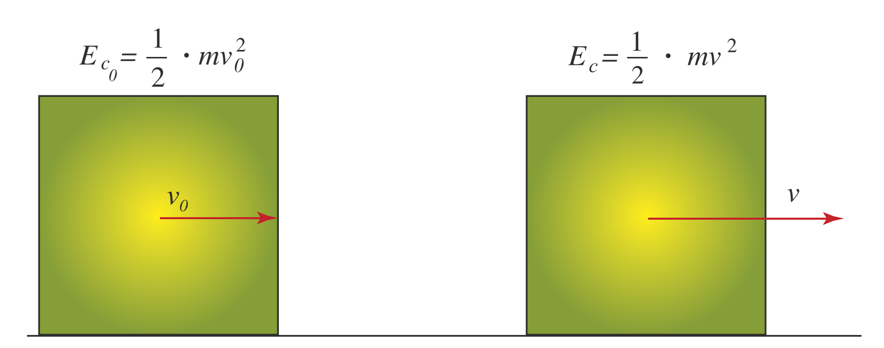
entonces, $W_{neto} = m \cdot \left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}\right)$

$$W_{neto} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Observemos que en el miembro derecho de esta igualdad aparece el término $\frac{1}{2}\,mv^2$ para dos velocidades diferentes v_0 y v. Se define la energía cinética como:

$$Ec = \frac{1}{2}\,mv^2$$

Cuando la velocidad de un objeto cambia de v_0 a v, su energía cinética cambia de E_{c_0} a E_c, como se observa en la siguiente figura.



A partir de la definición de energía cinética, el trabajo neto se expresa como:

$$W_{neto} = E_c - E_{c0}$$

La relación entre el trabajo y la energía cinética se conoce como el teorema de trabajo-energía cinética: el trabajo neto realizado sobre un cuerpo es igual al cambio de energía cinética, es decir, a la diferencia entre la energía cinética final y la inicial.

Con respecto a la energía cinética se cumple que:

- La energía cinética se mide en las mismas unidades del trabajo. Esta afirmación es cierta puesto que la energía cinética es:

  $$E_c = \frac{1}{2}\,mv^2,$$

  Y por ende, en el SI se expresa en:

  $$\text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

- Si el trabajo neto realizado sobre un objeto es positivo, la energía cinética del objeto aumenta; y si el trabajo neto realizado es negativo, la energía cinética del objeto disminuye.

 © Santillana

EJEMPLOS

1. A partir del reposo, un perro hala un trineo y ejerce sobre él una fuerza constante a lo largo de los primeros 50 metros de recorrido, hasta alcanzar determinada velocidad. Si la masa del trineo es 80 kg y consideramos que no hay pérdidas de energía por efecto del rozamiento y de la resistencia del aire, calcular:

a. El trabajo realizado por el perro.
b. La energía cinética a los 50 m.
c. La velocidad del trineo en ese momento.

Solución:

a. A partir de la definición de trabajo tenemos que:

$W_{neto} = F_{neta}\,\Delta x = 39\ \text{N} \cdot 50\ \text{m} = 1.950\ \text{J}$

b. Para determinar la energía del trineo, tenemos que la energía cinética inicial es 0, por ende:

$W_{neto} = E_c - E_{c0}$

$1.950\ \text{J} = E_c - 0$ *Al remplazar*

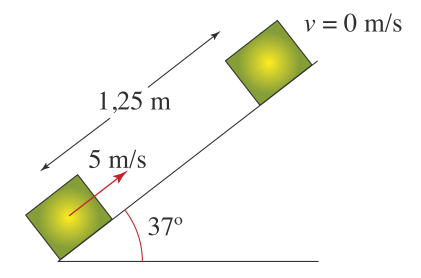
$E_c = 1.950\ \text{J}$

c. Para calcular la velocidad despejamos v de la expresión para la energía cinética:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{\text{m}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.950\ \text{J}}{80\ \text{kg}}} = 7\ \text{m/s}$$

2. Un bloque de masa 10 kg se lanza hacia arriba desde la base de un plano inclinado 37°, con velocidad de 5 m/s. Si el objeto se desplaza 1,25 m hasta detenerse, determinar:

a. El trabajo neto realizado sobre el objeto.
b. La fuerza neta aplicada sobre el objeto.
c. El coeficiente de rozamiento.



Solución:

a. Para calcular el trabajo neto se tiene:

$$W_{neto} = \frac{1}{2} \cdot 10\ \text{kg} \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot 10\ \text{kg}\,(5\ \text{m/s})^2$$

$W_{neto} = -125\ \text{J}$

El trabajo neto es -125 J. Que su valor sea negativo coincide con que la energía cinética disminuye.

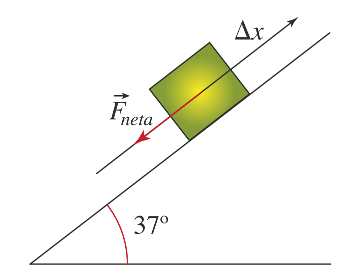
b. Como el trabajo neto es negativo, la fuerza neta y el desplazamiento forman un ángulo de 180°. Para determinar la fuerza neta, se tiene que:

$W_{neto} = F_{neta} \cdot \Delta x \cdot \cos 180°$

$-125\ \text{J} = F_{neta} \cdot 1{,}25\ \text{m} \cdot (-1)$ *Al remplazar*

$F_{neta} = 100\ \text{N}$ *Al despejar*

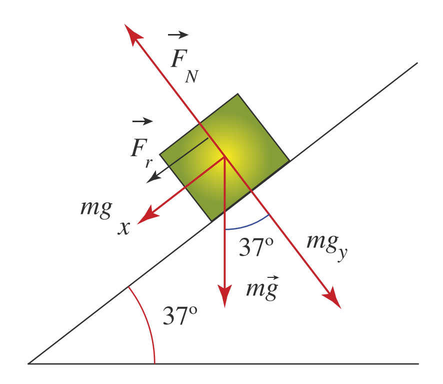
Por tanto, la fuerza neta mide 100 N y está dirigida hacia abajo en la dirección del plano.



c. Para determinar la fuerza de rozamiento, tenemos que las componentes del peso son:

$mg_x = -mg \cdot \text{sen } 37° = -98\ \text{N sen } 37° = -59\ \text{N}$

$mg_y = -mg \cdot \cos 37° = -98\ \text{N} \cos 37° = -78\ \text{N}$



Por tanto, con las componentes medidas en newtons, expresamos las fuerzas como:

$\vec{F}_N = (0, F_N)$

$\vec{F}_r = (-Fr, 0)$

$\vec{mg} = (-59, -78)$

$\vec{F}_{neta} = (-100, 0)$

De donde,

$-F_r - 59\ \text{N} = -100\ \text{N};$ $Fr = 41\ \text{N}$

Para la fuerza normal tenemos:

$F_N - 78\ \text{N} = 0;$ $F_N = 78\ \text{N}$

Puesto que:

$$\mu = \frac{F_r}{F_N} = \frac{41\ \text{N}}{78\ \text{N}} = 0{,}5$$

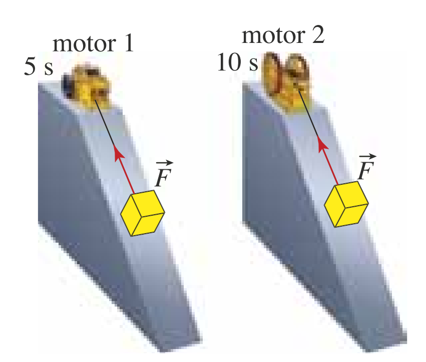


Figura 5. Motores que suben una carga por un plano inclinado desarrollando potencias diferentes.

1.3 Potencia

1.3.1 Definición de potencia

Para referirnos a la potencia debemos tener en cuenta el tiempo durante el cual una fuerza realiza un trabajo. En la figura 5, se muestran dos motores que suben una carga a lo largo de un plano inclinado, por medio de una cuerda.

El motor 1 ejerce una fuerza de 4.000 N y sube el objeto 2 metros a lo largo de la rampa, en 5 segundos, mientras que el motor 2 ejerce la misma fuerza y sube el objeto la misma distancia a lo largo de la rampa, en 10 segundos. Los dos motores realizan un trabajo de 8.000 J, sin embargo, difieren en el tiempo durante el cual realizan el trabajo. El motor 1 realiza el trabajo más rápidamente que el motor 2. La potencia es la medida de la rapidez con la cual se realiza un trabajo.

Definición

La potencia (P) es la razón de cambio del trabajo (W) desarrollado con respecto al tiempo.

La potencia se expresa como:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

donde W es el trabajo realizado y Δt el tiempo empleado. La unidad de potencia en el SI es el J/s, unidad denominada vatio (W).

Si un objeto de masa 1 kg se sube verticalmente con velocidad constante una distancia de 10 cm el trabajo realizado es aproximadamente 1 J. Si desarrollamos este trabajo en 1 segundo, la potencia es 1 J/s, es decir, de 1 W. Un vatio es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 J en 1 segundo.

Para el caso de los motores que suben la carga a lo largo de la rampa, se tiene que las potencias son:

$$\text{Motor 1: } P = \frac{8.000 \text{ J}}{5 \text{ s}} = 1.600 \text{ W}$$

$$\text{Motor 2: } P = \frac{8.000 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 800 \text{ W}$$

El motor 1 desarrolla mayor potencia que el motor 2, lo cual indica que el motor 1 realiza el trabajo con mayor rapidez que el motor 2. Cuanto más rápido se realiza un trabajo, mayor es la potencia desarrollada.

Cuando se realiza cierto trabajo sobre un objeto se le transfiere energía y, en consecuencia, la energía del objeto se incrementa. Por lo cual, el sistema que realiza el trabajo desarrolla potencia, lo cual explica un consumo de energía en la medida que la transfiere. La potencia desarrollada por un sistema que realiza un trabajo se expresa como:

$$P = \frac{E}{t}$$

Donde, E es la energía transferida y t es el tiempo empleado en la realización del trabajo.

EJEMPLO

La grúa utilizada en una construcción eleva con velocidad constante una carga de 200 kg, desde el suelo hasta una altura de 10 m, en 30 segundos. Determinar:

a. El incremento en la energía potencial del cuerpo.
b. El trabajo realizado sobre la carga.
c. La potencia desarrollada por la grúa.

Solución:

a. Para determinar el incremento de la energía potencial de la carga con respecto al suelo, tenemos:

$$Ep = m \cdot g \cdot h = 200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{m} = 19.600\ \text{J}$$

b. Puesto que la grúa sube la carga con velocidad constante, la fuerza aplicada sobre ella debe ser igual a:

$$mg = 200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 1.960\ \text{N}.$$

Por lo cual, el trabajo realizado sobre la carga es:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0° = 1.960\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} = 19.600\ \text{J}$$

El trabajo realizado por la grúa es igual al incremento en la energía potencial.

c. La potencia desarrollada por la grúa es:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{19.600\ \text{J}}{30\ \text{s}} = 653\ \text{W}$$

1.3.2 Otras unidades de potencia

El valor de la potencia que desarrollan algunas máquinas es del orden de los cientos de miles de vatios, por esta razón, es usual expresar la potencia en otras unidades como el caballo de potencia (1 HP = 746 W) o el kilovatio (1 kW = 1.000 W). A partir de la ecuación $P = E/t$ se tiene que:

$$E = P \cdot t$$

Cuando la potencia se expresa en kilovatios y el tiempo en horas, la energía se expresa en kilovatio-hora (kW-h). Un kilovatio-hora es el trabajo que realiza durante una hora de funcionamiento, una máquina que desarrolla una potencia de un kilovatio. La empresa de energía mide la energía que consumimos en kW-h. Para determinar la equivalencia de 1 kW-h en julios tenemos que:

$$1\ \text{kW-h} = 1.000\ \text{W} \cdot 1\ \text{h}$$

Por tanto, $1\ \text{kW-h} = 1.000\ \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3.600\ \text{s} = 3{,}6 \times 10^6\ \text{J}$.

EJEMPLO

Una lavadora permanece en funcionamiento durante 25 minutos. Si la potencia que consume es de 2.000 W y la empresa de energía cobra el kW-h a $295, determinar:

a. La energía consumida por la lavadora en kW-h.
b. El costo de mantener la lavadora en funcionamiento durante los 25 minutos.

Solución:

a. Para determinar la energía consumida por la lavadora tenemos:

$$E = P \cdot t = 2\ \text{kW} \cdot \frac{25}{60}\ \text{h} = 0{,}83\ \text{kW-h}$$

b. El costo del funcionamiento durante los 25 minutos es el producto de 0,83 kW-h por el valor del kW-h, cuyo resultado es $245.

Tabla 6.1

Marca	Hp	kg/HP
Renault Symbol Alizé	98	10,0
Renault Clio Cool	98	10,4
Chevrolet Aveo 1.4 LS 4p	92,5	12,2
Hyundai Accent	95	12,5
Chevrolet Corsa Evolution 4p	84	12,9
Renault Megane 1.4 A.A. Unique	95	11,6
Chevrolet Optra 1.4	92	13,2

1.3.3 La potencia automotriz

En la información que se proporciona acerca de los automóviles se incluye su potencia, cuyo valor se expresa en caballos de potencia. También se incluye en la información la relación peso/potencia, que se expresa en kg/HP, lo cual indica la cantidad de kilogramos que se deben mover por cada caballo de potencia con el carro vacío. En la tabla 6.1, se presentan las potencias y la relación masa/potencia de algunos automóviles comunes en Colombia.

Podemos establecer una relación entre la potencia y la velocidad media. Puesto que el trabajo efectuado por una fuerza paralela al desplazamiento es $W = F \cdot \Delta x$ y la potencia es $P = W/\Delta t$, tenemos que:

$$P = F\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Como $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$, entonces:

$$P = F \cdot \bar{v}$$

EJEMPLOS

1. **Un vehículo circula por una carretera a velocidad constante de 36 km/h. Si la potencia desarrollada por el motor es de 70 HP, determinar la fuerza desarrollada por el motor**.

Solución:

Para determinar la fuerza, expresamos los 70 HP en vatios. $70\ \text{HP} = 70\text{HP} \cdot \frac{746\ \text{W}}{1\ \text{HP}} = 5{,}2 \cdot 10^4\ \text{W}$.

Ahora convertimos las unidades de la velocidad: $36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3.600\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$

A partir de $P = F \cdot \bar{v}$

$$\text{F} = \frac{P}{v} = \frac{5{,}2 \cdot 10^4\ \text{W}}{10\ \text{m/s}} = 5.220\ \text{N}$$

La fuerza ejercida por el motor a una velocidad media de 36 km/h es 5.220 N.

2. **Un automóvil, cuya masa es 926 kg y cuya potencia es 92 HP, desarrolla una velocidad media de 72 km/h. Determinar:**
   a. La relación peso/potencia.
   b. La fuerza que se ejerce sobre el automóvil.

Solución:

a. La relación peso/potencia es:

$$926\ \text{kg}/99\ \text{HP} = 9{,}4\ \text{kg/HP}.$$

Lo cual significa que por cada caballo de potencia se deben mover 9,4 kg.

b. Para determinar la fuerza, expresamos los 99 HP en vatios.

$$99\ \text{HP} = 99\ \text{HP} \cdot \frac{746\ \text{W}}{1\ \text{HP}} = 7{,}4 \cdot 10^4\ \text{W}$$

Como 72 km/h equivalen a 20 m/s se tiene:

$$P = F \cdot \bar{v}$$
$$7{,}4 \cdot 10^4\ \text{W} = F \cdot 20\ \text{m/s}$$
$$F = 3.700\ \text{N}$$

La fuerza necesaria para que el automóvil desarrolle una velocidad media de 72 km/h es 3.700 N.

 © Santillana

2. Conservación de la energía

2.1 Conservación de la energía mecánica

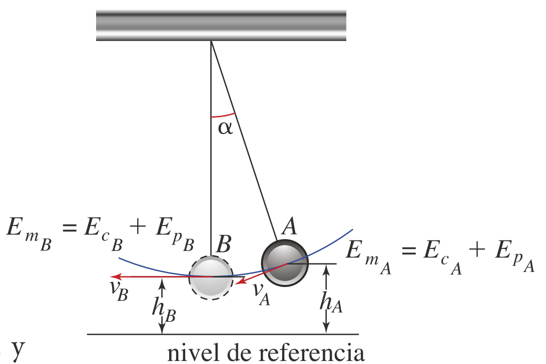


Figura 6. Péndulo simple: es un ejemplo de movimiento en el que la energía mecánica se conserva.

Un péndulo simple consiste en una esfera que se ata a una cuerda y describe un movimiento de vaivén alrededor de una posición llamada posición de equilibrio (punto B en la figura 6). Consideremos que en la posición *A* y en la posición *B* la esfera se encuentra en movimiento, por lo cual llamaremos E_{c_A} y E_{c_B} a la energía cinética en las posiciones *A* y *B*, respectivamente. Por otra parte, en las posiciones A y B la esfera se encuentra a determinada altura con respecto al nivel de referencia elegido, por tanto le asignamos energías potencial E_{p_A} y E_{p_B}, respectivamente.

Cuando la esfera se desplaza desde la posición *A* hasta la posición *B*, el trabajo neto realizado sobre la esfera de acuerdo con el teorema de trabajo-energía cinética es:

$$W_{neto} = E_{c_B} - E_{c_A}$$

Si no consideramos la resistencia que ofrece el aire, entonces sobre la esfera actúan dos fuerzas, la tensión de la cuerda y el peso de la esfera. Puesto que la tensión es perpendicular a la dirección del desplazamiento en todos los puntos de la trayectoria, la única fuerza que realiza trabajo sobre la esfera es su peso. Por tanto, el trabajo neto es igual al trabajo realizado por el peso, de donde:

$$W_{mg} = E_{c_B} - E_{c_A}$$

Por otra parte, como el peso es una fuerza conservativa, el trabajo realizado por él es independiente de la trayectoria seguida por la esfera para ir desde el punto *A* hasta el punto *B*. Entonces, tenemos, que el trabajo realizado por el peso cuando la esfera se mueve desde el punto *A* hasta el punto *B* se expresa como:

$$W_{mg} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

Al igualar las dos expresiones para el trabajo realizado por el peso, tenemos:

$$E_{c_B} - E_{c_A} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

De donde:

$$E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

Llamamos energía mecánica de un objeto en cada instante a la suma de la energía potencial y de la energía cinética en dicho instante. Por tanto, de la expresión anterior se obtiene:

$$E_{m_A} = E_{m_B}$$

De acuerdo con esta deducción, enunciamos el principio de conservación de la energía mecánica en los siguientes términos: Durante un proceso experimentado por un cuerpo sobre el cual actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica permanece constante.

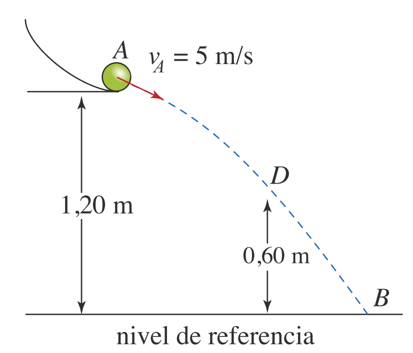
EJEMPLO

Una esfera de masa 0,20 kg sale disparada desde el borde inferior de una rampa con velocidad de 5,0 m/s y desde una altura de 1,20 m sobre el suelo, como se muestra en la figura. Si se desprecia la resistencia del aire, determinar:

a. La energía mecánica en el punto *A*.

b. La energía cinética, cuando la altura con respecto al suelo es 0,60 m.

c. La velocidad de la esfera, cuando la altura con respecto al suelo es 0,60 m.



Solución:

a. En el punto A para los valores de la energía cinética y potencial tenemos:

$$E_{c_A} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2$$

$$E_{c_A} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m/s})^2 = 2{,}5\ \text{J}$$

$$E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_A$$

$$E_{p_A} = 0{,}20\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}20\ \text{m} = 2{,}4\ \text{J}$$

Por ende, la energía mecánica en el punto *A* es:

$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{p_A} = 2{,}5\ \text{J} + 2{,}4\ \text{J} = 4{,}9\ \text{J}$$

La energía mecánica en el punto A es 4,9 J.

b. En el punto *D*, a una altura de 0,6 m la energía potencial es:

$$E_{p_D} = m \cdot g \cdot h_D$$

$$E_{p_D} = 0{,}20\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}60\ \text{m} = 1{,}2\ \text{J}$$

Puesto que se desprecia la resistencia del aire, la única fuerza que actúa sobre la esfera entre los puntos *A* y *D* es el peso, por tanto, la energía mecánica se conserva, es decir,

$$E_{m_A} = E_{m_D}$$

$$4{,}9\ \text{J} = E_{c_D} + E_{p_D}$$

$$4{,}9\ \text{J} = Ec_D + 1{,}2\ \text{J} \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$E_{c_D} = 3{,}7\ \text{J}$$

La energía cinética en el punto *D* es 3,7 J, lo cual muestra que la energía cinética aumentó en 1,2 J y en consecuencia la energía potencial disminuyó en la misma cantidad.

c. Puesto que la energía cinética en el punto *D* es 3,7 J, tenemos:

$$E_{c_D} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2$$

$$3{,}7\ \text{J} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \text{kg} \cdot v_D^2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$v_D = 6{,}1\ \text{m/s}$$

La velocidad en el punto *D* es 6,1 m/s.

2.2 Las fuerzas no conservativas

En el apartado anterior consideramos situaciones en las cuales las fuerzas que realizan trabajo son fuerzas conservativas, por ende, no consideramos la fuerza de rozamiento. Sin embargo, en las situaciones reales, es inevitable que la fuerza de rozamiento actúe sobre los cuerpos. Como lo hemos estudiado, el trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo, lo cual significa que la energía mecánica de los objetos disminuye y se manifiesta en forma de calor, como lo experimentamos cuando frotamos los dedos contra una superficie. Debido a esta disminución de la energía mecánica, la fuerza de rozamiento se considera una fuerza disipativa.

Además de la fuerza de rozamiento, cuyo trabajo, por lo general, depende de la trayectoria, sobre un objeto pueden actuar otras fuerzas no conservativas. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, notado por $W_{F\,\text{no cons}}$, afecta la energía mecánica de un objeto. Por tanto,

$$E_{m_A} + W_{F\,\text{no cons}} = E_{m_B}$$

El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas depende de la trayectoria. Cuando la fuerza es disipativa, su trabajo es negativo y la energía mecánica disminuye, mientras que, si el trabajo realizado por las fuerzas conservativas es positivo, la energía mecánica aumenta.

 © Santillana

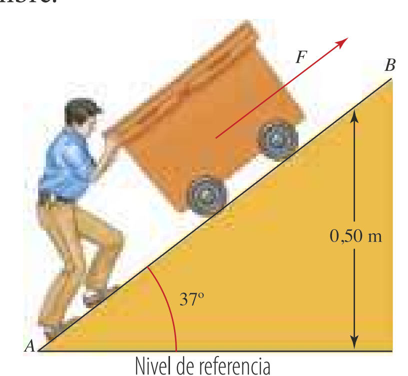
EJEMPLOS

1. **Para subir un carro de 40 kg, un hombre aplica una fuerza F y utiliza como rampa un plano inclinado 37° con respecto a la horizontal, de tal manera que el carro sube con velocidad constante de 2,0 m/s. Si se desprecia el rozamiento, determinar:**

   a. La energía mecánica en el punto A que se encuentra en la base del plano.

   b. La energía mecánica en el punto B que se encuentra a 0,50 metros de altura sobre el piso.

   c. El trabajo realizado por la fuerza F que ejerce el hombre.



Solución:

a. Para el punto A se tiene:

$$E_{c_A} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 40\text{ kg} \cdot (2{,}0\text{ m/s})^2 = 80\text{ J}$$

$$E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_A = 0$$

Por tanto, la energía mecánica en el punto A es

$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{p_A} = 80\text{ J} + 0\text{ J} = 80\text{ J}$$

b. Para el punto B se tiene:

$$E_{c_B} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 \cdot 40\text{ kg} \cdot (2{,}0\text{ m/s})^2 = 80\text{ J}$$

$$E_{p_B} = m \cdot g \cdot h_B = 40\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 0{,}50\text{ m}$$

$$E_{p_B} = 196\text{ J}$$

Por ende, la energía mecánica en el punto B es

$$E_{m_B} = E_{c_B} + E_{p_B} = 80\text{ J} + 196\text{ J} = 276\text{ J}$$

c. Puesto que:

$$E_{m_A} + W_F = E_{m_B}$$

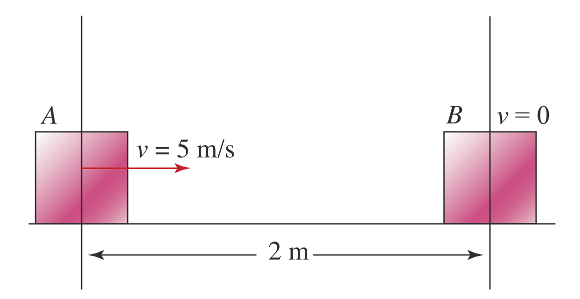
$$W_F = E_{m_B} - E_{m_A} = 276\text{ J} - 80\text{ J} = 196\text{ J}$$

Como la velocidad es constante, el trabajo realizado por la fuerza F es igual al aumento de la energía potencial.

2. **Un bloque de masa 10 kg se mueve sobre una superficie horizontal con velocidad inicial de 5,0 m/s. Si recorre una distancia de 2 m hasta detenerse, determinar:**

   a. El trabajo de la fuerza de rozamiento.

   b. La fuerza de rozamiento.



Solución:

a. Para los valores de la energía cinética y potencial en la posición inicial A, se tiene:

$$E_{c_A} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\text{ kg} \cdot (5{,}0\text{ m/s})$$

$$E_{c_A} = 125\text{ j}$$

$$E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_A = 0$$

La energía mecánica en el punto A es

$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{p_A} = 125\text{ J} + 0\text{ J} = 125\text{ J}$$

Para los valores de la energía cinética y potencial en la posición final B, se tiene:

$$E_{c_B} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 0\text{ J}$$

$$E_{p_B} = m \cdot g \cdot h_B = 0$$

Por ende, la energía mecánica en el punto B es:

$$E_{m_B} = E_{c_B} + E_{p_B} = 0\text{ J} + 0\text{ J} = 0\text{ J}$$

Para determinar el trabajo de la fuerza de rozamiento se tiene:

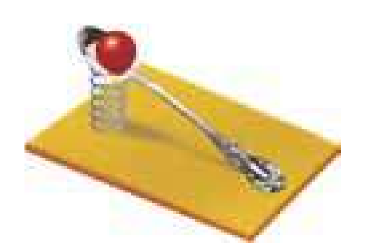
$$W_{F_r} = E_{m_B} - E_{m_A} = 0\text{ J} - 125\text{ J} = -125\text{ J}$$

El trabajo es negativo, lo cual concuerda con que la energía mecánica disminuya, pues su valor inicial es 125 J y la final es 0 J.

A partir de $W = Fr \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$ se tiene:

$$Fr = \frac{W}{\Delta x \cdot \cos\alpha} = \frac{-125\text{ J}}{2\text{ m} \cdot \cos 180°} = 62{,}5\text{ N}$$

La fuerza de rozamiento mide 62,5 N.


Figura 7. Modelo de catapulta casera.

2.3 Energía potencial elástica

En la figura 7, se muestra el modelo de una catapulta. Cuando se baja la cuchara para comprimir el resorte y luego se suelta, se le transmite movimiento a la pelota. Si se comprime el resorte se aplica una fuerza y esta produce un desplazamiento, por ende, realiza un trabajo. En el momento en que la cuchara se suelta, el resorte transfiere energía a la pelota, lo cual implica que al resorte se le puede asociar una forma de energía, llamada energía potencial elástica, que en este ejemplo se transforma en energía cinética. La fuerza variable aplicada por un resorte realiza un trabajo cuando se produce un desplazamiento x y este trabajo, como lo estudiamos en el tema anterior se expresa como:

$$W = \frac{1}{2}k \cdot x^2$$

Esto sugiere que la energía potencial elástica se determina como:

$$Ep = \frac{1}{2}k \cdot x^2$$

Donde x es la distancia que el resorte se estira o se comprime y k es la constante elástica del resorte.

Ahora, como la energía potencial de un objeto puede ser gravitacional cuando se relaciona con el trabajo que realiza el peso o elástica cuando se relaciona con el trabajo realizado por la fuerza que ejerce un resorte, cuando expresamos la energía mecánica como:

$$E_m = E_c + E_p$$

Debemos tener en cuenta que la energía potencial es la suma de la energía potencial gravitacional y la energía potencial elástica y que la fuerza ejercida por un resorte es conservativa porque solo depende de los estados inicial y final del resorte.

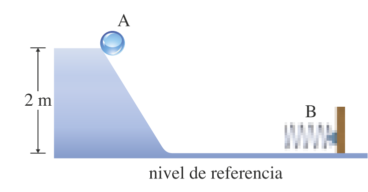


Figura 8. Representación del ejercicio 1.

EJEMPLOS

1. Una esfera de masa 5,0 kg se suelta desde una altura de 2 m. Si al chocar con un resorte que se encuentra en la posición de equilibrio, este experimenta una compresión máxima de 0,50 m, determinar la constante elástica del resorte.

Solución:

Calculamos la energía mecánica en el punto A donde se suelta la esfera, E_{m_A}.

Como el cuerpo se suelta, su velocidad en el punto A es cero, por ende,

$$E_{c_A} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = 0$$

$$E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_A = 5{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 2{,}5\ \text{m} = 122\ \text{J}$$

De donde, la energía mecánica en el punto A es:

$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{p_A} = 0\ \text{J} + 122\ \text{J} = 122\ \text{J}$$

Encontramos una expresión para la energía mecánica en el punto B, E_{mB}. En la máxima compresión del resorte, la esfera está detenida, por tanto,

$$E_{c_B} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 0\ \text{J}$$

$$E_{p_B} = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

$$E_{p_B} = 5{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0\ \text{m} + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0{,}5\ \text{m})^2$$

$$E_{p_B} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0{,}5\ \text{m})^2$$

Luego, la energía mecánica en el punto B es:

$$E_{m_B} = E_{c_B} + E_{p_B} = 0\ \text{J} + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0{,}5\ \text{m})^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0{,}5\ \text{m})^2$$

En consecuencia:

$$E_{m_A} = E_{m_B}$$

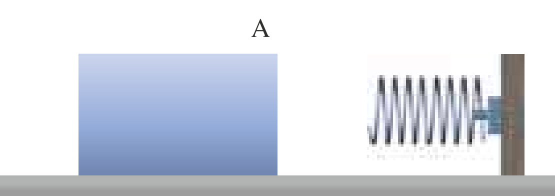
$$122\ \text{J} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0{,}5\ \text{m})^2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$k = 976\ \text{N/m} \qquad \textit{Al despejar } k$$

La constante elástica del resorte es 976 N/m.

 © Santillana

2. Un resorte de constante elástica 100 N/m se comprime 0,2 m al contacto con un bloque de masa 0,5 kg, generando que el bloque recorra 1 m a lo largo de una superficie horizontal hasta detenerse. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie.



Solución:

Si tomamos como nivel de referencia para la energía potencial gravitacional la horizontal sobre la cual se desplaza el bloque, la energía potencial gravitacional en cualquier punto es igual a cero.

Como el cuerpo se suelta, su velocidad en el punto *A* donde se comprime el resorte es cero, por ende,

$$E_{cA} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = 0\ \text{J}$$

$$E_{pA} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 100\ \text{N/m} \cdot (0{,}2\ \text{m})^2 = 2\ \text{J}$$

Por ende, la energía mecánica en el punto *A* es:

$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{p_A}$$

$$E_{m_A} = 0\ \text{J} + 2\ \text{J} = 2\ \text{J}$$

Para el punto *B* donde el bloque ha terminado su recorrido de 1 m, se tiene que el objeto está detenido, por ende, su energía cinética es cero.

Como no está en contacto con el resorte, su energía potencial elástica es cero. En consecuencia, la energía mecánica en el punto *B* es:

$$E_{m_B} = 0\ \text{J}$$

Luego, $E_{m_A} + W_{F_r} = E_{m_B}$

$$2\ \text{J} + W_{F_r} = 0\ \text{J} \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$W_F = -2\ \text{J}$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento es −2 J.

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento se expresa como:

$$W = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

$$-2\ \text{J} = F_r \cdot 1\ m \cdot \cos 180°$$

$$F_r = 2\ \text{N}$$

La fuerza de rozamiento mide 2 N.

Como la fuerza normal, en este caso es igual al peso $mg = 0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 4{,}9\ \text{N}$, tenemos que $F_N = 4{,}9$ N,

como $F_r = \mu \cdot F_N$

$$2\ \text{N} = m \cdot 4{,}9\ \text{N}$$

De donde,

$$\mu = \frac{2\ \text{N}}{4{,}9\ \text{N}} = 0{,}4$$

El coeficiente de rozamiento es 0,4.

2.4 La energía en las colisiones

Las colisiones se interpretan mediante la aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento debido al intercambio de este que se produce en ellas. También en las colisiones se produce transferencia de energía y si la energía se conserva o no, podemos clasificarlas en colisiones elásticas y colisiones inelásticas.

En una colisión elástica, la energía cinética se conserva, lo cual significa que hay un intercambio entre los cuerpos que interactúan, y en estos, no se producen deformaciones ni calentamientos. Este tipo de colisión es un modelo usual a nivel microscópico. Por ejemplo, es posible considerar que en un gas ideal las moléculas se desplazan a grandes velocidades, produciendo colisiones en las que no se genera pérdida en la energía total de las moléculas.

A diferencia de las colisiones elásticas, en una colisión inelástica parte de la energía cinética inicial de los cuerpos, se pierde parcial o totalmente en deformaciones y calentamientos, como ocurre en el caso de una colisión automovilística.

En general, las colisiones que se producen en la naturaleza son inelásticas porque es inevitable que parte de la energía se disipe.

EJEMPLO

Una esfera de masa 0,2 kg que se mueve con velocidad de 1 m/s choca con una esfera de masa 0,3 kg que se encuentra en reposo. Si después de la colisión la esfera de masa 0,2 kg se mueve en dirección contraria a su dirección inicial con velocidad de 0,2 m/s.

a. Calcular la velocidad de la esfera de 0,3 kg después de la colisión.

b. Determinar si la colisión es elástica.

A B
0,2 kg 1 m/s 0,3 kg
antes



Solución:

a. Para determinar la velocidad de la esfera de masa 0,3 kg después de la colisión, aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$p_{antes} = p_{después}$$

$$m_A \cdot v_{A_{antes}} + m_B \cdot v_{b_{antes}} = m_A \cdot v_{A_{después}} + m_B \cdot v_{B_{después}}$$

$$0{,}2 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s} + 0{,}3 \text{ kg} \cdot 0 \text{ m/s} = 0{,}2 \text{ kg} \cdot (-0{,}2 \text{ m/s}) + 0{,}3 \text{ kg } v_{B_{después}}$$

$$0{,}2 \text{ m/s} = -0{,}04 \text{ m/s} + 0{,}3 \text{ kg} \cdot v_{B_{después}}$$

$$v_{B_{después}} = 0{,}8 \text{ m/s}$$

La velocidad de la esfera de 0,3 kg después de la colisión es 0,8 m/s.

b. Para determinar si la colisión es elástica, determinamos si la energía cinética se conserva, es decir, si la energía cinética antes de la colisión es igual a la energía cinética después de la colisión.

$$E_{c_{antes}} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v^2_{Aantes} + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v^2_{Bantes}$$

$$E_{c_{antes}} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \text{ kg} \cdot (1 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \text{ kg} \cdot (0 \text{ m/s})^2 = 0{,}1 \text{ J.}$$

$$E_{c_{después}} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v^2_{Adespués} + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v^2_{Bdespués}$$

$$E_{c_{después}} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \text{ kg} \cdot (-0{,}2 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \text{ kg} \cdot (0{,}8 \text{ m/s})^2 = 0{,}1 \text{ J}$$

La colisión es elástica porque la energía cinética se conserva.

2.5 La conservación de la energía

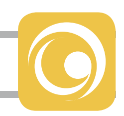
2.5.1 Fuentes de energía

Las fuentes de energía son sistemas naturales que transfieren energía para realizar trabajo. La mayoría de las fuentes de energía de las que disponemos proviene del Sol. Por ejemplo, las plantas para su desarrollo utilizan la energía que proviene del Sol con el fin de producir su alimento y crecer. Así mismo, a partir del proceso de fosilización de las plantas, el cual se toma muchos años, se producen recursos energéticos como el carbón.

De acuerdo con la tasa de utilización con relación a su ritmo de formación, las fuentes de energía se clasifican en renovables y no renovables. Por ejemplo, el Sol es una fuente de energía renovable, pues se considera que durará más tiempo que la especie humana. En cambio, los combustibles fósiles son fuentes de energía no renovables porque la rapidez con la cual se consumen tales productos es bastante mayor que su ritmo de formación.

A través de la historia, se han utilizado algunas fuentes de energía conocidas como convencionales entre las cuales se encuentran aquellas fuentes no renovables.

 © Santillana



Dado que cada día que pasa se adquiere conciencia acerca del posible agotamiento de las energías no renovables, se han empezado a explorar algunas fuentes de energía conocidas como no convencionales o fuentes de energía alternativa.



Figura 9. Central solar.

2.5.2 Energías alternativas

- Energía solar. La fuente de esta energía es el Sol y, dada su naturaleza de energía renovable, existe una tendencia universal por diseñar centrales solares (figura 9).
- Energía de la biomasa. La fuente de esta energía es la materia orgánica, de origen vegetal o animal y los materiales obtenidos en la transformación natural o artificial de la materia orgánica. Por ejemplo, el estiércol se utiliza para producir gas o el heno para obtener alcohol.
- La energía eólica. La fuente de energía eólica es el viento, que se encarga de poner en movimiento generadores de otros tipos de energía. Dado que requiere del viento, las regiones costeras son sitios apropiados para su implementación.
- Energía geotérmica. Esta energía se fundamenta en las altas temperaturas que se producen en el interior de la Tierra, por ejemplo, en algunas regiones se consigue agua en ebullición cerca de la superficie del planeta, lo cual sugiere que se podría emplear para producir movimiento a unas turbinas que generan otros tipos de energía.
- Energía mareomotriz. El agua del mar en su movimiento producido por las mareas es una fuente de energía que se puede utilizar para accionar turbinas y así generar otros tipos de energía.

2.6 El principio de conservación de la energía

Un principio general de la naturaleza se conoce como el principio de conservación de la energía:

La energía no se crea ni se destruye. En todos los sistemas la energía se transforma o se transfiere con la condición de que la energía total del sistema permanezca constante.

Por ejemplo, la energía eléctrica obtenida en las centrales hidroeléctricas se transforma en energía térmica con el funcionamiento de las estufas, en energía lumínica en las bombillas, en energía mecánica en los motores, etc. La corriente eléctrica que se conduce desde las centrales eléctricas hasta nuestras casas es portadora de energía, pues pone en funcionamiento los electrodomésticos, modifica la temperatura, produce luz, sonido, etc.

La energía nuclear asociada a los núcleos de los elementos químicos se aprovecha en las centrales nucleares. El fundamento de este tipo de energía se encuentra en la teoría propuesta por Albert Einstein, quien a través de la ecuación $E = m \cdot c^2$ estableció una relación entre materia y energía, de tal forma que la masa se puede convertir en energía y viceversa. Es decir, que a la luz de esta teoría, la masa-energía de un sistema se conserva.

De esta manera, la conservación de la energía se aplica a una enorme gama de fenómenos en los cuales están involucrados diversos tipos de energía. Sin importar qué tipo de transformación ocurra, siempre se cumple que la cantidad total de energía de un sistema específico y sus alrededores permanece constante. Es el caso de un sistema conformado por dos bloques, uno de los cuales está provisto de un resorte, que se dirigen uno hacia el otro y chocan (figura 10). Como consecuencia del impacto, la energía que inicialmente es cinética se transforma en energía potencial elástica y en calor.



Figura 10. La energía total de un sistema se conserva.

Interpreta

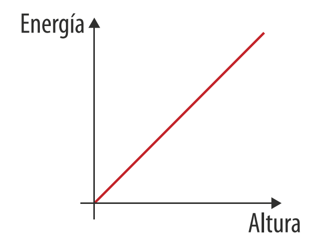
1 **Dos personas suben hasta una altura de 4 m con respecto al piso, por una escalera, como lo muestra la figura. ¿Cuál de las dos personas realiza mayor trabajo?**




2 **Desde la terraza de un edificio se deja caer un globo lleno de agua, si no se tiene en cuenta la fricción con el aire, ¿cómo se transforma la energía del globo desde el momento en el que se suelta hasta el momento en el que toca el suelo? ¿En qué cambiaría tu respuesta si se tiene en cuenta la fricción con el aire?**

3 **¿Qué influencia tiene en la producción de energía de una central eólica, la velocidad a la que viaja el viento que hace girar las hélices? Justifica tu respuesta.**

4 **Una pelota de masa *m* se deja caer libremente desde una altura *h*. La gráfica representa la variación la energía cinética en función de la altura. Representa en el mismo plano cartesiano la energía potencial y la energía mecánica.**



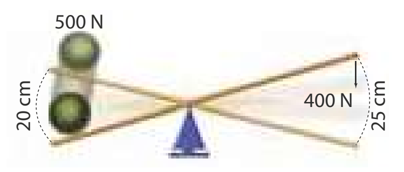
Argumenta

5 **¿Por qué la fuerza centrípeta que actúa sobre un yoyó cuando se hace girar no realiza trabajo?**

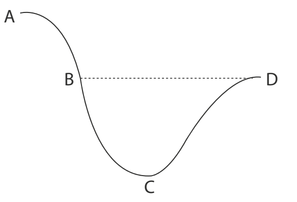
6 **¿Las máquinas simples como las poleas, palancas y el plano inclinado sirven para ahorrar trabajo? ¿Por qué?**

7 **¿Cuál es la fuente de energía cuando un atleta practica salto con garrocha? ¿Cómo son las transformaciones de energía en el movimiento del atleta?**

8 **Utilizando la figura explica por qué las máquinas simples como las palancas permiten realizar trabajo aplicando fuerzas más pequeñas, pero realizando mayores desplazamientos.**



9 **Un cuerpo se suelta desde el punto D y describe la trayectoria mostrada en la figura.**



a. ¿En qué punto su energía mecánica es máxima, si no hay fuerza de fricción? Explica tu respuesta.

b. Si no hay fuerza de fricción, ¿en qué punto la energía potencial es mayor? ¿Por qué?

c. Si se considera la fuerza de fricción, ¿en qué punto la energía mecánica es mayor?

10 **El ascensor de un edificio sube desde el primer piso hasta el séptimo con velocidad constante.**

a. ¿Qué variaciones tiene la energía cinética mientras se está moviendo?

b. ¿Se conserva la energía mecánica? ¿Por qué?

11 **Desde el punto de la conservación de la energía, ¿por qué la mayoría de los caminos que llevan a la cima de una montaña no son en línea recta? ¿Qué implicaciones tiene este hecho a nivel de la potencia consumida por el motor?**



Propone

12 **Un balón de masa *m*, rueda por el suelo con una velocidad v_o hasta detenerse.**

a. ¿Qué fuerza realiza trabajo?

b. ¿Cuál sería la expresión para calcular el trabajo realizado sobre la pelota?

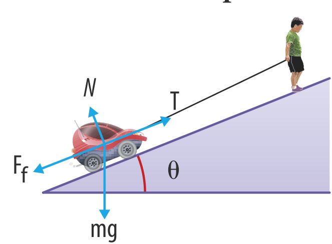
13 **Plantea una situación en la cual la energía cinética de un cuerpo se transforme en energía potencial y otra en la cual la energía cinética se transforme en calor.**

 © Santillana

Actividades

Verifica conceptos

1 **Para la siguiente situación determina el trabajo que realiza cada fuerza sobre la masa m si recorre una distancia x sobre el plano inclinado.**



2 **Una fuerza aplicada sobre un cuerpo no realiza trabajo cuando el ángulo que forma con el desplazamiento es:**

a. 180° c. 0°

b. 90° d. 30°

3 **Un automóvil se mueve con velocidad constante por una carretera recta. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?**

a. No se realiza trabajo alguno sobre el carro.

b. La fuerza de rozamiento realiza trabajo.

c. La fuerza normal no realiza trabajo.

d. El auto solo tienen energía cinética.

4 **¿Por qué la energía asociada a un resorte es potencial?**

5 **¿Es posible que la energía cinética de un cuerpo sea negativa? Justifica tu respuesta.**

6 **Un tren que viaja a una velocidad v_1 tiene una energía cinética E_{c_1}. Si reduce su velocidad a la tercera parte, su energía cinética será:**

a. $E_c = 3\,E_{c_1}$ c. $E_c = E_{c_1}/6$

b. $E_c = E_{c_1}/9$ d. $E_c = E_{c_1}/3$

Analiza y resuelve

7 **En una presentación de porras dos deportistas, uno de 1,8 m y otro de 1,6 m, deben levantar cada uno a su compañera hasta la altura de su cabeza. Si las dos porristas tienen la misma masa, ¿cuál de los dos deportistas realiza mayor trabajo? Explica tu respuesta.**

8 **En una construcción se deja caer un ladrillo y un bloque pequeño, que tiene la mitad de la masa del ladrillo. Si el ladrillo cae desde el piso 4 y el bloque desde el piso 8, ¿cuál de los dos puede causar más daño al caer? Explica tu respuesta.**

9 **Dos automóviles iguales deben recorrer la misma distancia, pero uno viaja por una carretera plana y el otro por un camino que tiene una inclinación de 20° con respecto a la horizontal. ¿En cuál de los dos casos se realiza mayor trabajo?**

10 **En una casa que se está pintando dos obreros suben cada uno una caneca de pintura, desde el primer piso hasta el segundo. Si uno la sube por las escaleras y el otro por el frente de la casa mediante una polea, ¿realizan los dos el mismo trabajo? ¿Por qué?**

11 **Una persona se para en uno de los escalones de una escalera eléctrica y permanece allí, mientras la escalera asciende. ¿Realiza trabajo la persona? ¿Por qué?**

12 **Dos estudiantes en la clase de física tienen una discusión, uno afirma que se realiza más trabajo cuando se elonga un resorte una distancia x y el otro que cuando se comprime esa misma distancia. ¿Cuál de los dos tiene la razón? ¿Por qué?**

Problemas básicos

13 **Un panadero lleva horizontalmente una lata con pan de 6 kg de masa y recorre una distancia de 2,5 m. Luego, la ubica en el horno en la parte superior a una altura de 50 cm. ¿Qué trabajo realizó el panadero?**

14 **Un obrero en una construcción levanta un bulto de cemento de 25 kg desde el suelo hasta una altura de 1,8 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad?**

15 **Un niño lanza su pelota de 500 g de masa verticalmente hacia arriba. Si alcanza una altura de 2,6 m, con respecto al punto donde fue lanzada, ¿cuánto trabajo realiza la fuerza de gravedad sobre la pelota?**

16 **Dos niños juegan con una banda elástica halándola entre los dos hasta estirarla 45 cm. Si la banda tiene una constante de elasticidad de 60 N/m, ¿cuánto trabajo realizan sobre la banda?**



Actividades

17 **Un joven en un supermercado realiza un trabajo de 55 J, al pasar una caja de 3,5 kg, horizontalmente, de un estante a otro que se encuentran separados entre sí 2,2 m. ¿Qué aceleración experimenta la caja?**

18 **Un hombre empuja 5 m una caja, aplicándole una fuerza horizontal de 45 N. Si la fuerza de rozamiento entre la caja y la superficie es 20 N, ¿cuánto vale el trabajo neto sobre la caja?**

¿Cuál es la energía cinética de un automóvil que se mueve por una camino recto a una rapidez constante de 45 km/h?

19 **Un equilibrista lanza un bolo de 100 g de masa hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. ¿Cuál es el valor de la energía cinética en el momento del lanzamiento? ¿Cuándo su energía mecánica será solo potencial? ¿cuál será el valor de la energía potencial gravitacional máxima?**

20 **Un niño levanta su camión de madera de 3,5 kg desde el suelo hasta una altura de 1 m.**

a. ¿Cuánto vale su energía potencial en el suelo?

b. ¿Cuál es la energía potencial gravitacional máxima?

c. ¿Qué velocidad lleva el camión cuando se encuentra a 50 cm del suelo?

d. ¿Cuánto vale la energía mecánica cuando se encuentra a 30 cm del suelo?

21 **Una pelota es golpeada con una raqueta, verticalmente hacia arriba, y sube 4 m alcanzando una energía potencial de 22,5 J.**

a. ¿Qué masa tiene la pelota?

b. ¿Con qué velocidad fue lanzada?

22 **La propaganda de un automóvil de 1.250 kg de masa afirma que tiene una potencia que le permite pasar de una velocidad inicial de 0 km/h a una de 90 km/h en un tiempo de 4,5 segundos. ¿Qué potencia desarrolla el motor en HP?**

23 **Un helicóptero de 1.600 kg de masa vuela a una altura de 1.800 m y se mueve a una velocidad de 300 km/h.**

a. ¿Cuánto vale su energía potencial?

b. ¿Cuál es el valor de su energía cinética?

24 **En un ascensor de 1.950 kg de masa, viajan tres personas de 55 kg cada una. Si sube del primer al quinto piso en 18 s y cada piso tiene 3 m de alto:**

a. ¿cuál es el incremento en su energía potencial cuando llega al quinto piso?

b. ¿qué trabajo realiza el motor del ascensor y cuál es su potencia?

25 **Un montacargas en un viaje sube 10 cajas de 40 kg cada una, desde el suelo hasta una altura de 3 m. Si emplea 1,5 h en subir 800 cajas, ¿cuál es la potencia desarrollada por el montacargas para subir las 800 cajas?**

26 **En el desfile de independencia, un padre sube a su hijo de 4 años sobre sus hombros. Si el niño tiene una masa de 18 kg y su padre tarda 3 s en subirlo una altura de 1,6 m, ¿cuánto trabajo realiza el padre sobre el niño? ¿Qué potencia desarrolla el padre?**



27 **En la estación, un bombero de 68 kg de masa al escuchar la sirena de emergencia, baja por el tubo que tiene 4 m de longitud hasta el piso donde se encuentra el carro de bomberos, empleando 5 segundos. ¿Qué trabajo realiza? ¿Qué potencia desarrolla hasta llegar al suelo?**

28 **Un profesor de educación física lleva para su clase 15 balones de voleibol de 270 g cada uno, en una bolsa. Si baja del salón de profesores hasta el patio 6 m en 40 s, ¿cuál es el peso de la bolsa con los balones? ¿Qué trabajo realiza el profesor sobre la bolsa? ¿Qué potencia emplea el profesor?**

29 **En un apartamento en promedio, diariamente, se tienen encendidos 5 bombillos de 60 W durante 5 h, un televisor de 250 W durante 8 h, un microondas de 500 W durante 45 min y una plancha de 1.000 W por 20 min. Si el kW-h consumido cuesta $331,39, ¿cuál es el valor de la energía consumida al mes?**

 © Santillana

30 **En una papelería se utilizan los siguientes elementos diariamente: dos fotocopiadoras que consumen 650 W en una hora cada una, tres computadores que consumen 1.200 W en 2 h, un fax 450 W en 1,5 h y dos bombillos de 100 W desde las 5:30 p.m. hasta las 8:00 p.m. Si la papelería abre de lunes a viernes, de 7:00 a.m a 8:00 p.m.:**

a. ¿cuál es la energía consumida por cada elemento diariamente?

b. ¿cuál es la energía total consumida a la semana?

c. ¿cuál es el costo de la energía consumida en un mes, si el valor del kW-h es de $331,39?



Problemas de profundización

31 **Se observa caer de un árbol, una hoja de 0,3 g de masa y a 2,3 m de altura del piso su movimiento es con velocidad constante. Si las fuerzas que actúan sobre la hoja son la fuerza de gravedad y la fuerza de fricción con el aire:**

a. ¿cuánto trabajo realiza la fuerza de gravedad?

b. ¿cuál es la energía cedida al medio por la fricción?

32 **Un vendedor de frutas, traslada 120 m su carro de 50 kg de masa sobre una superficie horizontal, con una fuerza de 400 N paralela al piso. Si el coeficiente de rozamiento del carro con la superficie es 0,15:**

a. ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza aplicada?

b. ¿cuánta energía se cede al medio debido a la fuerza de fricción?

c. ¿cuál es el trabajo neto?

33 **Un bote de 1.450 kg de masa navega con una velocidad constante 8 m/s. Cuando ha recorrido 8 km:**

a. ¿cuál es el trabajo realizado por el motor?

b. ¿cuál es la magnitud de la fuerza de fricción que ejerce el agua?

c. ¿qué potencia desarrolla el motor?

34 **Un resorte se elonga 4 cm cuando pende de él una masa de 320 g. ¿Cuál es la constante de elasticidad del resorte? ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el resorte por acción de la masa?**

35 **Una esfera de 250 g de masa se mueve sobre una superficie horizontal sin fricción con una velocidad de 12 m/s, hacia un resorte fijo, de constante de elasticidad 400 N/m. ¿Cuánto se comprime el resorte?**

36 **Un esquiador de 55 kg desciende 120 m por una pendiente con una inclinación de 18°, si el coeficiente de rozamiento es de 0,1,**

a. ¿cuál es el trabajo realizado por la gravedad?

b. ¿cuánta energía se pierde a través de la fricción?

c. ¿cuánto trabajo que realiza la fuerza normal?

d. ¿cuál es el trabajo neto sobre el esquiador?

37 **Un jugador de fútbol patea un balón, con una velocidad de 35 m/s formando un ángulo con la horizontal de 55°.**

a. ¿Qué trabajo realiza la gravedad sobre el balón desde el momento en que se lanza hasta que alcanza su altura máxima?

b. ¿Cuál es el trabajo que realiza la gravedad en todo el recorrido del balón?

38 **Una persona mueve, durante 30 segundos, su brilladora de 14 kg de masa, con velocidad constante de 3 m/s, aplicándole una fuerza de 80 N que forma un ángulo con el eje x de 35°.**

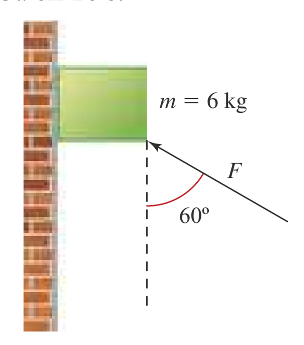
a. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento entre el piso y la brilladora?

b. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza que aplica la persona?

c. ¿Cuánta energía cede al medio debido a la fuerza de fricción?

d. ¿Cuánto vale el trabajo neto sobre la brilladora?

39 **El bloque de la figura sube con velocidad constante. Determina la potencia desarrollada por la fuerza de 15 N cuando el bloque recorre 1,5 m hacia arriba en 10 s.**



Actividades

Verifica conceptos

1 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- [ ] Una fuerza es conservativa si su energía mecánica es constante.
- [ ] La energía mecánica es la suma de las energías cinética y radiante.
- [ ] El carbón es un recurso energético renovable.
- [ ] La energía eólica es una fuente de energía alternativa.
- [ ] Es posible crear energía a través de las energías alternativas.

2 **Un resorte se sujeta verticalmente y se pone a oscilar. El punto en el cual su energía cinética es la máxima es:**

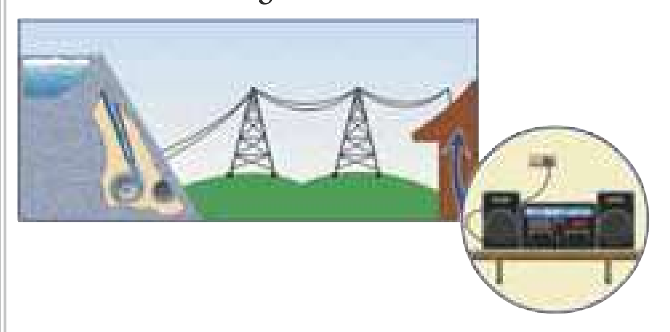
a. en su máxima elongación, el punto más bajo.

b. el punto de equilibrio, punto medio.

c. su máxima compresión, punto más alto.

d. en cualquier punto, pues su energía cinética es constante.

3 **Explica todas las transformaciones de la energía que se presentan en la hidroeléctrica que se muestra en la figura.**



4 **La fuente de energía que se encuentra en la materia orgánica, de origen vegetal o animal y en los materiales obtenidos a partir de su transformación, recibe el nombre de:**

a. biomasa.

b. geotérmica.

c. mareomotriz.

d. solar.

Analiza y resuelve

5 **¿Por qué cuando se enciende una bombilla esta se calienta?**

6 **¿Qué consume más combustible, un auto pequeño o un camión de acarreos? ¿Por qué?**

7 **¿Es posible estirar un resorte ilimitadamente? ¿Por qué?**

8 **¿Por qué la red de seguridad que se utiliza en los circos bajo los trapecios, debe quedar poco tensada?**

9 **Es posible que cuando una pelota, que se ha lanzado contra el suelo, rebote, alcance una altura mayor a aquella de la que fue lanzada? ¿Por qué?**

10 **Desde lo alto de un plano inclinado sin fricción se deja rodar una esfera de masa m. Si el plano tiene una altura h, la velocidad que alcanza la esfera depende de:**

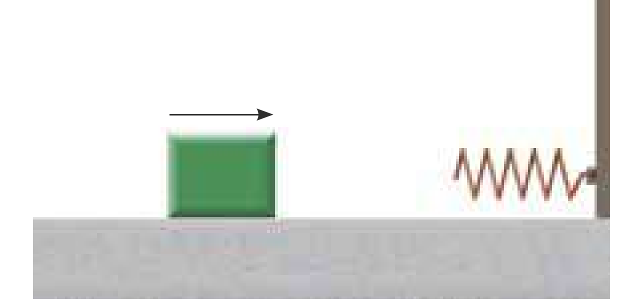
a. la masa de la esfera.

b. la altura del plano.

c. el ángulo de inclinación del plano.

d. la masa de la esfera y la altura del plano.

11 **Un bloque de masa *m* que se mueve con una rapidez *v*, choca contra un resorte sobre una superficie sin rozamiento, como se muestra en la figura. Si se aumenta la rapidez del bloque, ¿qué variación tiene la compresión del resorte?**



Problemas básicos

12 **Un niño lanza su pelota hacia arriba por un plano inclinado sin fricción, si recorre 1,5 m sobre el plano y alcanza una altura de 90 cm, ¿con qué velocidad lanzó el niño la pelota?**

 © Santillana

13 **Una flecha de 25 g, es lanzada con una velocidad de 22 m/s formando un ángulo de 45° con la horizontal. Si el arquero se encuentra acostado:**

a. ¿cuál es su energía cinética en el punto más alto de su trayectoria?

b. ¿qué altura alcanza?

c. ¿cuál es su energía potencial en el punto más alto de su trayectoria?

14 **Un joven en su monopatín se lanza por una rampa inclinada sin fricción de 8 m de altura. ¿Con qué velocidad llega al final de la rampa?**

15 **Un niño de 35 kg de masa se lanza por un tobogán sin fricción, desde una altura de 3,5 m, luego se mueve por un plano horizontal con un coeficiente de rozamiento de 0,5 en el cual se detiene.**

a. ¿Qué velocidad tiene el niño en el momento de iniciar su recorrido por el plano horizontal?

b. ¿Qué distancia recorre en el plano horizontal, antes de detenerse?

16 **Se requiere de una masa de 850 g para elongar un resorte 5 cm.**

a. ¿Cuál es el valor de la constante de elasticidad del resorte?

b. ¿Qué trabajo realiza la fuerza?

17 **Una fuerza de 45 N comprime un resorte 15 cm. Determina:**

a. Constante de elasticidad del resorte.

b. Energía potencial elástica.

18 **Se deja caer una esfera de 2,5 kg de masa desde una altura de 4 m sobre un resorte que se encuentra verticalmente sobre el suelo. El resorte tiene una constante de 300 N/m.**

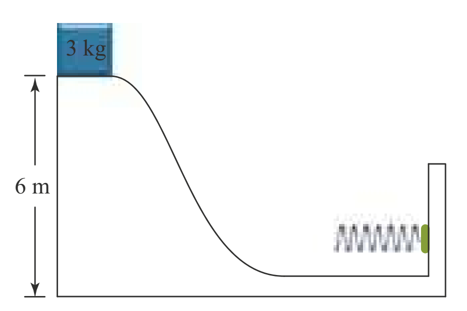
a. ¿Con qué velocidad llega la masa al resorte?

b. ¿Cuánto se comprime el resorte por acción de la masa?

19 **Un bloque de masa 5 kg, cae por una superficie sin fricción desde una altura de 6 m como se muestra en la figura. El bloque tiene una velocidad inicial de 1,5 m/s y choca contra el resorte comprimiéndolo 25 cm.**

a. ¿Cuál es la velocidad con la que choca contra el resorte?

b. ¿Cuál es el valor de la constante de elasticidad del resorte?



Problemas de profundización

20 **Un ladrillo de 850 g de masa es tumbado accidentalmente por un obrero desde un andamio a una altura de 6 m.**

a. ¿Cuál es la energía cinética del ladrillo en el instante en que lo tumba el obrero?

b. ¿Cuánto vale la energía mecánica del ladrillo a 3 m del suelo?

c. ¿Con qué velocidad llega el ladrillo al suelo?

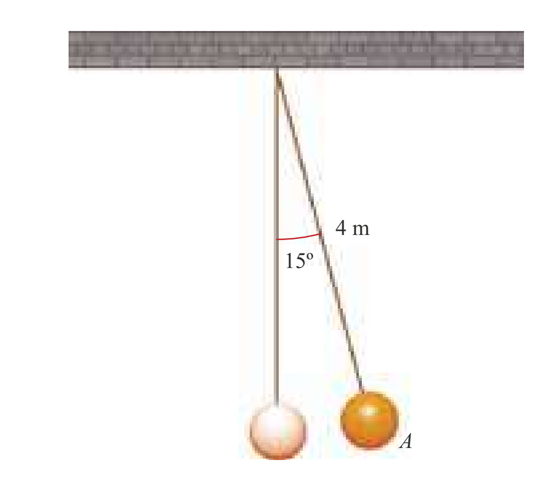
21 **Una flecha de 30 g de masa que se mueve con una velocidad de 100 m/s, se incrusta 15 cm en un árbol hasta detenerse. ¿Cuál es el valor de la fuerza de fricción entre el árbol y la flecha?**

22 **Un automóvil de 1.200 kg de masa comienza a subir por una colina de 15° de inclinación a una velocidad de 45 km/h. Cuando se apaga su motor y se detiene después de recorrer 350 m,**

a. ¿cuánta energía se transforma en calor?

b. ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento?

23 **Un péndulo se suelta en el punto A, como indica la figura. Calcula la rapidez en la parte baja de la trayectoria, si la fricción es despreciable.**



Trabajo

Muchas veces asociamos la palabra **trabajo** con alguna actividad que requiere algo de esfuerzo físico o intelectual, como mover un mueble, montar bicicleta o leer. En física, el concepto de **trabajo** está asociado a la acción de una fuerza sobre el objeto y un desplazamiento de este.

En la siguiente práctica podrás conocer la relación entre la fuerza ejercida y la distancia recorrida por un objeto.

Conocimientos previos

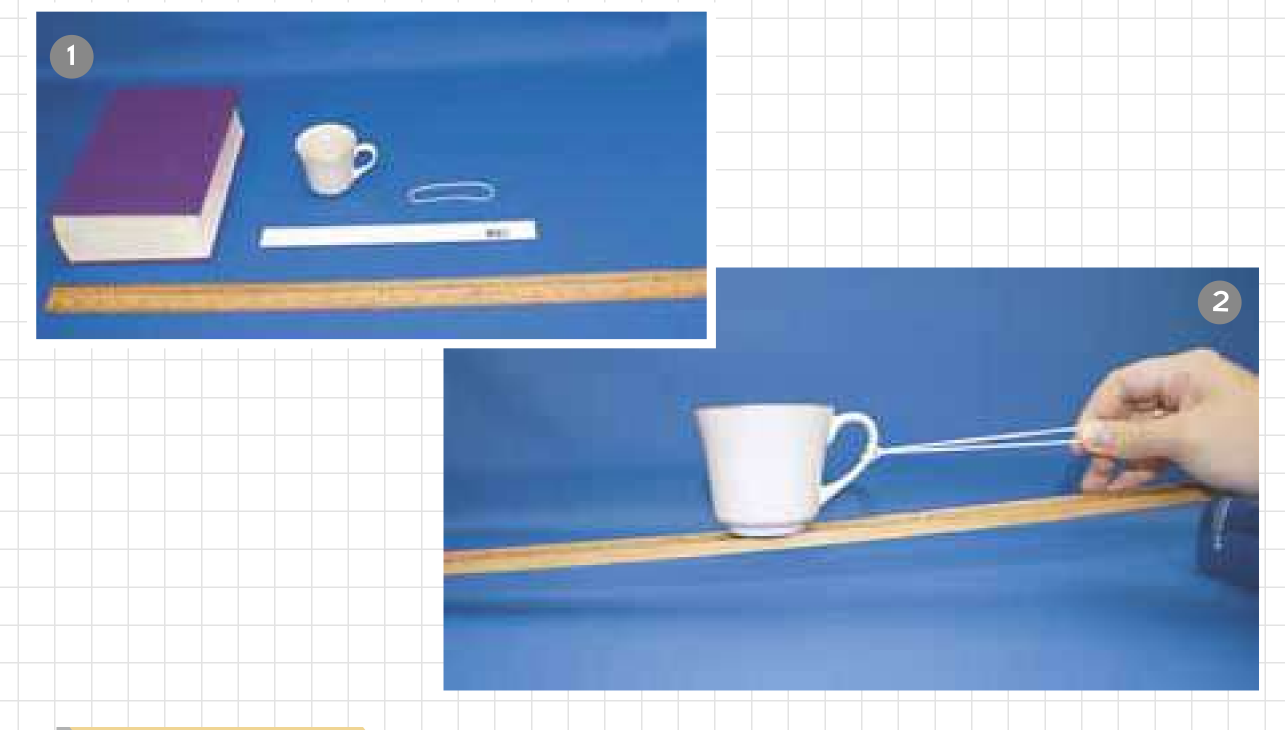
Energía

Materiales

- Una banda de caucho
- 1 pocillo tintero
- 1 libro
- 1 regla de 30 cm
- 1 regla de un metro

Procedimiento

1. Coloca el libro sobre el escritorio o sobre la mesa.
2. Pon la regla con un extremo sobre el libro y el otro sobre la mesa, de tal manera que construyas un plano inclinado.
3. Coloca el pocillo en la parte más baja de la regla.
4. Fija la banda de caucho al pocillo.
5. Desliza suavemente el pocillo hacia arriba del plano inclinado.
6. Determina la nueva longitud de la banda de caucho.
7. Repite los pasos anteriores con la regla de un metro.



Análisis de resultados

1. Realiza una descripción del fenómeno observado.
2. ¿Qué relación puedes encontrar entre la fuerza aplicada y la longitud del plano inclinado? Explica.
3. ¿Cómo harías el experimento para tomar datos de fuerza y distancia?

 © Santillana

Principio de conservación de la energía mecánica

La **energía mecánica** es la suma de la energía potencial más la energía cinética. Cuando la energía mecánica de un sistema permanece constante, la energía cinética se transforma en energía potencial y viceversa.

En esta práctica nos proponemos verificar la conservación de la energía mecánica del sistema que conforman dos cuerpos en el arreglo de la máquina de Atwood.

Conocimientos previos

Energía cinética, energía potencial y movimiento uniforme acelerado.

Materiales

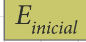
- Polea
- Cuerda
- Soporte
- Cronómetro
- 1,20 m de hilo delgado
- Dos pesas de masas similares pero no iguales
- Regla
- Cronómetro

Procedimiento

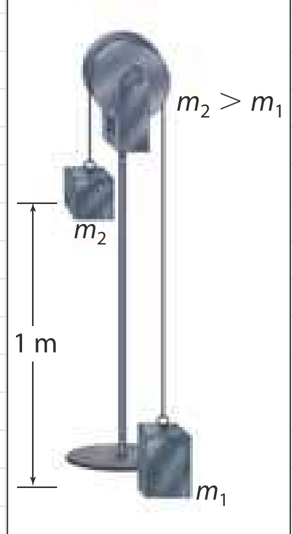
1. Sostén las masas en la disposición de la figura. Las masas deben tener pesos similares para obtener mayor precisión en la medida del tiempo.
2. Calcula la aceleración de caída de la pesa de masa m_2, mediante la expresión:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g$$

3. Determina la energía potencial, con respecto al suelo, de cada una de las masas y encuentra la suma de las energías, $E_{inicial}$. Registra este dato en la siguiente tabla.



$E_{inicial}$	



4. Suelta las masas y mide con el cronómetro el tiempo que emplea la más pesada en llegar al suelo. Repite varias veces el experimento en las mismas condiciones, registra los tiempos en una tabla como la siguiente y calcula el promedio de los tiempos medidos.

No. de ensayo	Tiempo
1	
2	
3	
4	
Tiempo promedio	

5. Con el valor del tiempo promedio, calcula la velocidad con la que la pesa llega al suelo mediante la expresión

$$v = v_0 + a \cdot t$$

6. Mide la altura de la masa más liviana cuando la más pesada ha tocado el suelo. Determina la energía potencial, con respecto al suelo, de cada masa para este instante.
7. Halla la energía cinética de cada masa un instante antes que la masa más pesada llegue al suelo.
8. Calcula la suma $E_{inicial} = E_{pfinal} + E_{cfinal}$.

Análisis de resultados

1. Explica las transformaciones de energía que se han producido en el experimento.
2. Compara los valores de la energía inicial y la energía final.
4. Explica a qué se puede deber la diferencia encontrada entre los valores de la energía inicial y final.



UNIDAD 7

Mecánica de fluidos

Temas de la unidad

1. Fluidos en reposo
2. Fluidos en movimiento

 © Santillana



Para pensar…

Desde hace muchos siglos el hombre se ha planteado la manera de aprovechar los recursos que la naturaleza le ha proporcionado para vivir mejor.

Entre estos recursos, los líquidos y los gases han ocupado un lugar privilegiado en su desarrollo. Así, se ha servido de las corrientes fluviales para el transporte de las embarcaciones y para generar energía eléctrica; de la fuerza que el viento, ejerce sobre las aspas de los molinos, para la extracción de agua del subsuelo, entre otras posibilidades. Los líquidos y los gases han sido cruciales en muchos aspectos de nuestra vida cotidiana. Ejemplos sencillos se ven en el agua que consumimos, en la sangre que circula por nuestro cuerpo, en el oxígeno que respiramos. En fin, vivimos inmersos en ellos.

Los líquidos y los gases se asemejan entre sí debido a una característica común llamada fluidez, razón por la cual ambos se denominan fluidos.

En un líquido, las moléculas están cerca unas de las otras y experimentan constantes colisiones entre sí, por otra parte, en un gas las moléculas se encuentran muy alejadas y pueden moverse con mayor libertad.

En esta unidad, estudiaremos el comportamiento de los fluidos tanto en reposo como en movimiento.

Para responder…

- ¿Cómo explicas que un bote se pueda mantener sobre el agua?
- ¿Qué fuerzas actúan sobre el bote en el deporte de navegación a vela?
- ¿Qué ejemplo conoces de un sistema que se mueva por la acción de un gas o de un líquido?

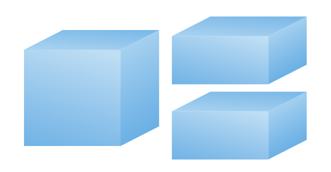


Figura 1. La densidad es propia de los materiales.

1. Fluidos en reposo

1.1 Densidad

Supón que tienes en tus manos un bloque de madera al cual corresponde determinada masa y determinado volumen. Si en algún momento decides partirlo en dos, a cada parte le corresponde la mitad de la masa y ocupa la mitad del volumen del bloque inicial (figura 1).

Al analizar esta sencilla experiencia, se puede afirmar que a cada cantidad de masa le corresponde un volumen determinado.

Definición

Se denomina densidad a la masa que ocupa 1 cm³ de sustancia homogénea.

La densidad (ρ) de una sustancia se define como el cociente entre su masa (m) y su volumen (V), es decir:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

La unidad de medida de la densidad en el SI es el kilogramo sobre metro cúbico (1 kg/m^3) aunque generalmente se expresa en gramos sobre centímetro cúbico (1 g/cm^3). Debemos tener en cuenta que 1 g/cm^3 = 1.000 kg/m^3.

En la tabla que se muestra a continuación se presenta la densidad de algunas sustancias.

Tabla 7.1

Material	Densidad (g/cm^3)
Aire (1 atm, 20 °C)	$1,29 \cdot 10^{-3}$
Plata	10,5
Etanol	0,81
Plomo	11,3
Hielo	0,92
Mercurio	13,6
Agua	1
Oro	19,3
Agua de mar	1,03
Platino	21,4
Sangre	1,06
Dióxido de carbono	$2,00 \cdot 10^{-3}$
Aluminio	2,7
Oxígeno	$1,43 \cdot 10^{-3}$
Hierro, acero	7,8
Hidrógeno	$1,20 \cdot 10^{-5}$
Cobre	8,6
Helio	$1,79 \cdot 10^{-4}$

Un material puede presentar cambios en su densidad por dos factores:

- la temperatura a la cual se encuentra. Este cambio se debe a que el volumen de una sustancia depende de la temperatura.
- la presión que se ejerce sobre él.



Blas Pascal. Realizó estudios en hidrostática. La tecnología de las máquinas hidráulicas se la debemos a él.

 © Santillana

Una medida estándar de la densidad es la densidad relativa.

Definición

La densidad relativa es el cociente entre la densidad de una sustancia y la densidad del agua a una temperatura de 4 °C (1 g/cm³).

Por ejemplo, la densidad relativa del plomo es 11,3, lo cual significa que el plomo es 11,3 veces más denso que el agua.

Por esta razón, si tomamos iguales volúmenes de agua y plomo, encontramos que la masa del volumen de plomo es 11,3 veces mayor que la masa del volumen de agua.

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \frac{mg}{V}\, g = \rho g$$

EJEMPLOS

1. **La policía decomisó en un operativo, un pequeño lingote de oro de masa 0,8 kg y de volumen 235 cm³. Al observar las características del lingote, un técnico afirmó que era posible que dicho lingote no fuera de oro. ¿Es cierta la afirmación del técnico?**



Solución:

Para determinar si la afirmación del técnico es cierta se debe verificar si la densidad del lingote mencionado corresponde a la del oro. Así:

$$\rho = \frac{m_{lingote}}{V_{lingote}}$$

$$\rho = \frac{800\ \text{g}}{235\ \text{cm}^3} = 3{,}4\ \text{g/cm}^3 = 3{,}4 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$$

Como se observa en la tabla de la página anterior la densidad del oro es 19,3 g/cm³. Por ende, la afirmación del técnico es verdadera.

2. **Calcular la masa y el peso de un colchón de aire, cuyas dimensiones son 2 m de largo, 2 m de ancho y 30 cm de profundidad.**

Solución:

Se tiene que $\rho_{aire} = 1{,}29 \cdot 10^{-3}\ \text{g/cm}^3 = 1{,}29\ \text{kg/m}^3$.

Ahora,

$$V = 2\ \text{m} \cdot 2\ \text{m} \cdot 0{,}3\ \text{m} = 1{,}2\ \text{m}^3$$ *Volumen del colchón*

Como:

$$\rho_{aire} = \frac{m_{aire}}{V}$$

Tenemos:

$$m = \rho_{aire} \cdot V$$ *Se despeja m*

$$m = (1{,}29\ \text{kg/m}^3)(1{,}2\ \text{m}^3) = 1{,}55\ \text{kg}$$ *Se remplaza*

El peso es: $w = m \cdot g = (1{,}55\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2) = 15{,}19\ \text{N}$

Así, el peso de un colchón de aire de las dimensiones dadas es aproximadamente tres libras y media.

EJEMPLOS

3. Calcular la masa de un colchón de agua cuyas dimensiones son 2 m de largo, 2 m de ancho y 30 cm de profundidad.

Se considera la densidad del agua y se calcula la masa y el peso del colchón de agua.

$m = \rho_{agua} V$

$m_{agua} = (1.000\ kg/m^3)(1{,}2\ m^3) = 1.200\ kg$

La masa del agua es 1.200 kg lo cual equivale a 1,2 toneladas.



El transporte de un colchón de agua de estas características sería una tarea bastante difícil.

1.2 La presión

Alguna vez te has preguntado ¿por qué sientes más dolor cuando recibes una pisada de una persona que lleva unos zapatos con tacón alto, que cuando la recibes de una persona que lleva zapatos planos?

Al estar una persona de pie, la fuerza perpendicular que ejerce sobre el suelo horizontal, es decir el peso, se distribuye sobre la superficie de sus pies; si posee zapatos planos el peso se reparte sobre toda la suela del calzado; mientras si tiene calzado con tacón alto, el peso se reparte en un área menor.

Definición

La presión (P) es la razón entre la fuerza perpendicular ($F_{\perp}$), ejercida sobre la superficie y el área (A) de la misma.

$$P = \frac{F_{\perp}}{A}$$

La unidad de medida de la presión en el SI se expresa a partir de la relación entre las unidades de medida de la fuerza y el área.

La fuerza se mide en newton (N) y el área en metros cuadrados (m^2); por ende, la presión se mide en newtons sobre metro cuadrado (N/m^2). Esta unidad se denomina pascal (Pa). También, se utiliza como unidad de medida de la presión la libra/pulgada^2, psi (1 psi = 6.900 Pa).

EJEMPLO

Una mujer de 70 kg, se balancea sobre uno de los tacones de sus zapatos. Si el tacón es circular con un radio de 0,5 cm, ¿qué presión ejerce ella sobre el suelo?

Solución:

Calculamos la superficie de los tacones a partir del área del círculo.

$A_{tacón} = \pi \cdot r^2_{tacón}$

$A_{tacón} = \pi \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-2}\ m)^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-5}\ m^2$

Ahora, se calcula el peso de la mujer:

$w_{mujer} = m_{mujer} \cdot g$

$w_{mujer} = (70\ kg)(9{,}8\ m/s^2) = 686\ N$

A partir de la definición de presión:

$$P_{tacón} = \frac{F_{\perp}}{A_{tacón}}$$

$$P_{tacón} = \frac{686\ N}{7{,}85 \cdot 10^{-5}\ m^2} = 8{,}74 \cdot 10^6\ Pa$$

En conclusión, la mujer ejerce sobre el suelo una presión de $8{,}74 \cdot 10^6$ Pa.

1.3 La presión en los líquidos



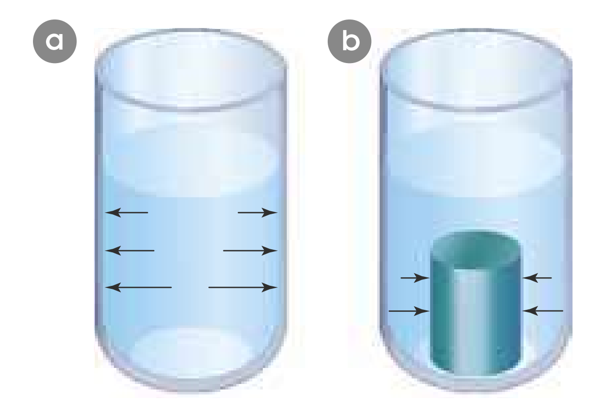
Figura 2. Un buzo experimenta la presión del agua a medida que se sumerge.

¿Has experimentado alguna vez la sensación de presión en los oídos cuando te sumerges en una piscina? Cuando haces esta divertida actividad es fácil percibir que a medida que te vas sumergiendo la presión que experimentas es mayor. Lo que ocurre en este caso, como lo estudiaremos a continuación es que la presión que ejerce el agua sobre ti, es mayor a medida que estás más abajo.

Veamos cómo se explica físicamente este fenómeno.

Considera que el agua de la piscina es el líquido contenido en un recipiente y tu cuerpo es un sólido que se ha sumergido en dicho recipiente.

El líquido contenido en el recipiente, ejerce una fuerza en dirección perpendicular a las paredes en cada punto de él (figura a). Por tal razón, al sumergir el sólido dentro del líquido, en cada punto de las paredes del sólido, el líquido ejerce fuerza en dirección perpendicular (figura b).



Ahora, consideremos un recipiente cilíndrico que contiene un líquido de densidad ρ, en el cual la altura del líquido con respecto al fondo del recipiente es h y el área de la base del cilindro es A (figura 3).

La fuerza F que soporta la superficie de la base es igual al peso de la columna de líquido que hay por encima de ella, es decir,

$$F = m \cdot g$$

A partir de la expresión $m = p \cdot v$, tenemos:

$$F = \rho \cdot V \cdot g$$

Además, el volumen del cilindro se expresa como $V = A \cdot h$. Luego, la expresión para la fuerza sería:

$$F = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

A partir de la definición de presión en la superficie del fondo se cumple que:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A},$$

por ende, al remplazar se tiene que:

$$P = \frac{\rho \cdot A \cdot g \cdot h}{A}$$

Y al simplificar el área, se obtiene que:

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

Este resultado es válido para cualquier punto interior de un líquido contenido en un recipiente a una profundidad h.

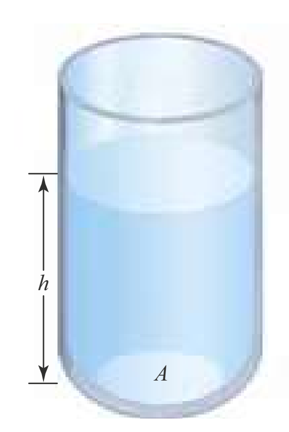


Figura 3. Recipiente cilíndrico lleno de líquido hasta una altura h.

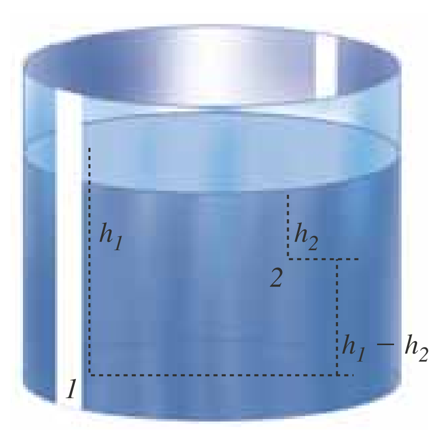


Figura 4. Puntos en un líquido que están a profundidades h_1 y h_2.

A partir de esto podemos deducir que:

- La presión en un punto del interior de un líquido en reposo es proporcional a la profundidad *h*.
- Si se consideran dos líquidos diferentes, a la misma profundidad, la presión es mayor cuando el líquido es más denso.
- La presión no depende del área del recipiente y, en consecuencia, no depende del volumen del líquido contenido.

Si ahora consideramos dos puntos, 1 y 2, cuyas profundidades dentro de un líquido en equilibrio son h_1 y h_2, respectivamente (figura 4), tenemos que la presión en cada punto es:

$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 \quad P_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$

Por ende, la diferencia de presiones es:

$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot h_1 - \rho \cdot g \cdot h_2$

Lo cual se puede expresar como:

$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$

Esta igualdad recibe el nombre de ecuación fundamental de la hidrostática y muestra que:

- La diferencia de presión entre dos puntos de un fluido en reposo depende de la diferencia de alturas.
- Si los dos puntos están a la misma profundidad en el interior del líquido, soportan la misma presión independientemente de la forma del recipiente.

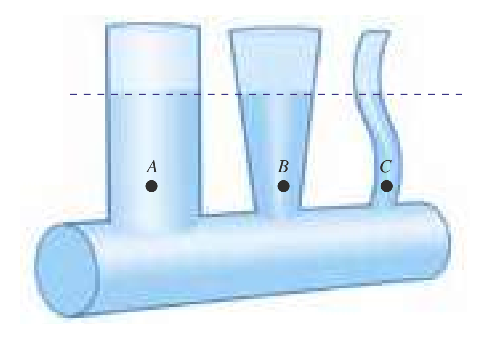


Figura 5. La presión que experimentan los puntos *A*, *B* y *C* ¡es la misma!

Una de las demostraciones experimentales de esta última conclusión se presenta en el principio de los vasos comunicantes, que son dos o más recipientes de diversa forma y tamaño que entre sí contienen un fluido. Como la presión solo depende de la profundidad y no de la forma del recipiente, entonces esta será la misma en todos los puntos que estén a la misma profundidad (figura 5).

Un ejemplo cotidiano de los vasos comunicantes ocurre cuando los albañiles quieren nivelar horizontalmente un muro, puesto que suelen usar una manguera transparente que contiene agua, cuyos extremos permiten ubicar los puntos del muro en los cuales el nivel del agua es el mismo. Cuando el agua queda quieta, marcan el nivel de modo que la línea *PQ* queda horizontal.



 © Santillana

EJEMPLOS

1. Por una de las ramas de un tubo en *U*, que inicialmente contiene agua, se vierte aceite. Los líquidos no se mezclan y quedan distribuidos en el tubo como muestra la figura. Si la altura de la columna de aceite, h_{aceite}, mide 22 cm y la diferencia de alturas de la columna de agua es de 20 cm, determinar la densidad del aceite.

Solución:

Como los puntos 1 y 2 se encuentran a la misma presión, debido a que los líquidos están en equilibrio, entonces:

$P_1 = P_2$

Por ende, tenemos que:

$\rho_{agua} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{aceite} \cdot g \cdot h_2$

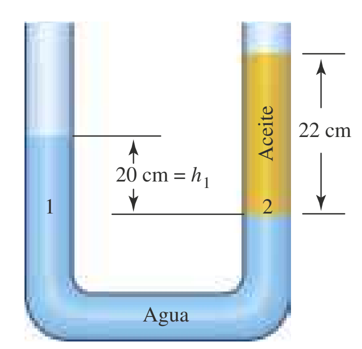
$\rho_{agua}\, h_1 = \rho_{aceite}\, h_2$ *Al simplificar g*

$(1\ g/cm^3)(20\ cm) = \rho_{aceite}\ (22\ cm)$ *Al remplazar*

$$\rho_{aceite} = \frac{(1\ g/cm^3)(20\ cm)}{22\ cm}$$

$\rho_{aceite} = 0{,}9\ g/cm^3$

La densidad del aceite es 0,9 g/cm³.



2. Dentro de un recipiente con agua, cuya forma se representa en la figura, se suspende un cubo de arista 10 cm.

Si la superficie superior del cubo se encuentra 40 cm por debajo de la superficie libre del líquido contenido en el recipiente, determinar:

a. La presión ejercida por el líquido sobre la cara superior del cubo.

b. La presión ejercida por el líquido sobre la cara inferior del cubo.

c. La fuerza que experimenta la cara superior del cubo.

d. La fuerza que experimenta la cara inferior del cubo.

e. La fuerza que ejerce el líquido sobre el cubo.

Solución:

a. En la cara superior del cubo tenemos:

$P_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$

$P_2 = 1.000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 0{,}4\ m = 3.920\ Pa$

La presión sobre la cara superior del cubo es 3.920 Pa.

b. En la cara inferior del cubo tenemos:

$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$

$P_1 = 1.000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 0{,}5\ m = 4.900\ Pa$

La presión sobre la cara inferior del cubo es 4.900 Pa.

c. El área de cada cara del cubo es:

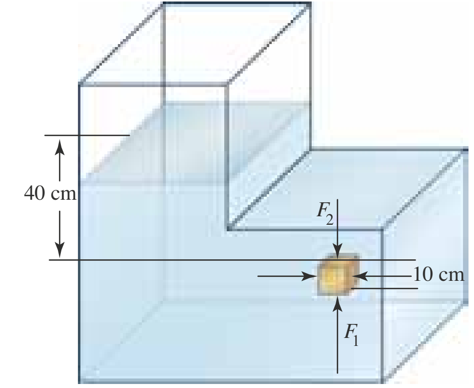
$A = (0{,}1\ m)^2 = 0{,}01\ m^2$

Para la fuerza que experimenta la cara superior del cubo tenemos:

$$P_2 = \frac{F_2}{A}$$

$$3.920\ Pa = \frac{F_2}{0{,}01\ m^2}$$ *Al remplazar*

$F = 39{,}2\ N$ *Al calcular*



La fuerza que experimenta la cara superior del cubo es 39,2 N.

d. Para la fuerza que experimenta la cara inferior del cubo tenemos:

$$P_1 = \frac{F_1}{A}$$

$$4.900\ Pa = \frac{F_1}{0{,}01\ m^2}$$ *Al remplazar*

$F = 49{,}0\ N$ *Al calcular*

La fuerza que experimenta la cara inferior del cubo es 49,0 N.

e. La fuerza que ejerce el líquido sobre el cubo está dirigida hacia arriba y mide

$49{,}0\ N - 39{,}2\ N = 9{,}8\ N.$



Figura 6. El descubrimiento de Pascal no habría pasado de ser una curiosidad si a alguien no se le hubiera ocurrido conectar dos recipientes de diferente área, aplicar el principio y observar cómo a partir de una pequeña fuerza se obtiene una fuerza mayor.

En el estudio de la hidrostática estudiaremos dos principios que son fundamentales: el principio de Pascal y el principio de Arquímedes.

1.4 El principio de Pascal

Probablemente más de una vez has visto maquinaria pesada trabajando en las calles o en las carreteras levantando grandes piedras o rompiendo el pavimento para hacer algún arreglo. La pregunta de rigor en estos casos es, ¿cómo estas máquinas pueden desarrollar fuerzas tan grandes?

La respuesta está en su mecanismo de funcionamiento. La mayoría de estas máquinas son hidráulicas, es decir, usan los fluidos para aplicar y aumentar las fuerzas.

En las máquinas hidráulicas (figura 6) el brazo que aplica la fuerza se mueve gracias a un líquido contenido en un cilindro, generalmente aceite que empuja un émbolo. Es muy importante el diámetro del émbolo ya que cuanto mayor es, más intensa es la fuerza desarrollada por la máquina hidráulica.

La tecnología de las máquinas hidráulicas se la debemos a Pascal, quien descubrió un hecho que luego se transformó en lo que hoy conocemos como Principio de Pascal.

Definición

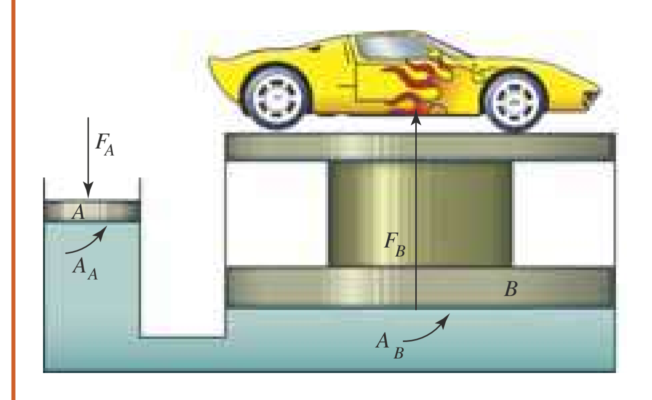
Principio de Pascal

Si aplicamos una presión externa a cualquier punto de un fluido en reposo, esta presión se transmite exactamente igual a todos los puntos del fluido.

Por ejemplo, si presionamos con las manos el émbolo de una jeringa que contiene aire a la cual le tapamos el orificio de salida, cualquier sector dentro del fluido experimenta un aumento de presión igual a la presión externa ejercida.

EJEMPLO

Para levantar un carro se utiliza un gato hidráulico, como se muestra en la figura. Si la masa del automóvil es 1.000 kg y en el pistón *A*, cuya área es 20 cm², se aplica una fuerza de 200 N, determinar el área del pistón *B* para que ejerza una presión igual a la ejercida por el pistón *A*.



Solución:

Cuando se ejerce la fuerza $\vec{F}_A$ sobre el pistón A de área A_A, el líquido contenido en el dispositivo experimenta un aumento en la presión P_A que de acuerdo con el principio de Pascal es igual al aumento de presión P_B en el pistón B de área A_B, es decir, $P_A = P_B$, por tanto:

$$\frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B}$$

Como la masa del carro es 1.000 kg, su peso es:

$W = m \cdot g = 1.000\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 9.800\ \text{N}$.

Luego, $\dfrac{200\ \text{N}}{20 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = \dfrac{9.800\ \text{N}}{A_B}$

$$A_B = \frac{(20 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2)(9.800\ \text{N})}{200\ \text{N}} = 0{,}098\ \text{m}^2$$

El área del pistón B es 0,098 m², es decir, 980 cm².

El ejemplo anterior muestra que al aplicar una fuerza en un pistón, la fuerza producida en un pistón de mayor área es mayor. Esta es la razón por la cual este tipo de sistemas recibe el nombre de máquinas hidráulicas, pues a partir de la aplicación de una fuerza de menor intensidad se obtiene una fuerza de mayor intensidad.

Una de las aplicaciones de este concepto es el empleado en el sistema de frenos hidráulicos de un automóvil, el cual consta de un pistón que se acciona cuando se oprime el pedal y de unos pistones en cada rueda, de tal manera que al aplicar una fuerza de menor intensidad sobre el pedal se obtiene una fuerza de mayor intensidad, en los pistones de las ruedas, suficiente para detener el automóvil (figura 7).

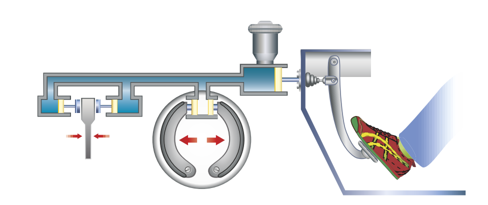


Figura 7. Sistema de frenos hidráulico de un automóvil

1.5 El principio de Arquímedes

Arquímedes descubrió su famoso principio cuando se le pidió que determinara si una corona estaba fabricada con oro puro, o si había sido adulterada. Al meterse un día en la bañera y observar que el nivel del agua subía, imaginó cómo resolver el problema y salió a la calle gritando ¡Eureka! (¡Lo he encontrado!). Para corroborar su idea, sumergió la corona en agua y midió el volumen de líquido desplazado, después midió el volumen de agua que desplazaba una masa, igual que la corona, de oro puro y los comparó. Así Arquímedes resolvió el enigma: la corona no era de oro puro, estaba hecha de una aleación.



Figura 8. La pelota inflada es difícil de sumergir en un balde con agua.

De esta manera el principio de Arquímedes nos permite interpretar el comportamiento de un sólido que se sumerge total o parcialmente en un fluido. Por ejemplo, ¿has sumergido una pelota inflada en un balde con agua? (figura 8).

Cuando la pelota se sumerge se percibe que esta experimenta una fuerza, que es ejercida por el líquido. Esta fuerza, dirigida hacia arriba, es ejercida por los fluidos sobre los sólidos que se sumergen en ellos y se conoce como fuerza de empuje.

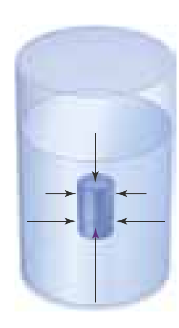


Figura 9a. Un cilindro sumergido en un líquido, a mayor profundidad experimenta mayor presión.

Como lo hemos descrito, cuando un sólido se sumerge en un fluido, este le ejerce fuerza perpendicular a las paredes en cada punto del sólido, de tal manera que las fuerzas que actúan horizontalmente se anulan entre sí y la fuerza neta en dicha dirección es igual a cero. También sabemos que cuanto mayor es la profundidad, mayor es la presión, así que para el caso del cilindro (figura 9a), tenemos que la fuerza ejercida hacia arriba en la cara inferior es mayor que la fuerza ejercida hacia abajo en la cara superior. De ahí que la fuerza vertical, o fuerza de empuje, ejercida por el líquido sobre el cilindro se dirija hacia arriba.

Para determinar una expresión para la fuerza de empuje, supongamos que un sólido se encuentra sumergido dentro de un líquido cuya densidad es ρ_l como muestra la figura 9b.

La cara inferior del cilindro, que se encuentra a una profundidad h_1, experimenta una fuerza F_1 ejercida sobre su superficie A. Esta presión ejercida por el líquido sobre la cara inferior del cilindro es P_1 y se expresa como:

$P_1 = \rho_l \cdot g \cdot h_1$

Como $P_1 = F_1 / A$ entonces:

$F_1 = P_l \cdot A$

$F_1 = \rho_l \cdot g \cdot h_1 \cdot A$

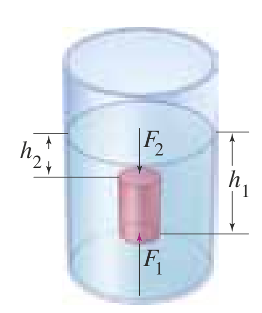


Figura 9b. La fuerza que experimenta el cilindro en la cara superior es menor que la fuerza que experimenta en la cara inferior.

EJERCICIO

¿Cuándo experimenta mayor fuerza de empuje un bloque de madera, al sumergirlo completamente en agua o si se encuentra flotando?

La cara superior del cilindro, que se encuentra a una profundidad h_2, experimenta una fuerza F_2 sobre su superficie A. Esta presión ejercida por el líquido sobre la cara superior del cilindro es P_2 y se expresa como:

$P_2 = \rho_l \cdot g \cdot h_2$

Como $P_2 = F_2/A$, entonces:

$F_2 = \rho_l \cdot g \cdot h_2 \cdot A$

Así, la fuerza de empuje es:

$F_{emp} = F_1 - F_2$

$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot h_1 \cdot A - \rho_l \cdot g \cdot h_2 \cdot A$

$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot A \cdot (h_1 - h_2)$

Como la altura del cilindro es $h_1 - h_2$ y el área de la base es A, tenemos que el volumen del cilindro, es decir: el volumen sumergido es:

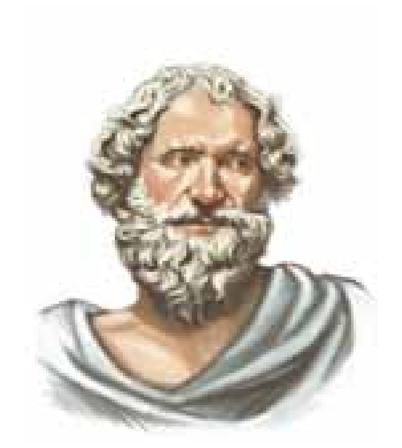
$V_{sumergido} = A\,(h_1 - h_2)$, por ende,

$$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot V_{sumergido}$$

Cuando en un líquido se sumerge un volumen de sólido $V_{sumergido}$, este desplaza un volumen igual de líquido. Si notamos con $V_{desplazado}$ al volumen del líquido desplazado, la ecuación para la fuerza de empuje se expresa como:

$$F_{emp} = \rho_l \cdot g \cdot V_{desplazado}$$

De donde $\rho_l \cdot V_{desplazado}$ es la masa del líquido desplazado, y el producto de esta masa por la gravedad es el peso del líquido desplazado. Es decir, que la fuerza de empuje es igual al peso del líquido desplazado.



Arquímedes. Arquímedes, formuló el principio que lleva su nombre, este principio permite interpretar el comportamiento de un sólido que se sumerge en el agua.

Definición

Principio de Arquímedes

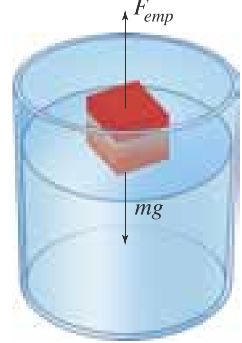
Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de empuje vertical, hacia arriba, que es igual al peso del volumen de líquido desplazado.

Aunque hemos hecho la deducción para un cilindro totalmente sumergido en un líquido de densidad ρ_l, el principio de Arquímedes es válido para sólidos de cualquier forma y se cumple para sólidos parcialmente sumergidos en fluidos, pues la expresión para la fuerza de empuje involucra el volumen de líquido desplazado.

A partir del principio de Arquímedes tenemos que independientemente de sus densidades, dos sólidos de igual volumen sumergidos en un fluido desplazan la misma cantidad de fluido, por tanto experimentan iguales fuerzas de empuje.

EJEMPLOS

1. **Un bloque de madera cuyo peso es 10,0 N ocupa un volumen de 1.300 cm³ y flota sobre la superficie del agua contenida en un recipiente. Determinar:**
   a. La densidad de la madera.
   b. El volumen del bloque sumergido en el agua.



Solución:

a. Puesto que el peso mg de la madera es 10,0 N, la masa de la madera es 1,02 kg,

por tanto $\rho_{madera} = \dfrac{m}{V} = \dfrac{1{,}02\ \text{kg}}{1{,}3 \cdot 10^{-3}\text{m}^3} = 785\ \text{kg/m}^3$

La densidad de la madera, que es menor que la densidad del agua, es 785 kg/m³.

 © Santillana

EJEMPLOS

b. Como el bloque se encuentra en equilibrio en la superficie del agua, la fuerza de empuje es igual a su peso. A partir de:

$$F_{emp} = \rho_{agua} \cdot g \cdot V_{sumergido}$$

$$V_{sumergido} = \frac{F_{emp}}{\rho_{agua} \cdot g} = \frac{10\ \text{N}}{1.000\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 1{,}02 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$$

El volumen sumergido mide $1{,}02 \cdot 10^{-3}$ m³, es decir, 1.020 cm³, es menor que el volumen del bloque.

2. **Un esquimal se encuentra sobre un bloque de hielo de 1,5 m³ de volumen, de manera que la superficie superior del bloque coincide con la superficie del agua del río en el cual se encuentra. Determinar la masa del esquimal.**

Solución:

A partir de la densidad del hielo, determinamos la masa m_b del bloque. Así:

$$\rho = \frac{m}{v}$$

Por tanto,

$$920\ \text{kg/m}^3 = \frac{m_b}{1{,}5\ \text{m}^3} \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$m_b = 1.380\ \text{kg} \qquad \textit{Al despejar } m_b \textit{ y calcular}$$

Si m_e representa la masa del esquimal, como el sistema está en equilibrio, tenemos que:

$$F_{emp} = m_b \cdot g + m_e \cdot g$$

A partir de la expresión de la fuerza de empuje, tenemos:

$$\rho_l \cdot g \cdot V_{desplazado} = m_b \cdot g + m_e \cdot g$$

$$\rho_l \cdot V_{desplazado} = m_b + m_e$$

$$1.000\ \text{kg/m}^3 \cdot 1{,}5\ \text{m}^3 = 1.380\ \text{kg} + m_e$$

$$M_e = 120\ \text{kg}$$

En conclusión, la masa del esquimal es 120 kg.

1.6 La presión en los gases

1.6.1 La presión atmosférica

La Tierra está rodeada por una capa de aire, de tal manera que nosotros y todo cuanto nos rodea nos podemos considerar como cuerpos sumergidos en un fluido y, en consecuencia, experimentamos una presión que se conoce con el nombre de presión atmosférica.

Cuando nos referimos a la presión atmosférica encontramos una diferencia con respecto a lo que hemos estudiado acerca de los fluidos. En los casos que hemos analizado hasta el momento, hemos considerado que la densidad del fluido es constante, sin embargo, en el caso del aire que rodea la Tierra, las capas superiores comprimen a las capas inferiores ocasionando que la densidad de estas capas sea mayor que la densidad de las capas superiores.

La presión atmosférica varía con la altitud, así en los sitios de mayor altitud la presión atmosférica es menor que al nivel del mar (figura 10).

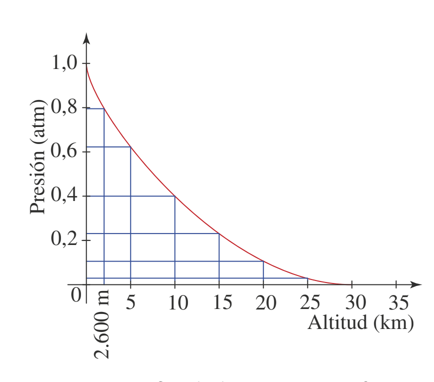


Figura 10. Gráfica de la presión atmosférica en función de la altitud.

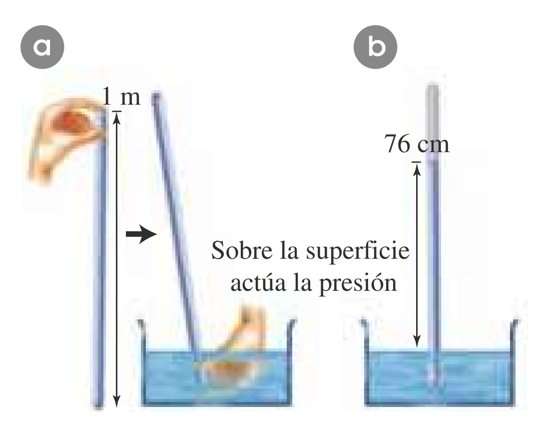


Figura 11. Medición de la presión atmosférica, realizada por el científico Evangelista Torricelli.

Por ejemplo la presión atmosférica en Bogotá, que se encuentra a 2.600 m sobre el nivel del mar, es menor que la presión atmosférica de una ciudad como Cartagena que está ubicada a nivel del mar.

El valor de la presión atmosférica al nivel del mar se utiliza como unidad de presión y se denomina **atmósfera** (atm).

La presión atmosférica de 1 atmósfera equivale aproximadamente a una presión de 10 N/cm^2, esto implica que, al nivel del mar, cada centímetro cuadrado de superficie de cualquier cuerpo soporta una fuerza de 10 N.

Nuestra contextura se ha desarrollado bajo la acción de dicha presión, así si el área de la palma de una mano mide 150 cm^2, cuando está extendida, soporta una fuerza de aproximadamente 1.500 N, lo que equivale a cargar un objeto de aproximadamente 150 kg.

A pesar de este valor, no nos sentimos comprimidos por la presión atmosférica debido a que los líquidos internos de nuestro organismo ejercen una presión interior que equilibra la presión exterior.

Una aplicación diaria de los conceptos de presión atmosférica se presenta en los alimentos que están empacados al vacío. Estar empacado al vacío significa que se ha extraído el aire del interior del empaque y, de esta manera, la presión atmosférica es superior a la presión del interior del empaque, evitando de esta manera el crecimiento de bacterias.

1.6.2 La medida de la presión atmosférica

El valor de la presión atmosférica al nivel del mar, por primera vez, fue determinado por el científico italiano Evangelista Torricelli en 1643.

Torricelli llenó un tubo cerrado de 1 m de longitud con mercurio y lo introdujo invertido en una cubeta que también contenía mercurio (figura 11a).

De esta manera observó que el mercurio que se encontraba en el interior del tubo descendía hasta alcanzar una altura de 760 mm dejando un vacío en la parte superior (figura 11b). Esta altura se mantenía igual, aunque cambiaran el diámetro del cubo o el tamaño de la cubeta.

Torricelli pensó entonces que algo debía estar sosteniendo la columna de mercurio lo cual atribuyó a la presión atmosférica ejercida sobre la cubeta y se equilibraba con la presión ejercida por la columna de mercurio.

Así pues, la presión atmosférica, P_{atm}, equivale a la presión hidrostática producida por una columna de 760 mm de mercurio. Por ende:

$$P_{atm} = \rho \cdot g \cdot h$$

Es decir, $P_{atm} = 13.600 \, \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8031 \, m/s^2 \cdot 0{,}76 \, m$

$$P_{atm} = 101.325 \text{ Pa}$$

Otra unidad de presión es el milímetro de mercurio (mmHg) que equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 1 mm de altura.

1 atm = 101.325 Pa = 760 mmHg

 © Santillana

Los valores de la presión atmosférica pueden cambiar de un día a otro en función de las condiciones meteorológicas. Hay días de alta presión y días de baja presión. Los primeros suelen anunciar buen tiempo, es decir, tiempo soleado y sin nubes. Los segundos suelen anunciar mal tiempo, es decir, lluvias o nieves.

Para predecir el tiempo meteorológico es necesario medir constantemente la presión atmosférica, lo cual se hace con instrumentos llamados **barómetros**. En la figura 12 se muestra un barómetro de mercurio.

La presión de un fluido se puede medir con un manómetro. El manómetro consta de un tubo en *U* parcialmente lleno de líquido, como el mercurio, y cuyos extremos se encuentran abiertos y uno de los cuales se conecta al recipiente que contiene al fluido. La presión se mide a partir de la diferencia de altura de los niveles de líquido en las dos ramas del tubo. Esta presión se conoce como **presión manométrica**. Uno de los manómetros más conocidos es el que mide el aire de las llantas de los autos, estos registran el valor en el cual la presión interior excede a la presión atmosférica.



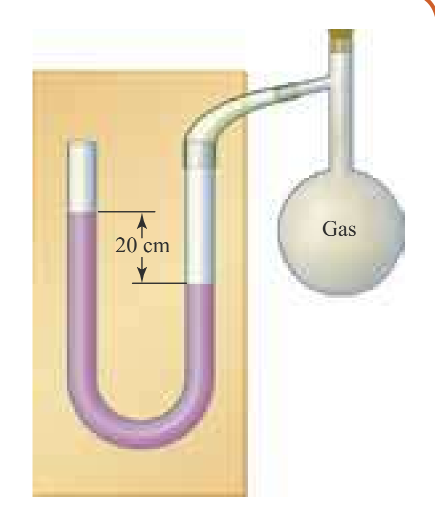
Figura 12. Barómetro de mercurio.

EJEMPLOS

En la figura se representa un manómetro construido con un tubo en U que contiene mercurio. Una de sus ramas está conectada por medio de una manguera a un balón herméticamente cerrado que contiene un gas y la diferencia de alturas entre los niveles de mercurio mide 20 cm. Determinar:

a. La presión manométrica del gas.

b. La presión total del gas si la medida se realiza al nivel del mar.



Solución:

a. Puesto que el nivel del mercurio en la rama del tubo que está conectada al gas es 200 mm menor que el nivel del mercurio en la rama con el extremo abierto, podemos concluir que la presión manométrica es 200 mmHg.

b. La presión total del gas es mayor que la presión atmosférica en 200 mmHg y es igual a la suma de la presión atmosférica más la presión manométrica es decir,

$P_{gas} = 200 \text{ mmHg} + 760 \text{ mmHg} = 960 \text{ mmHg}$.

La presión total del gas es 960 mmHg.

1.7 Tensión superficial

Generalmente la superficie de los líquidos suelen comportarse como una membrana elástica. A partir de este efecto llamado **tensión superficial** es posible que una aguja flote en la superficie del agua, que algunos insectos puedan posarse sobre un charco de agua (figura 13) y que las gotas de agua tengan la forma que las caracteriza.

Podemos encontrar la explicación del fenómeno de la tensión superficial a nivel molecular. En el interior de un líquido, cada molécula es atraída en todas direcciones por las demás con una fuerza de cohesión de origen electromagnético, cuya resultante es nula.

Sin embargo, las moléculas que se encuentran en la superficie de contacto entre el aire y el líquido solo son atraídas por las moléculas vecinas de los lados y de abajo, pues no existe fuerza de atracción encima de ellas. De esta forma se produce un estado de permanente tensión en la superficie del líquido que hace que se comporte como una película elástica.



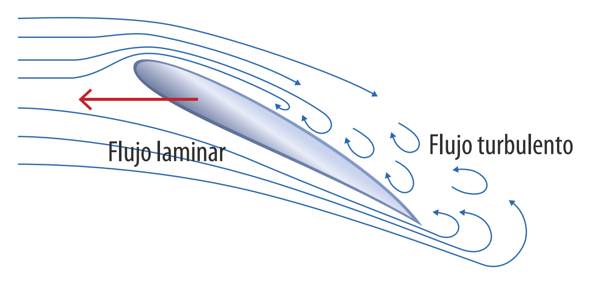
Figura 13. Debido a la tensión superficial del agua, un insecto se puede posar sobre su superficie.

2. Los fluidos en movimiento

2.1 El movimiento de los fluidos

En la descripción del movimiento de un fluido a través de un tubo, además de la velocidad con que se mueve en cada instante por algún sector del tubo, se deben tener en cuenta otras variables como el área del tubo a través del cual fluye y la presión a la cual está sometido en diferentes puntos, entre otras.

En algunos casos cuando un líquido fluye, se observa que en su trayectoria describe remolinos. De acuerdo con las trayectorias seguidas por las partículas de un fluido se establecen dos tipos de flujo: el flujo turbulento y el flujo laminar. En la siguiente figura se ilustran estos dos tipos de flujo que experimenta el aire en su movimiento en relación con el ala de un avión del cual se muestra su perfil.



Se dice que el flujo es **turbulento** cuando las partículas del fluido describen trayectorias en forma de remolinos. Las trayectorias de las partículas del fluido se representan mediante unas líneas conocidas como líneas de flujo. En la figura 14 se muestra un ejemplo de flujo turbulento.

Se dice que el flujo es laminar cuando al considerar pequeños volúmenes de fluido, estos se mueven sin girar y sus trayectorias no se cruzan entre sí (figura 14).

Se dice que el flujo de un fluido es laminar estacionario cuando en cada punto de la trayectoria todo pequeño volumen del fluido pasa siempre con la misma velocidad. Es decir, que en este tipo de flujo las trayectorias descritas por las partículas no cambian con el tiempo. Por esta razón, cuando un fluido fluye dentro de un tubo, nos podemos referir a la velocidad en cada punto de un tubo por el que fluye un líquido con flujo laminar estacionario.

Para el estudio de los fluidos tendremos en cuenta las siguientes consideraciones:

- El flujo es laminar estacionario.
- Los fluidos son prácticamente incompresibles, es decir, que los aumentos de presión en dicho fluido no alteran su densidad. Los líquidos son menos compresibles que los gases.
- Los efectos de la fricción sobre los fluidos son despreciables.



Figura 14. Ejemplos de fluidos de flujo turbulento y flujo laminar.

2.2 Ecuación de continuidad

Cuando un fluido se encuentra en movimiento puede cambiar su velocidad. Por ejemplo, en un río el agua avanza lento en los sectores anchos o de mucha profundidad y avanza muy rápido en los sectores angostos o poco profundos.

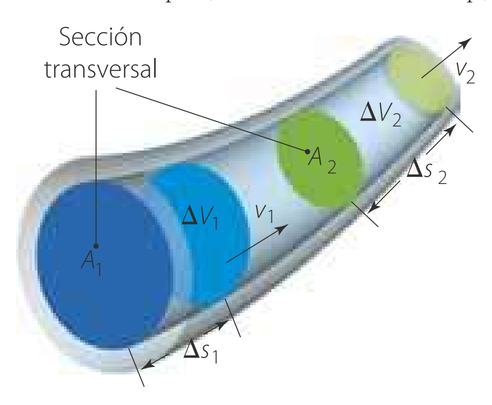
Se puede decir que la velocidad del fluido es mayor en aquellas zonas donde el área es menor. Por ejemplo, si estamos regando el pasto con una manguera y disminuimos el área en la salida del agua vemos que la velocidad de salida de este líquido aumenta (figura 15).



Figura 15. La velocidad de salida del agua en la manguera varía al modificar el área del agujero por el que sale.

Esta relación entre el área y la velocidad de un fluido está definida por una expresión denominada ecuación de continuidad.

Supongamos que un fluido incompresible de densidad ρ fluye a través de un tubo cuyo diámetro disminuye. Llamemos v_1 y v_2 a las medidas de la velocidad del fluido en las secciones transversales de áreas A_1 y A_2, respectivamente. Por otra parte, consideremos que cierta masa de fluido llena un cilindro de volumen ΔV_1 cuya área de la base es A_1 y la altura es Δs_1.



El valor de la altura del cilindro corresponde a la distancia recorrida por el fluido durante un intervalo de tiempo Δt. En este caso el volumen ΔV_1 es:

$$\Delta V_1 = A_1 \cdot \Delta s_1$$

Si suponemos que el fluido recorre la distancia Δs_1 con velocidad v_1 aproximadamente constante durante un intervalo de tiempo Δt, se cumple que

$$\Delta s_1 = v_1 \cdot \Delta t$$

es decir, $\Delta V_1 = A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$

Cuando el área es A_2, en el otro extremo del tubo, la misma masa de fluido llena un cilindro de volumen ΔV_2 cuya área transversal es A_2. La altura Δs_2 del cilindro corresponde a la distancia recorrida por el fluido durante el mismo intervalo de tiempo Δt. En este caso el volumen ΔV_2 es:

$$\Delta V_2 = A_2 \cdot \Delta s_2$$

Si suponemos que el fluido recorre la distancia Δs_2 con velocidad v_2 aproximadamente constante, durante un intervalo de tiempo Δt, se cumple que:

$$\Delta V_2 = A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

La masa de fluido que atraviesa el área A_1 es igual a la que atraviesa por el área A_2, durante el mismo tiempo y como el líquido es incompresible, el volumen ΔV_1 es igual al volumen ΔV_2, de donde,

$$A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

Por ende,

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

La ecuación de continuidad establece que el producto $A \cdot v$ es constante cuando el líquido fluye a través del tubo.

Podemos interpretar este resultado indicando que cuando el área del tubo disminuye, la velocidad del fluido aumenta.

A la cantidad $A \cdot v$ se le llama **gasto volumétrico** o **caudal**, es decir que de acuerdo con la ecuación de continuidad, el caudal es constante a lo largo del tubo.

El caudal se expresa en m^3/s y representa la medida del volumen de fluido que fluye por unidad de tiempo a través del tubo.

EJEMPLO

Un grifo llena un recipiente de 10 litros de volumen en 8 segundos. Determinar:

a. El valor del caudal en litros/s *y* en m^3/s.

b. La velocidad con que fluye el líquido, si el área de salida del grifo es 12 cm^2.

c. La velocidad con que el líquido fluye si el área en la salida del grifo se reduce a la mitad.

Solución:

a. Puesto que el grifo distribuye 10 litros en 8 segundos, el caudal es: $\frac{10\ L}{8,0\ s} = 1,25\ L/s$

Como un litro equivale a $10^{-3}\ m^3$, el caudal es $1,25 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$.

b. El área de salida del grifo es 12 cm^2, es decir, $12 \cdot 10^{-4}\ m^2$. Para calcular la velocidad con la cual fluye el líquido, tenemos:

Caudal $= A \cdot v$

$1,25 \cdot 10^{-3}\ m^3/s = 12 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot v$ *Al remplazar*

$v = 1,04\ m/s$

La velocidad con que fluye el líquido en la salida del grifo es 1,04 m/s.

c. Si el área en la salida del grifo se reduce a la mitad, la velocidad del fluido se duplica, es decir, que la velocidad es 2,08 m/s.

2.3 Ecuación de Bernoulli

Hasta ahora hemos considerado únicamente fluidos que se desplazan horizontalmente, sin embargo, los fluidos pueden moverse verticalmente hacia arriba o hacia abajo, como un río que desciende desde la cordillera o como el humo que sube por el orificio de una chimenea. Estos hechos se explican a partir del principio de Bernoulli.

Definición

Principio de Bernoulli

En un fluido la suma de la presión, la energía cinética por unidad de volumen y la energía potencial gravitacional por unidad de volumen, se mantiene constante, a lo largo de una línea de corriente.

En la figura 16, se muestra un tubo cuyos extremos I y II se encuentran a las alturas h_1 y h_2, respectivamente con respecto al nivel de referencia. En el tubo se ha sombreado un sector de igual volumen en cada uno de los extremos y suponiendo que el líquido es incompresible tenemos que los dos volúmenes son de igual masa.

Supongamos que el líquido fluye del extremo I al extremo II, siendo la velocidad del fluido en el extremo I v_1, el área de dicho extremo del tubo A_1 y la altura con respecto al nivel de referencia h_1. En el extremo II, la altura con respecto al nivel de referencia es h_2, la velocidad del fluido es v_2 y el área es A_2.

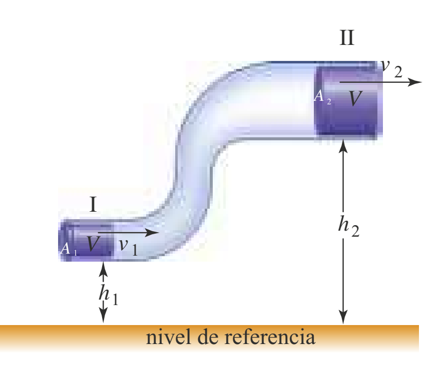


Figura 16. Tubo con extremos de diferentes áreas y que se encuentran a diferentes alturas respecto al nivel de referencia.

Puesto que la velocidad cambia, debemos considerar que cada porción de líquido que se mueve a través del tubo experimenta aceleración y, en consecuencia, concluimos que se ejerce fuerza sobre él.

Llamemos F_1 a la fuerza que actúa sobre el volumen inferior sombreado y P_1 a la presión del líquido en el extremo I, F_2 a la fuerza que actúa sobre el volumen superior sombreado y P_2 a la presión del líquido en el extremo II (figura 17), tenemos entonces:

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1} \quad \text{y} \quad P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

Por tanto, $F_1 = P_1A_1$ y $F_2 = P_2A_2$

Si en el extremo I, el desplazamiento del fluido durante un intervalo de tiempo es Δs_1 y en el extremo II el desplazamiento es Δs_2, tenemos que el trabajo efectuado sobre la porción de fluido es:

$$W_{F\ no\ cons} = F_1 \cdot \Delta s_1 - F_2 \cdot \Delta s_2$$

es decir,

$$W_{F\ no\ cons} = P_1 \cdot A_1 \cdot \Delta s_1 - P_2 \cdot A_2 \cdot \Delta s_2$$

Como tenemos que el volumen de la porción de líquido en los extremos es el mismo, entonces:

$$V = A_1 \cdot \Delta s_1 = A_2 \cdot \Delta s_2$$

Por ende,

$$W_{F\ no\ cons} = P_1 \cdot V - P_2 \cdot V$$

De acuerdo con el principio de conservación de la energía, tenemos:

$$E_I + W_{F\ no\ cons} = E_{II}$$

Por tanto, para una porción de líquido de masa m se tiene que:

$$1/2 \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 + (P_1 \cdot V - P_2 \cdot V) = 1/2 \cdot m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2$$

A partir de la definición de densidad tenemos que:

$$m = \rho \cdot V$$

entonces,

$$1/2 \cdot \rho \cdot V \cdot v_1^2 + \rho \cdot V \cdot g \cdot h_1 + P_1 \cdot V - P_2 \cdot V$$
$$= 1/2 \cdot \rho \cdot V \cdot v_2^2 + \rho \cdot V \cdot g \cdot h_2$$

De donde:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 + P_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + P_2$$

Esta ecuación, enunciada por el matemático y físico suizo Daniel Bernoulli (1700-1782), se conoce como **ecuación de Bernoulli** la cual se expresa así:

Para diferentes puntos del tubo se cumple que:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h + P = constante$$

A partir de la ecuación de Bernoulli se tiene que si un fluido fluye siempre a la misma altura, en los puntos en los cuales la velocidad es mayor, la presión es menor. A partir de este resultado se explica el movimiento curvo, comúnmente llamado “tiro con efecto”, que describe en algunos casos un balón de fútbol (figura 18).

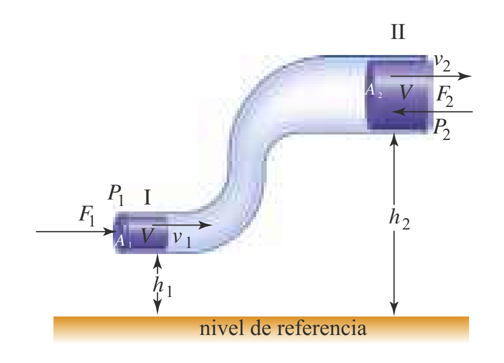


Figura 17. Fuerzas F_1 y F_2 que actúan sobre el volumen del líquido en el punto I y en el punto II.

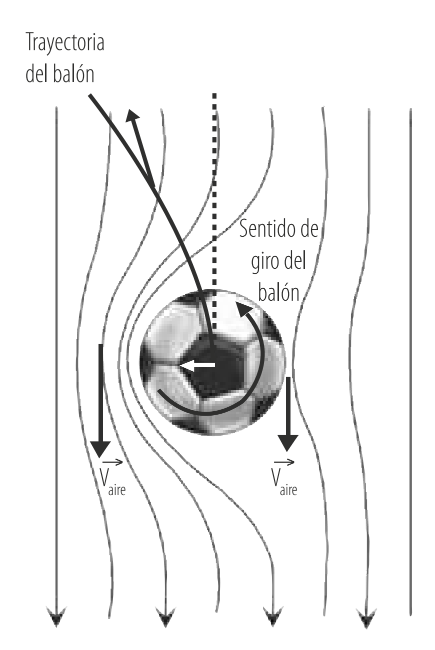


Figura 18. Movimiento curvo del balón llamado “tiro con efecto”, que se explica a partir de la aplicación de la ecuación de Bernoulli.

Cuando el balón gira, arrastra consigo una fina capa de aire por efecto de la fricción y, como simultáneamente, el balón se traslada, el flujo de aire se produce en la dirección indicada por las líneas de flujo, teniendo que la velocidad del aire respecto al balón es mayor a un lado que al otro. De acuerdo con la ecuación de Bernoulli en la región de mayor velocidad, en la cual las líneas de flujo están más cerca entre sí, la presión es menor que en la región de menor velocidad. Por consiguiente, el balón experimenta fuerza y se desvía de su trayectoria recta.

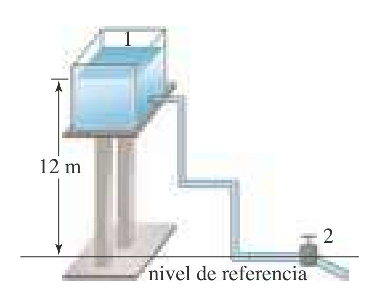
EJEMPLO

El agua contenida en un tanque elevado puede fluir por una tubería que está provista de una válvula a 12 m por debajo del nivel del agua en el tanque.

Si la presión atmosférica es 101.325 Pa, determinar:

a. La presión en la válvula cuando está cerrada.

b. La presión en la válvula cuando está abierta y la velocidad con la cual el agua atraviesa la válvula.



Solución:

a. Consideremos dos puntos en el sistema. El punto 1 en la superficie libre del líquido, donde la presión es igual a la presión atmosférica y el punto 2 en la válvula. Cuando la válvula está cerrada, el agua está en equilibrio y la velocidad del agua en los puntos 1 y 2 es igual a cero, por ende de acuerdo con la ecuación de Bernoulli,

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + P_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 + P_2$$

$$1.000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 12\ m + 101.325\ Pa = 1.000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 0\ m + P_2$$

$$P_2 = 218.925\ Pa.$$

Es decir, la presión en la válvula cuando está cerrada es 218.925 Pa.

b. Cuando la válvula está abierta, podemos considerar que en ambos puntos la presión es igual a la atmosférica, P_{atm} y que la velocidad en el punto 1, es decir, en la superficie del líquido dentro del tanque, es aproximadamente igual a cero, debido a que el nivel baja muy despacio puesto que el área del tubo por la que fluye el líquido es muy pequeña comparada con el área del tanque, es decir,

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 + P_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + P_2$$

$$1/2 \cdot \rho \cdot 0^2 + 1.000\ kg/m^3 \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 12\ m + P_{atm} = 1/2 \cdot 1.000\ kg/m^3 \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot 0 + P_{atm}$$

$$117.600\ Pa = 500\ kg/m^3 \cdot v_2^2$$

$$v_2 = 15{,}3\ m/s.$$

La velocidad con la cual el agua atraviesa la válvula es 15,3 m/s.

2.4 Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

2.4.1 El tubo de Venturi

Una de las formas utilizadas para medir la velocidad en el interior de un fluido es mediante un instrumento conocido como tubo de Venturi. El funcionamiento de este tubo se basa en el principio de Bernoulli y mide las velocidades a partir de las diferencias de presión entre el sector más ancho y más angosto del tubo, como el mostrado en la figura 19.

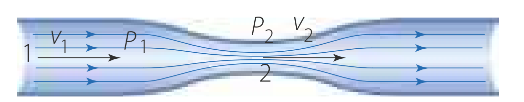


Figura 19. Tubo de Venturi, instrumento utilizado para medir la velocidad al interior de un fluido.

 © Santillana

Si aplicamos la ecuación de Bernoulli, tenemos que:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 + P_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + P_2$$

Como la altura a la cual se encuentran los puntos 1 y 2 es igual, tenemos:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2 + P_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + P_2$$

Por lo cual:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_2 + P = constante$$

La expresión indica que cuando la velocidad aumenta, la presión disminuye. Como en el estrechamiento la velocidad es mayor, la presión es menor y, en consecuencia, si el tubo está provisto de dos tubos abiertos en cada región, se observa una diferencia de alturas en las dos columnas de líquido (figura 20).

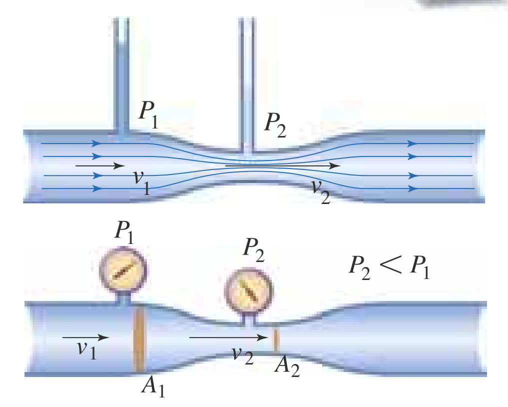


Figura 20. Tubos de Venturi que muestran que a mayor estrechamiento mayor velocidad y por ende menor presión.

EJEMPLO

A través de un tubo de Venturi fluye agua. En la parte más ancha del tubo el área transversal es de 10 cm² y en la parte más angosta el área transversal es de 5 cm². Si en la parte más ancha la presión es de 200.000 Pa y la velocidad con la cual el agua fluye es 10 m/s, determinar:

a. La velocidad en la parte más angosta del tubo.

b. La presión en la parte más angosta del tubo.

Solución:

a. Para determinar la velocidad en la parte más angosta del tubo, aplicamos la ecuación de continuidad.

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$10 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \cdot 10\ \text{m/s} = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \cdot v_2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$v_2 = 20\ \text{m/s}$$

La velocidad en la parte más angosta del tubo es 20 m/s.

b. Para determinar la presión tenemos:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2 + P_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + P_2$$

$$1/2 \cdot 1.000\ \text{kg/m}^3 \cdot (10\ \text{m/s})^2 + 200.000\ \text{Pa} = 1/2 \cdot 1.000\ \text{kg/m}^3 \cdot (20\ \text{m/s})^2 + P_2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$P_2 = 50.000\ \text{Pa}$$

La presión en la parte más angosta del tubo es 50.000 Pa.

2.4.2 El teorema de Torricelli

Como se muestra en la figura 21, cuando a un recipiente que contiene un líquido se le practica un orificio en una de sus paredes laterales, el líquido sale por el orificio con determinada velocidad.

El punto 1, en la superficie libre, del líquido se encuentra sometido a la acción de la presión atmosférica P_{atm} y la velocidad del fluido es prácticamente cero debido a que el diámetro del orificio es muy pequeño comparado con el diámetro del recipiente. De igual manera, la presión en el punto 2, es igual a la presión atmosférica P_{atm}.

Para determinar la velocidad v_2 con la cual sale el agua por el orificio, es decir, la velocidad en el punto 2, aplicamos la ecuación de Bernoulli, por ende:

$$1/2 \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 + P_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + P_2$$

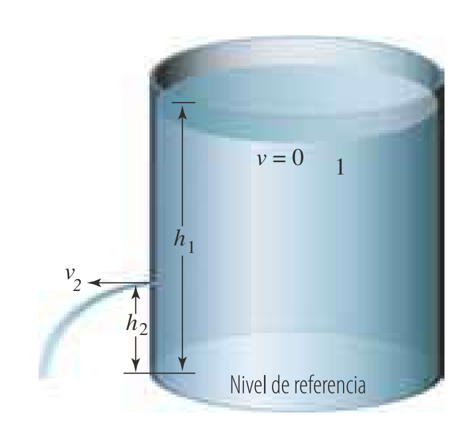


Figura 21. Velocidad de salida del líquido por un orificio en una de las paredes de un recipiente.

Como $v_1 = 0$ y la presión en ambos puntos es igual a la presión atmosférica P_{atm}, tenemos:

$$\rho \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot \rho \cdot v_2 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

$$g \cdot h_1 = 1/2 \cdot v_2 + g \cdot h_2 \qquad \textit{Al simplificar } \rho$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

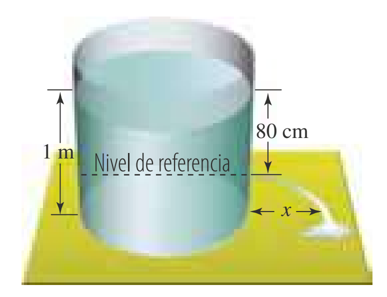
La expresión obtenida para la velocidad de salida del agua por el orificio se conoce como el teorema de Torricelli.

EJEMPLO

En la figura se muestra un recipiente que contiene agua de tal manera que la distancia entre el fondo y la superficie es 1 m. Si a 80 cm por debajo de la superficie, se hace un pequeño orificio en la pared del recipiente, determinar:

a. La velocidad con la cual sale el agua del recipiente.

b. La distancia a la cual cae el agua con respecto a la pared del recipiente.



Solución:

a. Tomamos como nivel de referencia la horizontal que pasa por el orificio y aplicamos el teorema de Torricelli,

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

Donde $h_1 = 0{,}80$ m y $h_2 = 0$ m

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (0{,}80 \text{ m} - 0 \text{ m})} = 4{,}0 \text{ m/s}$$

La velocidad de salida del agua por el orificio es 4,0 m/s.

b. Para determinar la distancia a la cual cae el agua con respecto a la pared, es decir, la distancia x indicada en la figura, consideramos que se trata de un lanzamiento horizontal, es decir,

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$0{,}2 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$t = 0{,}2 \text{ s}$$

$$x = v_0 \cdot t$$

$$x = 4{,}0 \text{ m/s} \cdot 0{,}2 \text{ s} = 0{,}8 \text{ m}$$

La distancia con respecto a la pared a la cual cae el agua es 0,8 m.

2.5 El flujo sanguíneo

La circulación sanguínea es una función vital, pues es el medio a través del cual las células de nuestro cuerpo pueden recibir el oxígeno y los nutrientes que necesitan y además eliminar las sustancias de desecho. Por esta razón, es importante que la sangre esté en movimiento, es decir, que su comportamiento sea similar al de un fluido en movimiento.

Pero te has preguntado, ¿cómo se produce la circulación de la sangre?

Durante la circulación sanguínea va cambiando la presión que ejerce la sangre sobre las paredes de los vasos. La sangre, al igual que cualquier otro fluido, circula como consecuencia de la existencia de zonas que están a distinta presión y se mueve desde donde la presión es mayor hacia donde la presión es menor.

La presión sanguínea es máxima cuando la sangre sale del ventrículo izquierdo y va disminuyendo a medida que recorre el sistema cardiovascular hasta llegar a la aurícula derecha a muy baja presión. Por su elasticidad, los vasos sanguíneos se adecuan a los cambios en la presión del flujo sanguíneo. Esto afecta la velocidad de la sangre y hace que el flujo oscilante proveniente del corazón se transforme en un flujo continuo a través del resto del sistema cardiovascular.

 © Santillana

Esta presión sanguínea está relacionada con la fuerza que ejerce la sangre sobre las paredes internas de los vasos sanguíneos.

Habitualmente la presión sanguínea se mide en las arterias y es llamada presión arterial.

La presión arterial se mide con un manómetro, denominado tensiómetro que está provisto de un brazalete que rodea el brazo en el cual se introduce aire (figura 22).

La presión de la sangre es la diferencia de la presión total del fluido sanguíneo con respecto a la presión atmosférica. Por tanto, si en determinado momento la presión medida con el tensiómetro es 80 mmHg y la persona se encuentra en Bogotá, donde la presión atmosférica es 560 mmHg, entonces la presión sanguínea total es de 640 mmHg.

La presión manométrica de la aorta varía de acuerdo con el ciclo cardiaco y su valor esperado depende de varios factores, entre ellos la edad. Cuando el corazón se contrae, la presión es máxima y se llama **sistólica**, cuyo valor esperado es 120 mmHg. Cuando el corazón se relaja, la presión es mínima y se denomina **diastólica**, siendo su valor esperado 80 mmHg.



Figura 22. El tensiómetro es un manómetro que mide la tensión arterial.

2.6 Viscosidad

Como lo hemos estudiado en el transcurso de esta unidad los líquidos se adaptan a la forma del recipiente que los contiene y los gases llenan el espacio en el que están contenidos, pero unos lo hacen con mayor facilidad que otros, es decir, se puede hablar de grados de fluidez. Por ejemplo, el aceite fluye más lentamente que el agua y la miel más lentamente que el aceite.





La resistencia a fluir, o derramarse, que presentan los fluidos es una propiedad llamada viscosidad. Los fluidos más viscosos fluyen más lentamente y también es más difícil mover objetos a través de ellos. Es importante no confundir la viscosidad con la densidad. Por ejemplo, el aceite es más viscoso pero menos denso que el agua.

La viscosidad aumenta con la presión. Si se comprime un líquido, la presión hace que se reduzcan los espacios entre sus moléculas y el movimiento de estas se dificulta. Lo mismo ocurre cuando un objeto empuja un líquido al tratar de atravesarlo. El aumento de temperatura hace que los líquidos fluyan con más facilidad, debido a que los líquidos se dilatan al calentarse y sus moléculas se separan.

Interpreta

1. **La gran mayoría de turistas que llegan a Colombia visitan la Sierra Nevada de Santa Marta. ¿Qué tipo de zapatos les recomendarías usar?**
2. **Si un bañista nada a cierta profundidad y luego, se sumerge al doble de dicha profundidad, ¿qué sucede con la presión que soportan sus oídos?**
3. **¿En qué situación pesa más un cuerpo, cuando está en el agua o cuando está fuera de ella?**
4. **¿Cuáles son las condiciones que se deben cumplir para que un cuerpo se hunda dentro de un líquido?**
5. **¿Por qué baja la línea de flotación de un barco cuando este pasa de navegar en un río a navegar por mar?**
6. **Describe y explica por lo menos dos patologías circulatorias.**
7. **¿Por qué a pesar de caer desde tan alto el granizo no hace destrozos producidos por tan vertiginosa caída?**
8. **¿Cómo se podría elevar un submarino sumergido en las profundidades del mar?**

Argumenta

9. **Conociendo el principio de Arquímedes, el hombre ha podido diseñar gigantescas embarcaciones que flotan en el agua. Sabemos que para que un cuerpo flote en el agua, su densidad debe ser menor que la del líquido. El petróleo tiene esta característica y, por eso, resulta una ventaja transportar enormes cantidades de este fluido sin tener problemas de flotabilidad, economizando los costos de transporte.**

   Cuando un barco petrolero sufre un accidente, grandes cantidades de este fluido se derraman y permanecen flotando sobre el agua; así, las llamadas mareas negras se convierten en catástrofes para los ecosistemas marinos.

   a. Cuando hay derrames de petróleo, peces y otros animales mueren intoxicados, ¿a qué conduce esto?

   b. Explica cómo se ven afectados los ecosistemas marinos con el petróleo flotando en la superficie.

   c. ¿Cómo se podría evitar la propagación del petróleo en los ecosistemas marinos, cuando ocurren este tipo de accidentes?

10. **Existen personas a las que les gusta escalar pero, experimentan malestares como dolores de cabeza, debilidad general, mareos, respiración entrecortada, taquicardia entre otros. Estos síntomas se producen cuando el organismo procura adaptarse a la disminución de oxígeno en la sangre.**

   a. ¿Qué recomendaciones darías a las personas que por primera vez quieren iniciar esta aventura?

   b. Explica a qué se debe la falta de oxígeno a medida que ascienden una montaña.

Propone

11. **Realiza y analiza las siguientes experiencias.**

   a. Toma dos hojas de papel y colócalas verticalmente una frente a la otra. Sopla entre ellas. ¿Qué observas? Explica este hecho.

   b. Deja caer simultáneamente, desde la misma altura, una moneda y una hoja de cartulina. ¿Llegan al mismo tiempo al piso? Justifica.

   c. Recorta un trozo de cartulina con la forma exacta de la moneda. Pronostica si caerán juntos simultáneamente. Experimenta y explica.

   d. Coloca la moneda sobre la cartulina. Pronostica cómo será la caída. Experimenta y explica.

   e. Ahora coloca la cartulina sobre la moneda. Pronostica, experimenta y explica.

12. **Plantea un experimento que te permita medir el volumen de cualquier objeto. Luego, halla la densidad para tres objetos diferentes.**
13. **La mecánica de fluidos tiene aplicaciones en la vida cotidiana y en las industrias. Debate con tus compañeros, ¿de qué manera se usa la mecánica de fluidos?**

   a. En un taller automotriz.

   b. En la circulación de la sangre por el cuerpo humano.

Actividades

Verifica conceptos

1 **Escribe una V, si es verdadera la afirmación o una F, si es falsa. Luego, justifica tus respuestas en el cuaderno.**

- ☐ Es más fácil mover un objeto en una piscina cuando está desocupada que cuando está llena.
- ☐ Hay mayor presión atmosférica en Bogotá que en Barranquilla.
- ☐ Un balón de fútbol ejerce la misma presión sin importar su posición sobre el césped.
- ☐ Existe mayor cantidad de objetos que pueden flotar en mercurio que en agua.
- ☐ Un poste de la luz ejerce mayor presión sobre la tierra cuando se instala que cuando está acostado.
- ☐ En una prensa hidráulica al aplicar una fuerza en un punto se genera en otro punto una fuerza menor.
- ☐ Ejerce mayor presión sobre la nieve una persona que tiene unos zapatos cuya área es 150 cm^2 u otros con un área de 200 cm^2.

2 **Establece la correspondencia entre el concepto y el ejemplo.**

a. Tensión superficial
b. Densidad
c. Principio de Pascal
d. Presión atmosférica
e. Principio de Arquímedes
f. Presión

- ☐ El mecanismo de elevación de un vehículo en un taller.
- ☐ Un zancudo sobre un lago.
- ☐ Un bloque de hierro.
- ☐ Esterilización por vacío.
- ☐ Una puntilla clavada en una tabla.
- ☐ Un barco en altamar.

3 **Responde las siguientes preguntas.**

a. ¿Qué son los vasos comunicantes?
b. ¿Para qué sirve una prensa hidráulica?
c. ¿Es igual el peso de un cuerpo que su peso específico? Explica.
d. ¿Cómo se define el peso aparente?
e. ¿Qué volumen tiene sumergido un cuerpo que flota?
f. ¿Qué es un picnómetro?
g. ¿Qué es un barómetro?
h. ¿En qué consistió el experimento de Torricelli?

4 **Describe una experiencia que se refiera a:**

a. Tensión superficial
b. Principio de Arquímedes
c. Principio de Pascal
d. Presión

Analiza y resuelve

5 **Un globo se eleva cuando se calienta el aire que se encuentra adentro. Explica cuál es la razón de este fenómeno.**

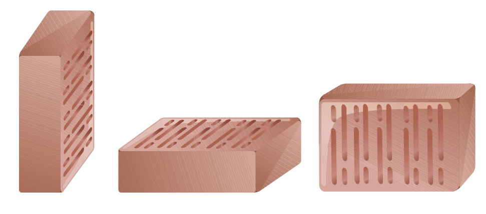
6 **Explica lo que le pasa a una persona cuando se sumerge a gran profundidad sobre el agua.**

7 **Investiga por qué un buzo debe ascender del fondo del mar lentamente.**

8 **Explica por qué una bola de billar puede flotar sobre mercurio.**

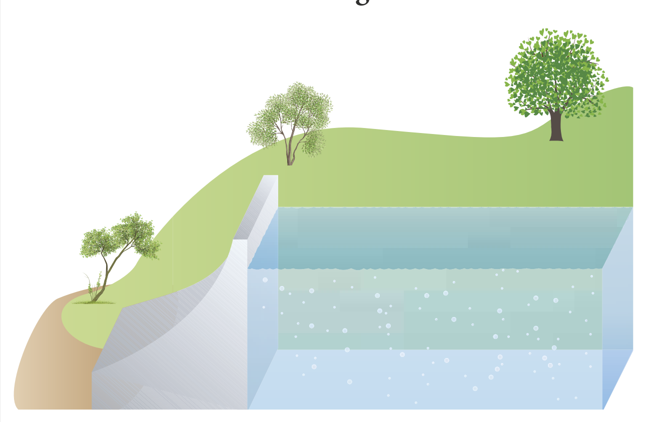
9 **Explica por qué un globo lleno de aire se revienta cuando se le presiona con la punta de una aguja y no con un trozo de madera.**

10 **En qué posición crees que el ladrillo ejerce mayor presión sobre el suelo.**



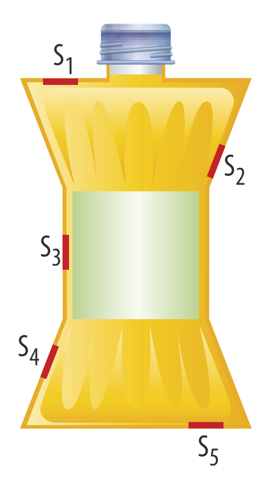
11 **El mar Muerto tiene un alto índice de salinidad en la Tierra, a pesar de ser realmente un lago. ¿Por qué crees que una persona flota con mayor facilidad en este lago que en cualquier otro?**

12 Explica por qué la forma de una represa se da como se muestra en la figura.



13 ¿Qué piensas que le sucede a la densidad de un trozo de madera uniforme cuando se corta en tres partes iguales?

14 Dibuja las fuerzas ejercidas por el líquido en el siguiente envase.



15 Los submarinos están fabricados para soportar cierta presión hidrostática máxima. Esto les impide sumergirse más de la profundidad máxima prevista. Explica qué le sucedería a un submarino si se encuentra a mayor profundidad de la indicada.

16 Explica qué sucede con la presión en el fondo de un vaso de agua si se tapa la parte superior del vaso.

17 Si el peso y el empuje son iguales, ¿un cuerpo puede flotar? Explica tu respuesta.

18 Un bañista se sumerge en el fondo de una piscina llevando consigo un globo inflado. ¿Qué piensas que le sucederá al volumen del globo a medida que sigue sumergiéndose?

19 ¿A qué se debe que sea más denso el aire en lugares como La Guajira o Cartagena que en Bogotá o Pasto?

Problemas básicos

20 ¿Cuál es el volumen ocupado por 1.000 g de aluminio?

21 La presión máxima que una persona normal soporta es de 8 atm. Según este dato, ¿cuál es la máxima profundidad a la que una persona puede descender en el mar sin correr peligro?

Considera que la densidad del agua de mar es de 1,04 g/cm^3.

22 Una lancha tiene un volumen de 5 m^3. ¿Cuántas personas de 50 kg soporta la lancha para no hundirse en el mar?

23 El osmio es una de las sustancias más densas que existen en la naturaleza. Su densidad equivale a 22,6 g/cm^3 y el aluminio es uno de los elementos más ligeros con una densidad de 2,7 g/cm^3. ¿Cuántas veces más grande es el volumen de 100 g de aluminio comparado con el volumen de 100 g de osmio?

24 Un hombre que pesa 800 N está de pie sobre una superficie cuadrada de 4 m de lado. Si se carga al hombro un saco de 40 kg, ¿cuánto debe medir la superficie de apoyo para que la presión sea la misma?

25 Calcula la presión que ejerce un cuerpo de 120 kg que está apoyado sobre una superficie de 0,8 m^2. Ahora si el cuerpo estuviera apoyado sobre una superficie de 1,2 m^2, ¿qué presión ejercería? Compara y deduce conclusiones.

26 Se ejerce una fuerza de 25 N sobre el émbolo de una jeringa. El émbolo tiene un área de 10^{-4} m^2. Si el fluido no puede salir, ¿cuál es la presión dentro de la jeringa?

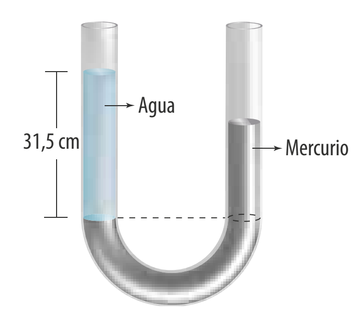
27 Se tiene un cilindro con agua, un pistón de 0,2 kg y un área de 0,008 m^2. Calcula la presión total ejercida en la base del cilindro si el aire de la atmósfera ejerce una presión de 100 kPa sobre el émbolo.

28 Calcula la presión hidrostática en un punto que está situado a 15 m de profundidad, así como la diferencia de presiones entre dos puntos ubicados a 10 m y 13 m de profundidad.

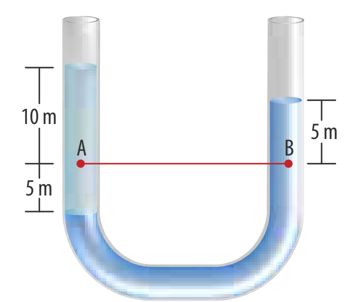
 © Santillana

Actividades

29 Se introducen agua y mercurio en un tubo en forma de U, como se muestra en la figura. Si la altura alcanzada por el agua es 31,5 cm, ¿cuál es la altura *h* cuando el sistema se encuentra en equilibrio?



30 La figura muestra un tubo en forma de U en el que se encuentran dos líquidos que no se mezclan en estado de equilibrio. Encuentra la razón P_A/P_B entre las presiones manométricas en *A* y *B*.



31 En un tubo en U se coloca agua y mercurio. Si la altura alcanzada por el mercurio es de 13 cm, ¿qué altura alcanza el agua?

32 ¿Cuál debe ser la densidad en g/cm³ de una roca que flota en un océano cuya densidad es de 1.027 kg/m³, si se sabe que el 20% de su volumen está fuera del océano?

33 Convierte 35.000 pascales a atmósferas.

34 Determina cuál es la altura que debe tener un tubo para poder realizar el experimento de Torricelli con agua, en vez de mercurio.

Problemas de profundización

35 ¿Cuántas veces es mayor el empuje de un cuerpo cuando se sumerge en mercurio que cuando se sumerge en agua?
(ρ_{Hg} = 13,6 g/cm³, ρ_{H_2O} = 1 g/cm³)

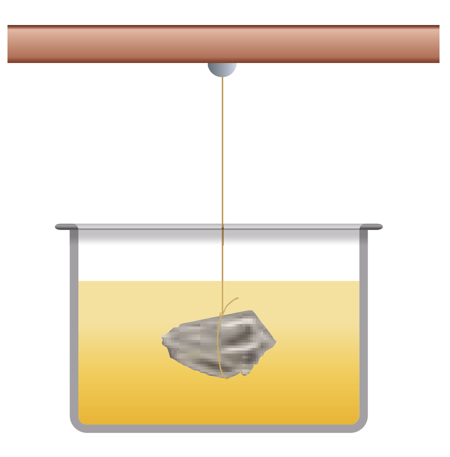
36 Como muestra de gratitud, el rey recibe una corona de oro con una masa de 5,796 kg. Si se encuentra que el volumen de la misma es de 185 cm³, ¿será de oro la corona?

37 Los émbolos de una prensa hidráulica tiene sección circular y sus diámetros son 8 cm y 40 cm. ¿Cuál es la fuerza que se produce en el émbolo de mayor diámetro cuando en el pequeño se aplica una fuerza de 50 N?

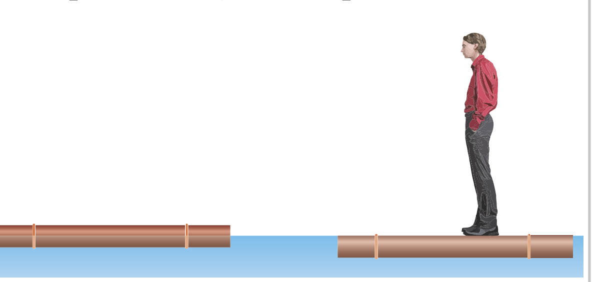
38 Un objeto de 0,9 kg de masa se sumerge completamente en mercurio y se obtiene un peso aparente de 0,3 kg-f. ¿Cuál es la densidad del material del que está compuesto el objeto?

39 ¿Cuál será el empuje que sufre una bola esférica de 1 cm de radio cuando se sumerge en agua?

40 Un trozo de metal de 20 g tiene una densidad de 4 g/cm³ y está sumergido por medio de una cuerda en una pileta con aceite de densidad 1,5 g/cm³, como se muestra en la figura. ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?
Considera g = 9,8 m/s².



41 Una balsa con forma de paralelepípedo flota sobre su base con la mitad de su altura dentro del agua. Si al subirse un hombre a ella con toda la altura queda sumergida en el agua y el conjunto pesa 200 N, ¿cuál es el peso del hombre?



Verifica conceptos

1 **Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa. Justifica tus respuestas.**

- ☐ En un flujo laminar la velocidad en cada punto del fluido puede cambiar.
- ☐ Un ejemplo de un fluido en movimiento es el agua en las tuberías del acueducto.
- ☐ La ecuación de continuidad indica que la velocidad es directamente proporcional al área transversal que atraviese el fluido.
- ☐ Para hallar la ecuación de Bernoulli es necesario aplicar el principio de conservación de la energía.
- ☐ La viscosidad se refiere a una fricción interna del fluido.
- ☐ La velocidad de un fluido al salir por un orificio de un tanque depende de la densidad del fluido.
- ☐ El efecto de un balón cuando se encuentra en el aire se explica mediante el teorema de Torricelli.
- ☐ La presión sanguínea se puede medir con un manómetro.
- ☐ El gasto volumétrico de un fluido es mayor cuanto más viscoso es el fluido.

2 **Responde las siguientes preguntas.**

a. ¿Cómo funciona el tubo de Venturi?
b. ¿En qué consiste el teorema de Torricelli?
c. ¿Qué es la presión sistólica?
d. ¿Qué es un fluido estacionario?
e. ¿Qué es el gasto volumétrico o caudal?

Analiza y resuelve

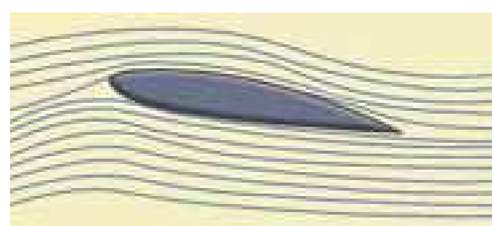
3 **Explica por qué cuando dos trenes pasan cerca a gran velocidad se tienden a atraer.**

4 **¿Por qué un beisbolista lanza la pelota de tal forma que gira cuanto se encuentra en el aire?**

5 **Una persona necesita elevar una cometa. ¿Qué recomendaciones le darías para lograr elevar la cometa?**

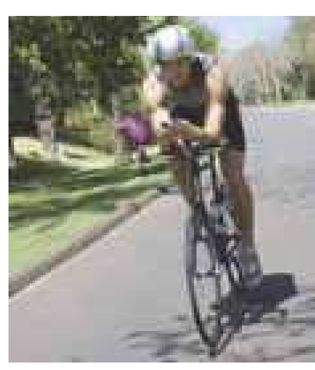
6 **Explica por qué es importante aplicar aceite lubricante al motor de un carro.**

7 **La forma que tiene el ala de un avión se hace especialmente para que la velocidad del aire sea mayor en la parte superior que en la parte inferior. Explica en términos de la presión por qué puede sostenerse en el aire el avión.**



8 **En los túneles de viento analizan la distribución de presiones de un vehículo simulando grandes velocidades. Si el vehículo tiende a elevarse en el túnel de viento, ¿qué crees que está sucediendo con la distribución de presiones sobre el vehículo?**

9 **¿Por qué los ciclistas de ruta cuando van en un descenso toman posiciones diferentes sobre la bicicleta?**



10 **¿Por qué un avión necesita alcanzar una velocidad mínima antes de despegar de la pista?**

11 **Al sacar la cabeza por la ventana de un automóvil a alta velocidad tenemos dificultad para respirar. ¿Cómo explicas este hecho?**

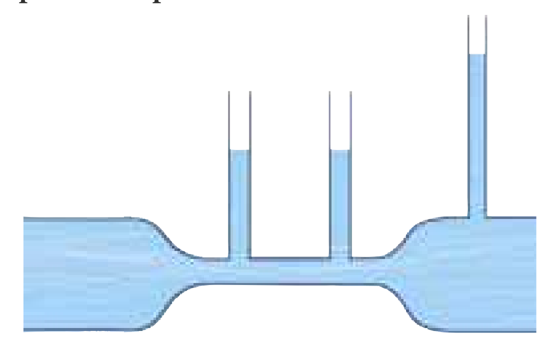
12 **¿Por qué los patinadores se ubican unos detrás de otros en una competencia?**



 © Santillana

Actividades

13 **Por un tubo horizontal que presenta una reducción en su diámetro en un sitio intermedio, fluye un líquido. Si se conectan tubos manométricos verticales, como se muestra en la figura, ¿por qué las alturas alcanzadas son diferentes? Explica tu respuesta.**



14 **Describe la caída de una gota de lluvia en el aire y dibuja la forma que toma.**

Problemas básicos

15 **Se tiene un orificio circular de 0,8 cm de diámetro, el cual está 8 m por debajo del nivel del agua.**

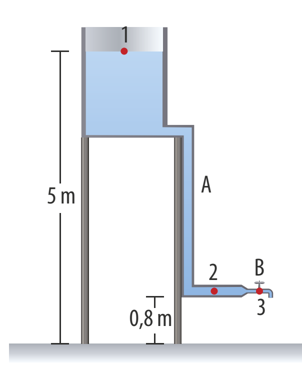
a. ¿Con qué velocidad sale el agua por el orificio?

b. ¿Cuál es el caudal?

16 **El nivel de un tanque ubicado en la azotea está a 5 m del piso. El depósito suministra agua por medio de un tubo A de 1 cm de radio. Luego, el tubo empalma con otro tubo de 0,5 cm de radio que se encuentra a 0,8 m del piso como se observa en la figura.**

a. ¿Cuál es la presión en el punto dos cuando la tubería está cerrada?

b. ¿Cuál será la presión en el punto 2 cuando la tubería está abierta?



17 **La llave del lavadero llena un balde de 12 litros en 2 minutos. Si la sección transversal de la llave es de 1 cm^2:**

a. ¿cuál es el caudal?

b. ¿con qué velocidad sale el líquido?

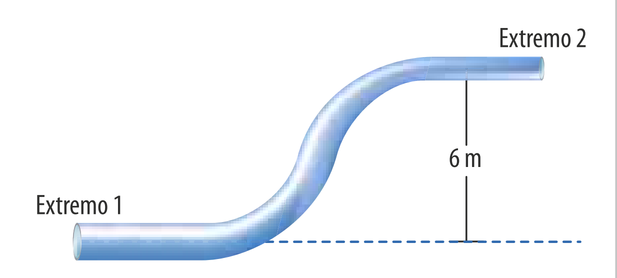
Problemas de profundización

18 **Una casa se abastece de agua por medio de una tubería de 5 cm de diámetro. La presión a nivel de la calle es de 3 atm y el agua fluye a 0,5 m/s. ¿Cuál será la presión y la velocidad de flujo en la cañería de 2,5 cm de diámetro, en la terraza de 10 m de altura?**

19 **Por un tubo como el de la figura, fluyen 200 litros de agua por segundo. La presión en el extremo 1 es de 1,9 atm. El extremo 2 se encuentra a una altura de 6 m con respecto al nivel del extremo 1. El diámetro del tubo en los extremos es de 30 cm y 20 cm, respectivamente. Determina:**

a. La velocidad del fluido en los dos extremos.

b. La presión en el extremo 2.

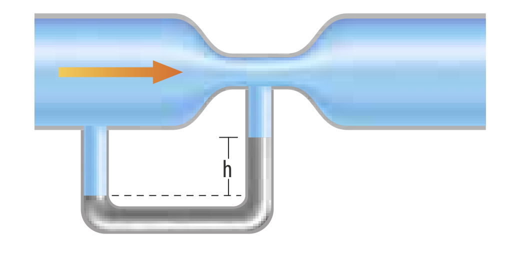


20 **Las áreas de las partes ancha y angosta del tubo de venturi son, respectivamente, 50 cm^2 y 10 cm^2. El caudal de agua es de 2.000 cm^3/s. Determina:**

a. La velocidad del agua en ambas partes del tubo.

b. La diferencia de presiones en las secciones transversales ancha y angosta.

c. La diferencia de alturas en las columnas de mercurio.



El principio de Arquímedes

El **principio de Arquímedes**, además de permitir explicar fenómenos relacionados con la flotación de objetos, nos permite determinar la densidad de materiales.

En esta práctica vamos a determinar la densidad de algunos materiales mediante la aplicación del principio de Arquímedes. Primero determinaremos la densidad del material de un objeto metálico y luego la densidad de la madera.

Conocimientos previos

Dinámica, volumen y densidad.

Materiales

- Dinamómetro
- Recipiente
- Agua
- Objeto metálico
- Cuerda
- Bloque de madera

a



b



Procedimiento

Parte a

1. Pesa el objeto metálico.
2. Realiza la lectura del dinamómetro cuando el objeto se sumerge en agua.
3. Calcula la fuerza de empuje. Indica el peso del líquido desplazado.
4. Determina el volumen del líquido desplazado.
5. Calcula el volumen del sólido sumergido.
6. Determina la densidad del material por el cual está conformado el objeto.

Parte b

1. Mide el peso del bloque de madera antes de introducirlo en agua.
2. Puesto que para la madera dentro de agua no es posible hacer una medición con el dinamómetro de la misma manera que se hizo con el objeto metálico en el experimento anterior, observa la medida que registra el dinamómetro con el bloque de madera fuera del agua y el objeto metálico dentro del agua.
3. Introduce en el agua el bloque de madera y el objeto metálico y realiza la lectura del dinamómetro.
4. Calcula la fuerza de empuje sobre la madera.
5. Determina el peso del líquido desplazado por la madera.
6. Determina el volumen de la madera y calcula su densidad.

Análisis de resultados

Parte a

1. ¿Cómo identificarías el material utilizado?
2. ¿Cómo sería la fuerza de empuje si el experimento se realizara con otro objeto metálico del mismo volumen pero con una densidad tres veces mayor?
3. ¿Cómo sería la fuerza de empuje si el experimento se realizara con un objeto del mismo material pero con la mitad del peso?

Parte b

1. Si utilizas un bloque de madera con un volumen igual al doble del utilizado, ¿varía la fuerza de empuje?
2. Si utilizas un bloque de madera con un volumen igual al doble del utilizado, ¿varía la densidad?
3. Si el volumen del bloque de madera y el del objeto metálico son iguales, ¿cuál de los dos experimenta mayor fuerza de empuje?

 © Santillana

La velocidad de salida del agua a través de un agujero

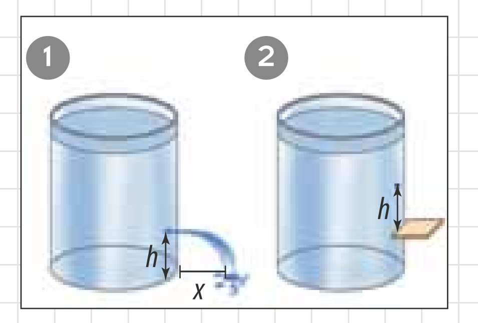
El **teorema de Torricelli** establece que la velocidad con que sale el líquido por un agujero practicado a una profundidad h es igual a la velocidad que alcanzará si cayera desde una altura *h*. En esta práctica nos proponemos analizar la variación de la velocidad del agua que sale a través del agujero de un recipiente cuando se varía la profundidad a la cual este se practica.

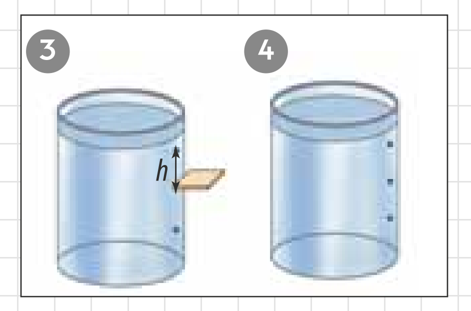
Conocimientos previos

Ecuación de continuidad, ecuación de Bernoulli, presión atmosférica y densidad.

Materiales

- Colorantes
- Recipiente plástico en forma de cilindro recto
- Dos puntillas de diferente diámetro
- Una vela
- Una cuchilla
- Una pequeña lámina de cartón





Procedimiento

1. Calienta un poco la puntilla de menor diámetro y con ella haz un agujero cerca del fondo del recipiente (fig. 1). Retira con la cuchilla los residuos de plástico del borde del agujero.
2. Llena el recipiente con agua hasta el borde superior. Describe la trayectoria que sigue el agua al salir del agujero. Mide la distancia *x* que alcanza el agua con respecto a la pared del recipiente.
3. Haz otro agujero a la misma altura y hacia un lado, con una puntilla de mayor diámetro. Llena nuevamente el recipiente hasta el borde superior. Compara la trayectoria del agua que sale por el agujero con respecto a la del agua que sale por el agujero más pequeño. Observa en qué caso es mayor la distancia horizontal *x*, que alcanza el agua con respecto a la pared del recipiente.
4. Con la puntilla de menos diámetro, haz en el recipiente otro agujero, a una altura mayor con respecto al fondo. Llena el recipiente hasta el borde.
5. Por debajo del agujero que acabas de abrir coloca un cartón en posición horizontal, de manera tal que la distancia entre el hueco y el cartón sea la misma que entre el primer agujero y la superficie sobre la cual se encuentra el recipiente (fig. 2). Observa la distancia horizontal con respecto a la pared del recipiente a la cual llega el agua sobre el cartón.
6. Con la puntilla de menor diámetro, practica otro agujero en el recipiente, pero esta vez a una mayor altura que las dos anteriores. Llena nuevamente el recipiente hasta el borde. Coloca un cartón de la misma forma que se explicó en pasos anteriores, teniendo en cuenta que la distancia h, entre el agujero y el cartón debe ser la misma que en otros casos (fig. 3). Observa la distancia a la que llega el agua sobre el cartón, con respecto a la pared del recipiente.
7. Con todos los agujeros abiertos, determina a qué altura está el agujero por el cual el agua obtiene el mayor alcance horizontal en la superficie sobre la que se encuentra el recipiente (fig. 4).

Análisis de resultados

1. Si la altura *h* se mantiene constante, ¿cómo se relaciona la velocidad de salida con la distancia que alcanza el agua con respecto a la pared del recipiente?
2. ¿La velocidad de salida del agua depende del área del agujero?

© Santillana

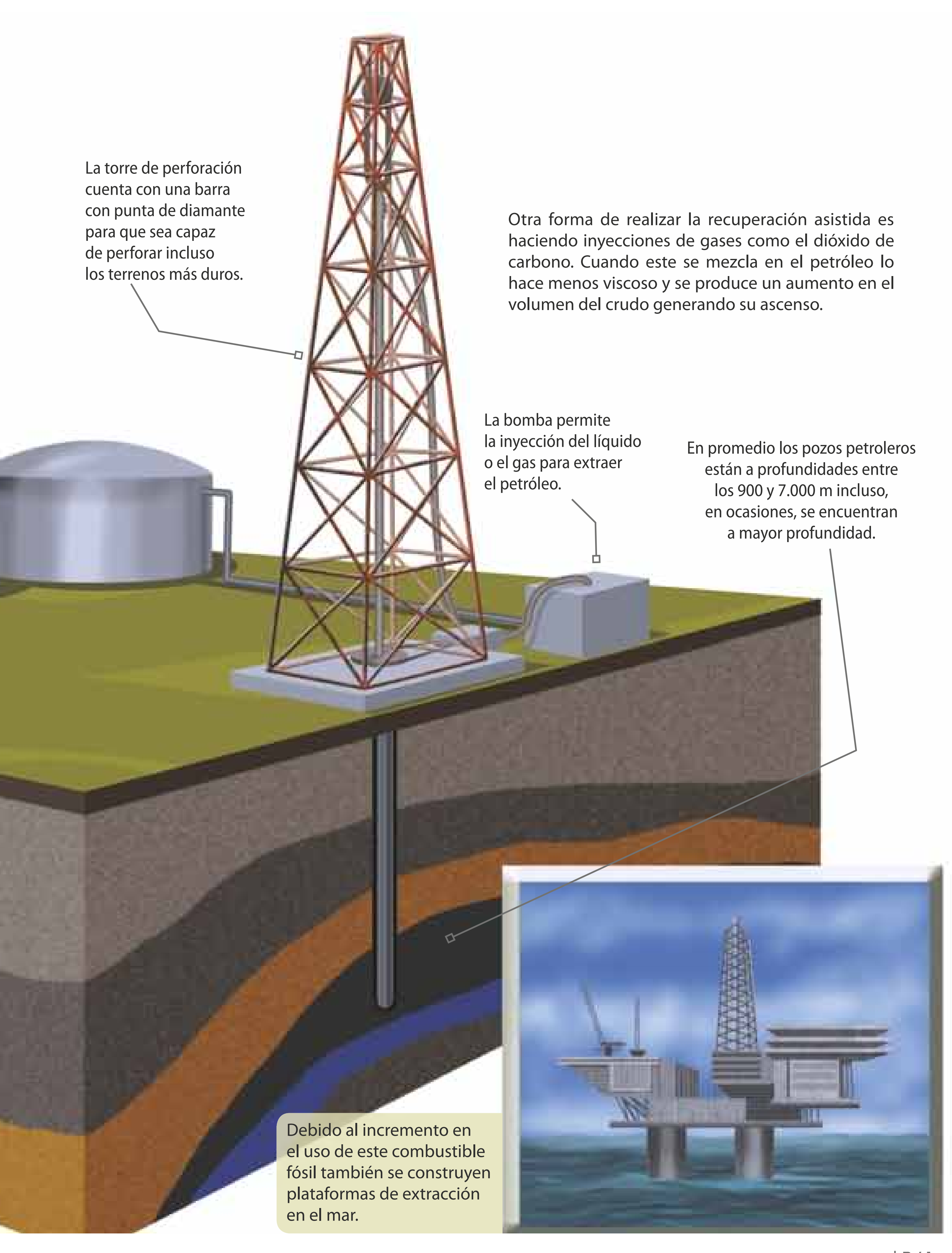
La extracción de petróleo

El petróleo se presenta en forma de líquido viscoso cuyo color varía desde el amarillo hasta el negro. Tiene un fuerte olor característico, y es menos denso que el agua, de modo que flota sobre ella. Su composición puede variar de acuerdo con el yacimiento que provenga.

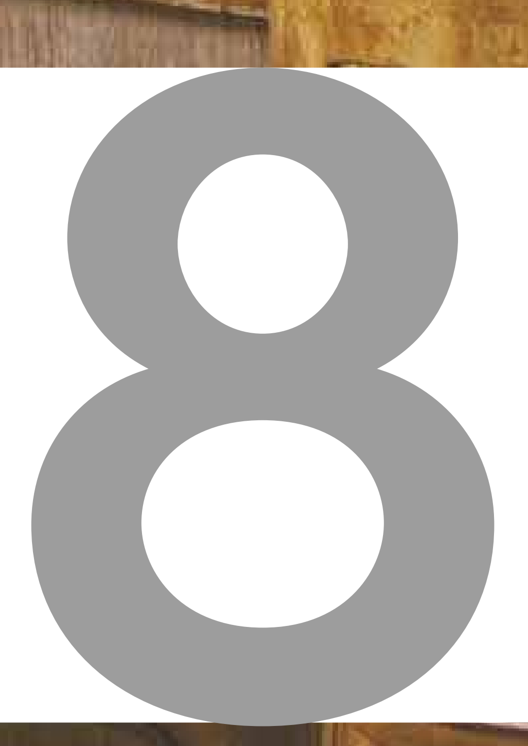


La recuperación asistida es el método utilizado para extraer el petróleo. Una forma de hacerlo es inyectando agua u otro líquido para generar mayor presión sobre el petróleo y generar su ascenso en otro punto.

 © Santillana


La torre de perforación cuenta con una barra con punta de diamante para que sea capaz de perforar incluso los terrenos más duros.
Otra forma de realizar la recuperación asistida es haciendo inyecciones de gases como el dióxido de carbono. Cuando este se mezcla en el petróleo lo hace menos viscoso y se produce un aumento en el volumen del crudo generando su ascenso.
La bomba permite la inyección del líquido o el gas para extraer el petróleo.
En promedio los pozos petroleros están a profundidades entre los 900 y 7.000 m incluso, en ocasiones, se encuentran a mayor profundidad.
Debido al incremento en el uso de este combustible fósil también se construyen plataformas de extracción en el mar.

UNIDAD



Termodinámica

Temas de la unidad

1. Calor y temperatura
2. Las fases de la materia
3. Las leyes de la termodinámica

 © Santillana



Para pensar…

La termodinámica estudia la energía en relación con los conceptos de calor y temperatura. Como lo hemos estudiado, la energía interviene en todos los procesos de la naturaleza y se manifiesta de diferentes formas, el calor es una de ellas.

Podemos establecer relaciones entre la presión, el volumen y la temperatura de una sustancia. Por ejemplo, en el caso de los gases, cuando aumenta su temperatura, puede suceder que el volumen, la presión o ambos varíen de alguna manera. Las sustancias se caracterizan por algunas propiedades térmicas, por ejemplo, los metales son mejores conductores del calor que otras sustancias.

El estudio de la termodinámica nos permite explicar el funcionamiento de algunos sistemas como los motores de los carros, el aumento de energía de un sistema cuando se realiza trabajo sobre él o cuando se le suministra calor y las condiciones en las que un proceso puede suceder, pues por ejemplo, no es posible que espontáneamente un cuerpo a menor temperatura le ceda calor a un cuerpo a mayor temperatura.

En esta unidad estudiaremos los conceptos de calor y temperatura. Estos conceptos nos ayudarán a comprender algunos aspectos de la estructura de la materia, las transformaciones de calor en trabajo y el orden en que ocurren los procesos naturales.

Para responder…

- ¿Qué situaciones conoces en las que se utilicen los términos calor y temperatura?
- ¿Con qué hipótesis puedes explicar la sensación que nos producen los ventiladores?
- ¿Cómo crees que se afecta el volumen de un gas cuando lo encierras es un recipiente y lo sometes a una presión externa?

© Santillana

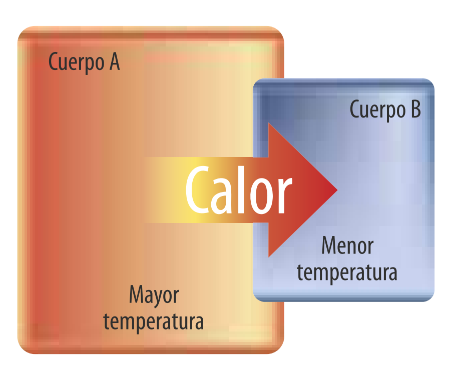


Figura 1. El calor se difunde del cuerpo con mayor temperatura al cuerpo con menor temperatura.

1. Calor y temperatura

1.1 Los conceptos de calor y temperatura

Con frecuencia utilizamos los términos calor y temperatura para describir eventos que observamos en la naturaleza, tales como el estado del tiempo. Es importante que establezcamos la diferencia entre estos conceptos ya que tienden a ser utilizados de manera inexacta.

Supongamos que durante el mismo tiempo calentamos con la misma estufa dos cantidades de agua diferentes que inicialmente se encontraban en el mismo recipiente. Podemos comprobar que el aumento de temperatura de la menor cantidad de agua es mayor que el aumento de la temperatura de la mayor cantidad de agua. En este caso decimos que las dos cantidades de agua reciben la misma cantidad de calor proveniente de la fuente y, sin embargo, el cambio de temperatura es diferente. En el lenguaje usual decimos que la cantidad de agua cuya masa es menor llega a estar más caliente que la cantidad de agua cuya masa es mayor. A la cantidad de agua más caliente que la otra, le hacemos corresponder mayor temperatura.

Cuando medimos la temperatura de nuestro cuerpo con un termómetro, nos colocamos el termómetro debajo del brazo y esperamos unos instantes para tomar el registro de la medición. Este hecho sugiere que, después de un tiempo, las temperaturas a las cuales se encuentran los dos cuerpos en contacto, tienen el mismo valor.

Por otra parte, como nuestro cuerpo le transfiere calor al termómetro, podemos afirmar que cuando dos cuerpos están en contacto, el calor se transfiere del cuerpo con mayor temperatura al cuerpo con menor temperatura (figura 1).

El calor es energía en tránsito, es decir que los cuerpos ceden o ganan calor. Sin embargo, no es correcto afirmar que un cuerpo posea calor, de la misma manera que es incorrecto afirmar que un cuerpo le transfiere temperatura a otro.

Debido a que las moléculas que conforman un sólido o un fluido están en constante movimiento, a los cuerpos se les asocia una energía llamada energía interna, que se relaciona con la energía cinética de las partículas que los constituyen, siendo la temperatura una medida de la energía cinética promedio de las moléculas que constituyen el cuerpo.

Cuando se cede calor a un cuerpo, la velocidad de las partículas que lo constituyen aumenta y este aumento de la energía cinética promedio de las partículas es mayor cuanto más calor se transfiera al cuerpo. Cuando se registra un aumento en la temperatura de una sustancia, podemos inferir que se produce un aumento en su energía interna.

1.1.1 La medida de la temperatura

El termómetro es el instrumento utilizado para medir temperatura. Su funcionamiento se basa en dos hechos:

- Las propiedades de los cuerpos cuando varía su temperatura.
- La temperatura alcanzada por dos cuerpos en contacto.

Algunos termómetros consisten en una columna de líquido (mercurio o alcohol) que aumenta su volumen cuando aumenta la temperatura.

 © Santillana

El termómetro más conocido es el termómetro de mercurio. Este elemento químico suele utilizarse en la construcción de termómetros debido a que es muy susceptible a los cambios de temperatura, lo cual se manifiesta en su aumento de volumen.

La lectura en el termómetro se realiza en una escala graduada en función de la altura alcanzada por el líquido. Aunque es usual medir la temperatura en grados centígrados (°C), la unidad de medida de la temperatura en el Sistema Internacional de Unidades es el Kelvin (K). En el sistema británico de unidades la temperatura se mide en grados Fahrenheit (°F).

A continuación describimos cada una de estas escalas, llamadas escalas termométricas.

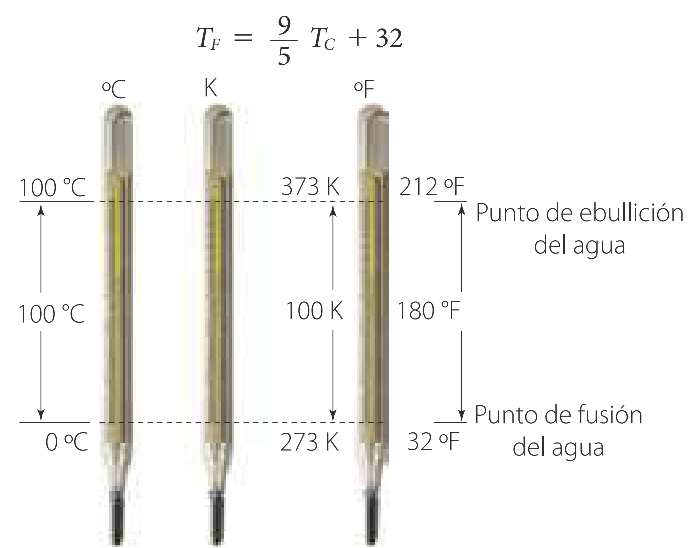
- La escala en la cual se mide la temperatura en °C se denomina **escala centígrada** o **escala Celsius**. En esta escala, el punto de fusión del agua (temperatura a la cual el agua se congela) es 0 °C y el punto de ebullición del agua (temperatura a la cual el agua ebulle a una presión de 1 atmósfera), es 100 °C. En la escala centígrada, el intervalo entre estas temperaturas (de 0 °C a 100 °C) se divide en cien partes iguales, cada una de las cuales se denomina grado centígrado.
- La escala en la cual la temperatura se mide en K se llama **escala absoluta** o **escala Kelvin**. En esta escala el punto de fusión del agua es 273 K y el punto de ebullición 373 K. El intervalo entre ambas temperaturas (de 273 K a 373 K) se divide en cien partes iguales, cada una de las cuales se denomina grado Kelvin.

La temperatura de un objeto puede descender, sin embargo, es imposible que su valor alcance los 0 K pues este valor correspondería al estado en el cual todas las moléculas que forman el cuerpo estarían en reposo. Esta escala se emplea con mayor frecuencia en ámbitos científicos. Una temperatura en grados centígrados (T_C), se puede expresar en grados Kelvin (T_K) mediante la fórmula:

$$T_K = T_C + 273$$

- La escala en la cual la temperatura se mide en °F se llama escala Fahrenheit. En esta escala el punto de fusión del agua es 32 °F y el de ebullición de 212 °F. En la escala Fahrenheit, el intervalo entre ambas temperaturas se divide en ciento ochenta partes iguales, cada una de las cuales se denomina grado Fahrenheit. Una temperatura en grados centígrados (T_C), se puede expresar en grados Fahrenheit (T_F) mediante la fórmula:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$$



EJERCICIO

Expresa la temperatura del cuerpo humano, 37 °C, en grados Fahrenheit y en Kelvin.

EJEMPLOS

1. **La temperatura de 50 °C corresponde al valor que se encuentra en la mitad de los puntos de fusión y de ebullición del agua a una presión de una atmósfera. Expresar este valor en:**
   a. Grados Fahrenheit.
   b. Grados Kelvin.

Solución:

a. Para expresar la temperatura de 50 °C en grados Fahrenheit, tenemos:
   $T_F = 9/5\ T_C + 32$
   $T_F = 9/5\ (50) + 32 = 122\ °C$
   Luego, la temperatura 50 °C equivale a 122 °F.

b. Para expresar la temperatura de 50 °C en Kelvin, tenemos:
   $T_K = T_C + 273$
   $T_K = 50 + 273 = 323\ K$
   La temperatura de 50 °C equivale a 323 K.

2. **Determinar la temperatura tal que su valor en grados centígrados coincida con el valor en grados Fahrenheit.**

Solución:

Para determinar la temperatura en la cual coincide la escala Fahrenheit con la Celsius, remplazamos T_F por T_C, en la ecuación:

$$T_C = \frac{9}{5} T_C$$

$$-32 = \frac{4}{5}\ T_C$$ *Al calcular*

$$T_C = -\ 40\ °C$$

Cuando es la temperatura de −40 °C, su valor es de −40 °F.

1.1.2 La medida del calor

Las ideas acerca de la naturaleza del calor han cambiado en los dos últimos siglos:

- Existió la teoría del fluido tenue que situado en los poros de la materia pasaba de los cuerpos calientes en los que supuestamente se hallaba en mayor cantidad, a los cuerpos fríos. Esta teoría ocupó un lugar importante en la física desde la época de los filósofos griegos, sin embargo, fue perdiendo validez al no poder explicar los resultados de los experimentos que algunos científicos como Benjamín Thompson (1753-1814) realizaron.
- Una vieja teoría poco aceptada por científicos del siglo XVII como Galileo Galilei y Robert Boyle surgió cuando Thompson observó que los metales se calentaban excesivamente al ser perforados por un taladro y que la absorción de calor era tanto mayor cuanto mayor era el tiempo que duraba la intervención del taladro. Thompson hizo el siguiente razonamiento: si el calor es un fluido con masa y se transmite del taladro al metal, llegará un momento en que el taladro cederá tanto calor que perderá toda su masa y acabará por desaparecer. Dado que esto no ocurre, Thompson concluyó que el calor no puede ser algo material. Así, Thompson sostuvo que el calor debía estar asociado con el movimiento vibratorio de las partículas de un cuerpo.
- Las experiencias de Joule (1818-1889) acerca de la conservación de la energía, llevaban a considerar al calor como una forma más de energía. El calor no solo producía aumento de la temperatura sino que además podía relacionarse con trabajo mecánico pues Joule demostró que a partir de la realización de trabajo mecánico era posible producir determinada cantidad de calor.

 © Santillana

En su experimento, Joule utilizó un dispositivo, llamado calorímetro, como el que se muestra en la figura 2.

Al dejar caer unas pesas desde determinada altura, verificó que a partir de la energía potencial de las pesas, colocadas en el exterior del calorímetro, se produce movimiento en las paletas y, en consecuencia, aumenta la temperatura del agua contenida en el recipiente, comprobando de esta manera que a partir de determinada energía potencial se producía cierto aumento de la temperatura.

Joule estableció que la temperatura de 1 gramo de agua aumenta en 1 °C cuando la energía potencial inicial de las pesas es 4,186 julios, con lo cual demostró que el calor es una forma de energía.

Para medir la cantidad de calor se utilizan dos unidades de medida,

- La caloría (cal) que se define como la cantidad de calor que debe absorber un gramo de agua para que su temperatura aumente en un grado centígrado.
- En el Sistema Internacional de Unidades, el julio (J).

La equivalencia entre estas dos unidades es:

$$1 \text{ cal} = 4{,}186 \text{ J}$$

Esta relación entre julios y calorías se conoce como equivalente mecánico del calor.

Con estas experiencias finalizó definitivamente la polémica sobre la naturaleza del calor, pues se estableció que el calor se puede transformar en otras formas de energía. Por ejemplo, en los motores de los automóviles el calor se transforma en energía cinética, en las centrales térmicas se transforma en energía eléctrica, en los filamentos de las bombillas se transforma en energía lumínica.

También diferentes formas de energía se transforman en calor, como ocurre con la energía cinética que se disipa por efecto de la fricción, por esta razón, como lo hemos estudiado, la fuerza de rozamiento se considera disipativa.

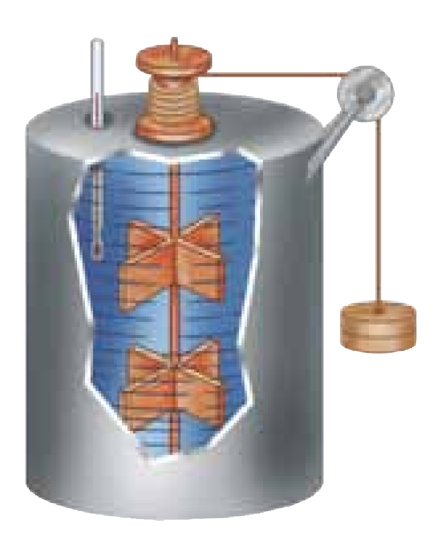


Figura 2. Calorímetro utilizado por Joule en el desarrollo de su experimento.

1.2 El calor y la variación de la temperatura

Cuando un cuerpo absorbe calor, es posible que se produzca un aumento en su temperatura, mientras que, si el cuerpo cede calor es posible que su temperatura disminuya. Más adelante estudiaremos que en algunos casos se suministra calor a una sustancia y, sin embargo, la temperatura no aumenta, de la misma manera que en otros casos un cuerpo cede calor y, sin embargo, su temperatura no disminuye.

A continuación estudiaremos la relación entre el calor suministrado a determinada masa de alguna sustancia y el aumento de su temperatura.

- **Relación entre el calor suministrado y el aumento de la temperatura para una masa constante de una sustancia.** Cuando se suministra calor a una sustancia y, como consecuencia, se produce un aumento de la temperatura, la cantidad de calor suministrado es directamente proporcional con el aumento de temperatura.

  En la figura 3 se muestra una representación gráfica del calor en función del aumento de la temperatura para 100 gramos de agua. También se cumple que cuando la sustancia cede calor, el calor cedido es directamente proporcional a la disminución de la temperatura.

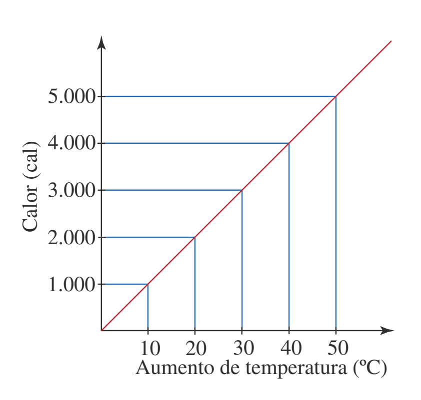


Figura 3. Gráfica del calor en función de la temperatura, para una masa de 100 g de agua.

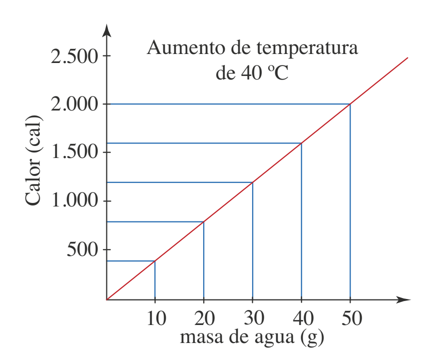


Figura 4. El calor cedido es directamente proporcional a la masa de agua, cuando el aumento en la temperatura es constante.

- **Relación entre el calor suministrado y la masa para un aumento constante de temperatura de una misma sustancia**. Cuando se suministra calor a diferentes masas de la misma sustancia y en todos los casos se produce el mismo aumento de la temperatura, el calor suministrado es directamente proporcional con la masa de sustancia.

  En la figura 4, se muestra una gráfica que representa el calor suministrado a diferentes masas de agua en las cuales se produce un aumento de temperatura de 40 °C.

  De la misma manera, cuando la sustancia cede calor, el calor cedido es directamente proporcional con la masa de la sustancia.

- **Relación entre el calor suministrado y el material del cual está constituida la sustancia para masas y aumentos de temperatura constantes**. Cuando se suministra calor a iguales masas de diferentes sustancias en las cuales se producen iguales aumentos de la temperatura, el calor suministrado depende del material del cual están constituidas las sustancias.

  En la figura 5, se muestran dos gráficas que representan el calor en función del aumento de temperatura para 100 gramos de agua y 100 gramos de alcohol etílico. Se puede observar que para aumentar en 50 °C la temperatura de 100 g de agua se requiere suministrar más calor que para aumentar en 50 °C la temperatura de 100 g de alcohol etílico.

  Este resultado sugiere que el calor suministrado para aumentar la temperatura de 1 gramo de una sustancia en 1 °C depende del material. Esta propiedad de la materia se mide a través del calor específico.

Tabla 8.1

Calor específico de algunas sustancias		
Sustancia	**cal/g · °C**	**J/kg · K**
Agua	1	4.186
Aire	0,24	1.003
Alcohol etílico	0,6	2.511
Aluminio	0,22	920
Cobre	0,09	376
Hielo	0,53	2.215
Hierro	0,12	502
Mercurio	0,03	126

Definición

El calor específico, c_e, de un material es la cantidad de calor que se debe suministrar a un gramo de una sustancia para que su temperatura aumente en un grado centígrado.

El calor específico es una característica propia de cada material. Por ejemplo, si se consideran dos masas iguales de sustancias con diferente calor específico, para que su temperatura aumente en la misma cantidad, se le debe suministrar más calor a la sustancia cuyo calor específico es mayor.

De acuerdo con la gráfica de la figura 5 tenemos que el calor específico del agua es mayor que el calor específico del alcohol etílico. Así mismo, cuando la temperatura disminuye en igual cantidad, la sustancia cuyo calor específico es mayor debe ceder más calor.

La unidad del calor específico en el Sistema Internacional de Unidades es el julio sobre kilogramo por Kelvin (J/kg · K), sin embargo, se puede expresar también en calorías sobre gramo por grado centígrado (cal/g · °C).

En la tabla 8.1se indica la medida del calor específico de algunas sustancias. Por ejemplo, el agua tiene un calor específico de 4.186 J/kg · K. Esto significa que para aumentar la temperatura de 1 kg de agua en 1 K se requiere de 4.186 J.

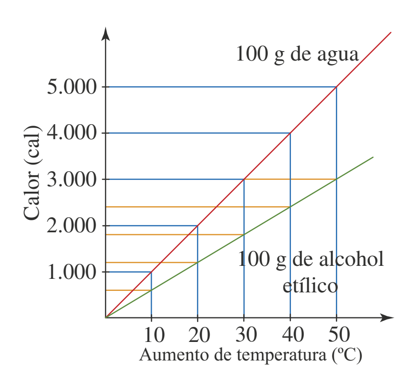


Figura 5. Masas iguales de agua y alcohol requieren de una cantidad diferente de calor para que se produzca el mismo aumento de la temperatura.

© Santillana

Como lo hemos analizado, el calor Q suministrado a una sustancia o el calor cedido por la sustancia para que, respectivamente, se produzca un aumento o disminución de temperatura, depende de tres factores:

- De la masa (m) del cuerpo.
- Del calor específico c_e.
- De la variación de la temperatura, $\Delta T = T_f - T_i$ donde T_i es la temperatura inicial y T_f es la temperatura final.

De esta forma, la cantidad de calor se expresa como:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

Al analizar esta expresión, se observa que, si la temperatura aumenta, es decir, si la temperatura final T_f es mayor que la temperatura inicial T_i tenemos que la variación de la temperatura ΔT es positiva, y, en consecuencia, el calor es positivo. Esto significa que cuando se suministra calor a una sustancia, el valor de dicho calor absorbido por la sustancia es positivo. Si la temperatura disminuye, entonces ΔT es negativo y, en consecuencia, el calor cedido por la sustancia es negativo.

EJEMPLO

Comparar la cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 g de agua para que su temperatura varíe de 40 °C a 70 °C, con la cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 g de hierro para que su temperatura varíe entre los mismos valores.

Solución:

Para calcular la cantidad de calor según las condiciones indicadas en el caso del agua, tenemos:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

$$Q = 1.000\ \text{g} \cdot 1\ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot °\text{C}} \cdot (70\ °\text{C} - 40\ °\text{C}) \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$Q = 30.000\ \text{cal} \qquad \textit{Al calcular}$$

La cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 gramos de agua para que su temperatura varíe de 40 °C a 70 °C es 30.000 cal.

Para calcular la cantidad de calor en el caso del hierro ($c_e = 0{,}12$) tenemos que:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

$$Q = 1.000\ \text{g} \cdot 0{,}12\ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot °\text{C}} \cdot (70\ °\text{C} - 40\ °\text{C})$$

$$Q = 3.600\ \text{cal}$$

La cantidad de calor que se debe suministrar a 1.000 gramos de hierro para que su temperatura aumente 30 °C es 3.600 cal.

Al comparar los dos valores, observamos que aun cuando se trata de la misma masa y del mismo aumento de temperatura, en el caso del hierro se requiere menor cantidad de calor.

1.3 El equilibrio térmico

Como lo hemos enunciado, cuando dos cuerpos se ponen en contacto a diferente temperatura, después de determinado tiempo alcanzan la misma temperatura. En este caso se dice que los dos objetos alcanzan el equilibrio térmico.

Si los cuerpos en contacto no están a la misma temperatura es porque no han alcanzado el equilibrio térmico.

Durante el tiempo que transcurre mientras los dos cuerpos alcanzan el equilibrio térmico se transfiere calor desde el cuerpo de mayor temperatura hacia el cuerpo de menor temperatura.

Es decir, que el cuerpo cuya temperatura inicialmente era menor absorbe una cantidad de calor Q_{abs} igual en valor absoluto, aunque de diferente signo, que la cantidad de calor que cede Q_{ced} el cuerpo que cuya temperatura inicialmente era mayor. Por ende, tenemos:

$$Q_{abs} = -Q_{ced}$$



Para calcular el calor específico del plomo se toma una pieza de 100 g de dicho metal a temperatura de 97 °C y se introduce en 200 cm³ de agua a 8 °C contenidos en un vaso de icopor, el cual es aislante. Una vez agitada el agua con la pieza de metal en su interior, la temperatura se estabiliza en 9,4 °C. Calcular el calor específico del plomo.

Solución:

La masa de 200 cm³ de agua es 200 g, debido a que la densidad de agua es 1 g/cm³. El calor absorbido por el agua, Q_{abs}, es:

$Q_{abs} = m_{agua} \cdot c_{e_{agua}} \cdot (T_f - T_i)$

$Q_{abs} = 200\text{ g} \cdot 1\text{ cal/(g} \cdot \text{°C)} \cdot (9{,}4\text{ °C} - 8\text{ °C}) = 280\text{ cal}$

Para el calor cedido por el plomo, Q_{ced}, tenemos:

$Q_{ced} = m_{plomo} \cdot c_{e_{plomo}} \cdot (T_f - T_i)$

$Q_{ced} = 100\text{ g} \cdot c_{e_{plomo}} \cdot (9{,}4\text{ °C} - 97\text{ °C})$

$Q_{ced} = -8{,}76\text{ g °C} \cdot c_{e_{plomo}}$

Puesto que:

$Q_{abs} = -Q_{ced}$

$280\text{ cal} = 8{,}76\text{ g} \cdot \text{°C} \cdot c_{e_{plomo}}$ *Al remplazar*

$c_{e_{plomo}} = 0{,}032\text{ cal/(g} \cdot \text{°C)}$

El calor específico del plomo es 0,032 cal/(g · °C).

Podemos observar que aunque el calor absorbido, en valor absoluto, es igual al calor cedido, los cambios de temperatura para las dos sustancias son diferentes.

1.4 La transmisión del calor

Cuando hay una diferencia en la temperatura de dos cuerpos o entre dos partes del mismo cuerpo, se establece espontáneamente transmisión de calor que puede producirse por conducción, por convección o por radiación, A continuación estudiamos estas diferentes formas de transmisión del calor.

1.4.1 Conducción del calor

La conducción del calor es la forma en que el calor se transmite en los cuerpos sólidos. Es importante tener en cuenta que la transmisión de calor por conducción a través de un cuerpo no implica transporte de materia a lo largo del cuerpo.

Esta forma de transmisión del calor se puede experimentar cuando colocamos al fuego uno de los extremos de una varilla metálica; después de un tiempo, en realidad bastante corto, la temperatura del otro extremo de la varilla aumenta.

Este proceso de transmisión del calor se explica en virtud de que las moléculas del cuerpo más próximas a la fuente de calor absorben energía que se manifiesta en forma de energía cinética y durante el proceso de conducción la energía cinética de las moléculas vecinas aumenta (figura 6), de tal manera que después de un tiempo ha aumentado la energía cinética de todas las moléculas del cuerpo.

En el caso de los sólidos, los átomos ocupan posiciones casi fijas y describen un movimiento de vibración, de tal manera que cuando la temperatura de un sólido aumenta, cada átomo se aleja mayor distancia a partir de la posición con respecto a la cual vibra.

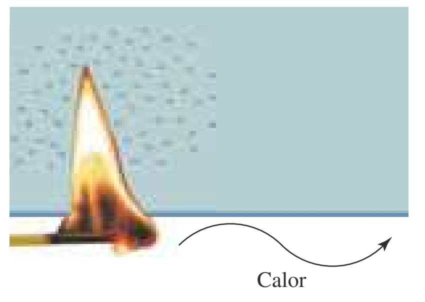


Figura 6. Transmisión de calor por conducción.

En los metales, los electrones de valencia, relativamente libres, que están situados cerca de la fuente de calor aumentan su energía cinética y, por colisiones, la trasfieren a los electrones más cercanos a ellos. Este hecho hace que los metales sean buenos conductores del calor. Existen muchos sólidos que no son buenos conductores de calor, a estos sólidos se les denomina aislantes térmicos.

Consideremos una placa de espesor *e*, cuyas caras son planas y su área es *A*. Además supongamos que la temperatura en una de sus caras, la cara 1, es T_1 y la temperatura en la otra cara, la cara 2, es T_2, donde T_1 es mayor que T_2 (figura 7).

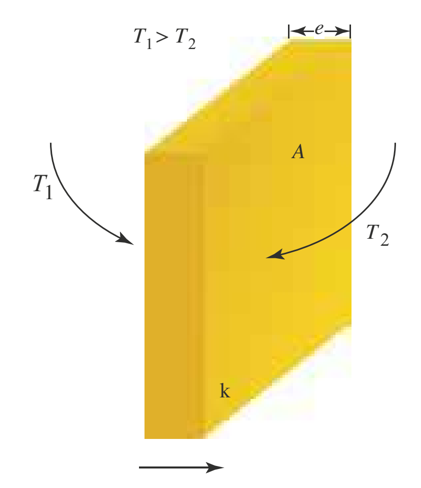


Figura 7. La transmisión del calor se produce de la cara de la placa a mayor temperatura a la placa a menor temperatura.

Según lo enunciado, el calor se propaga de la cara 1 a la cara 2, si ΔQ es la cantidad de calor que se propaga a través de la placa durante un intervalo de tiempo Δt, la cantidad de calor que se transmite de una cara de la placa a la otra por unidad de tiempo es $\Delta Q/\Delta t$. Esta cantidad indica la rapidez con la cual se propaga el calor. La rapidez con la cual se propaga el calor es directamente proporcional al área *A* de las caras, lo cual significa que cuanto mayor es el área a través de la cual se propaga el calor, mayor es la rapidez con la cual este se propaga.

Por otra parte, la rapidez con la cual se propaga el calor es proporcional a la diferencia de temperatura, $T_1 - T_2$, entre las caras de la placa. Además, la rapidez con la cual se propaga el calor y el espesor *e* de la placa son inversamente proporcionales, es decir que cuanto mayor es el espesor de la placa, menor es la rapidez con la cual se propaga el calor. De acuerdo con estos resultados, la rapidez con la cual se propaga el calor se expresa como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{e}$$

donde la constante *k* se llama conductividad térmica del material.

Cuando el calor se propaga a través de un sólido lo hace con mayor o con menor rapidez, dependiendo del material del cual está constituido. Por tanto, se dice que los sólidos a través de los cuales se propaga calor por conducción con mayor rapidez, tienen mayor conductividad térmica.

En otras palabras, la conductividad térmica es una propiedad física de los materiales que mide la capacidad de conducción del calor. En la tabla se muestran algunos valores de la conductividad térmica.

El inverso de la conductividad térmica es la resistividad térmica, que es la capacidad de los materiales para oponerse a la propagación del calor.

Por ejemplo, los termos se construyen con dos recipientes, uno dentro del otro y se procura que prácticamente no haya aire entre ellos. Con este diseño se logra que al depositar en él una sustancia a una determinada temperatura, la transmisión de calor por conducción del interior hacia el exterior sea mínima.

Tabla 8.2

Conductividad térmica de algunas sustancias								
Sustancia	Aluminio	Cobre	Plata	Asbesto	Losa	Corcho	Vacío	Vidrio Pirex
cal/cm · s · °C	0,5	0,92	1	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0	$2,6 \cdot 10^{-3}$

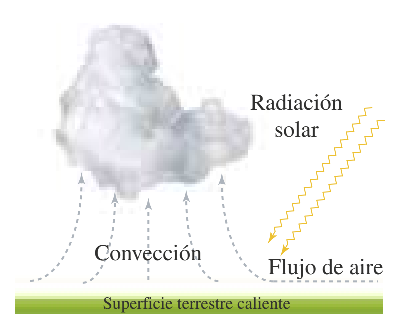


Figura 8. Las corrientes de convección se forman, porque las partículas de aire cercanas a la superficie terrestre se calientan y ascienden.

De igual manera, si en el interior se deposita una sustancia a baja temperatura, la transmisión de calor por conducción del exterior hacia el interior es mínima. Así se logra que la variación de la temperatura de la sustancia sea mínima.

EJEMPLO

El vidrio de una ventana de un edificio mide 2 metros de ancho por 6 metros de largo y tiene un espesor de 0,5 cm. Si la temperatura de la superficie exterior del vidrio es 30 °C y la temperatura de la superficie interior es 20 °C, calcular el calor que se propaga a través del vidrio durante 10 segundos, suponiendo que se trata de vidrio Pirex.

Solución:

El área a través del cual fluye el calor es:

$A = 200 \text{ cm} \cdot 600 \text{ cm} = 1{,}2 \cdot 10^5 \text{ cm}^2$

Para la rapidez con la cual se propaga el calor a través del vidrio tenemos:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{e}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{(2{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{°C})(1{,}2 \cdot 10^5 \text{ cm}^2)(30 \text{ °C} - 20 \text{ °C})}{0{,}5 \text{ cm}}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 6.240 \text{ cal/s}$$

El calor que fluye a través del vidrio durante 10 segundos es
6.240 cal/s · 10 s = 62.400 cal.

1.4.2 Convección del calor

La convección del calor es la forma en que el calor se propaga en los líquidos y en los gases. Es importante tener en cuenta que la transmisión de calor por convección implica transporte de materia.

Esta forma de transmisión del calor se puede experimentar cuando colocamos las manos cerca de la parte superior de una superficie caliente y experimentamos un aumento en la temperatura.

El proceso de transmisión del calor se presenta cuando al calentarse el aire cercano a la superficie terrestre, su temperatura aumenta y, en consecuencia, su densidad disminuye, esto ocasiona que dichas partículas asciendan y aquellas partículas de aire a menor temperatura desciendan, generando de esta manera corrientes de convección (figura 8).

1.4.3 Radiación del calor

La radiación del calor es la forma en que el calor se transmite aun cuando no haya medio material. Este tipo de transmisión se produce mediante la propagación de ondas electromagnéticas como la luz, la radiación infrarroja y la radiación ultravioleta.

En este proceso de transmisión del calor, al incidir las ondas electromagnéticas sobre un cuerpo pueden agitar las partículas cargadas eléctricamente de su interior y, de esta manera, transferir energía, lo cual se manifiesta como un aumento de temperatura.

EJERCICIO

¿Cuánto calor se propaga en el mismo tiempo del ejemplo propuesto si el largo y el ancho del vidrio se reducen a la mitad y el espesor permanece constante?

 © Santillana

La energía transportada por un tipo de ondas electromagnéticas depende de la naturaleza de las mismas. Así, las ondas ultravioleta son más energéticas que las de luz visible y éstas a su vez son más energéticas que las ondas de radiación infrarroja.

Mediante esta forma de transmisión se propaga el calor proveniente del Sol, a pesar de que entre él y la atmósfera terrestre no hay una sustancia que permita su difusión por conducción o por convección, debido a que en el espacio exterior a la atmósfera, las partículas son muy escasas.

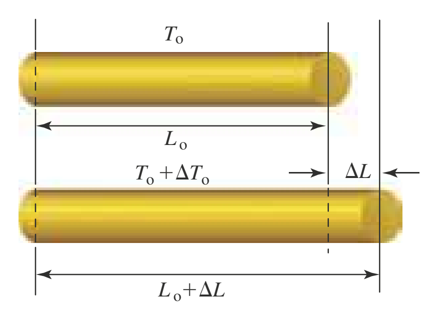


Figura 9. Al aumentar la temperatura de la varilla aumenta su longitud.

1.5 La dilatación

Al aumentar la temperatura de una sustancia, sea un sólido, líquido o un gas, aumenta también el movimiento de las moléculas que la forman, generando cierta separación entre sí. Esto provoca que dicha sustancia, por lo general, presente un aumento en su volumen en relación con su volumen original, es decir, que se dilate. En el caso contrario, es decir, en una disminución de temperatura, las moléculas se acercan y se reduce el tamaño de la sustancia, fenómeno denominado contracción.

La dilatación se evidencia en algunas grietas que aparecen en las carreteras por efecto de la absorción de calor por parte del asfalto en épocas de verano, o en la ascensión del mercurio por el tubo del termómetro cuando aumenta la temperatura.

En el diseño de los puentes, los ingenieros deben tener en cuenta la dilatación de los materiales utilizados para su construcción, razón por la cual se les acondicionan junturas para que en el proceso de dilatación por aumento de la temperatura no se produzcan tensiones que puedan ocasionar daños en la estructura.

1.5.1 Dilatación en sólidos

La dilatación en un sólido se presenta en sus tres dimensiones, por tanto, se puede considerar la **dilatación lineal**, la **dilatación superficial** y la **dilatación volumétrica**.

Dilatación lineal

Cuando una varilla larga experimenta un aumento de temperatura, también experimenta dilatación en todas las direcciones, sin embargo, el aumento de su longitud es considerablemente mayor que el aumento de su diámetro. Por esta razón, estudiamos lo que se conoce como dilatación lineal.

Consideremos que la longitud de una varilla es L_0 cuando su temperatura es T_0 y que al aumentar la temperatura en ΔT, el aumento de la longitud es ΔL. Es decir, que cuando la temperatura es $T_0 + \Delta T$, la longitud de la varilla es $L_0 + \Delta L$ (figura 9). Con respecto a la dilatación lineal se puede observar que:

- La variación de la longitud ΔL, de una varilla es directamente proporcional al cambio de temperatura ΔT.
- La variación de longitud ΔL es directamente proporcional a la longitud inicial de la varilla, L_0.

Estas relaciones de proporcionalidad se expresan como:

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

La cantidad α se llama **coeficiente de dilatación lineal** y su valor depende del material del cual está constituida la varilla. Su unidad de medida es el $°C^{-1}$.

En la tabla 8.3, se muestra el coeficiente de dilatación lineal para algunas sustancias.

Tabla 8.3

Coeficientes de dilatación lineal	
Sustancia	**α ($°C^{-1}$)**
Acero	$11 \cdot 10^{-6}$
Aluminio	$25 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17 \cdot 10^{-6}$
Hierro	$12 \cdot 10^{-6}$
Vidrio	$9 \cdot 10^{-6}$

© Santillana

EJEMPLO

Un ingeniero proyecta la construcción de un puente de acero de 20 m de longitud. Si la diferencia máxima de temperaturas durante el día es 20 °C, determinar la longitud que debe dejar libre para que el puente se dilate sin deformarse.

Solución:

La longitud que debe dejar libre es igual a la variación de la longitud del puente, por tanto,

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta L = 11 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1} \cdot 20\ m \cdot 20\ °C = 4{,}4 \cdot 10^{-3}\ m$$

La longitud que debe dejar libre para que el puente se dilate sin deformarse es $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ m, esto es 4,4 milímetros.

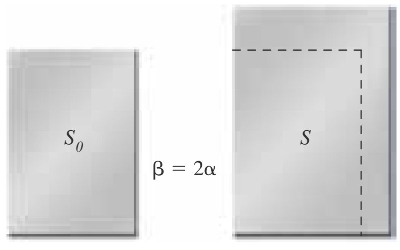


Figura 10. En una lámina, la dilatación superficial afecta las dos dimensiones, largo y ancho.

Dilatación superficial

Si el sólido tiene forma de lámina, la dilatación afecta sus dos dimensiones y se produce dilatación superficial (figura 10). En este caso, la variación del área de la lámina es proporcional al área inicial A_0 y al cambio de temperatura ΔT, por tanto:

$$\Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T$$

donde para el coeficiente de dilatación superficial β se cumple que $\beta = 2 \cdot \alpha$, siendo α el coeficiente de dilatación lineal.

Dilatación volumétrica

Si ninguna de las dimensiones se destaca sobre las otras, las tres dimensiones se dilatan produciéndose así dilatación cúbica o volumétrica (figura 11).

Consideremos ahora que un cuerpo de volumen V_0 se somete a una variación de temperatura ΔT, entonces la variación del volumen ΔV, es directamente proporcional al cambio de la temperatura y también es directamente proporcional al volumen inicial del cuerpo, V_0. Esto se expresa como:

$$\Delta V = V_0 \cdot \Delta T$$

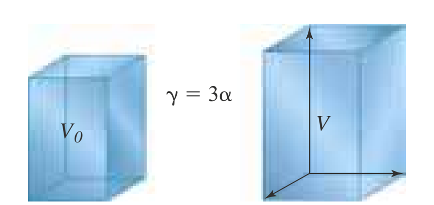


Figura 11. Cuando se dilatan las tres dimensiones de un cuerpo, se tiene dilatación volumétrica.

La cantidad γ se denomina **coeficiente de dilatación volumétrica** y su valor depende del material del cual está constituido el cuerpo. Se expresa en $°C^{-1}$. En la tabla 8.4, se presenta el coeficiente de dilatación volumétrica para algunas sustancias. El coeficiente de dilatación volumétrica de un material es aproximadamente igual al triple del coeficiente de dilatación lineal, es decir:

$$\gamma = 3\alpha$$

Es importante notar que un recipiente se dilata como si fuera macizo. Por ejemplo la dilatación de un vaso de acero se produce como si el vaso estuviera completamente lleno de acero. Así mismo, si aumentamos la temperatura de una regla de acero, el efecto será semejante al de un aumento fotográfico. Las líneas que estaban igualmente distanciadas seguirán igualmente distanciadas, pero los espacios serán ligeramente mayores. De igual modo, la anchura de la regla será levemente mayor. Si la regla tiene un agujero, este se hará mayor, al igual que ocurriría con una ampliación fotográfica.

Tabla 8.4

Coeficientes de dilatación cúbica	
Sustancia	**γ ($°C^{-1}$)**
Amoniaco	$2.450 \cdot 10^{-6}$
Alcohol	$1.100 \cdot 10^{-6}$
Agua	$200 \cdot 10^{-6}$
Glicerina	$500 \cdot 10^{-6}$
Mercurio	$180 \cdot 10^{-6}$

1.5.2 Dilatación en líquidos

Cuando se aumenta la temperatura de un líquido se debe tener en cuenta que a la vez que el líquido se dilata, también se dilata el recipiente que lo contiene. Los líquidos tienen mayores coeficientes de dilatación que los sólidos aunque no son constantes: varían con la temperatura. El mercurio es el líquido con coeficiente de dilatación más constante por eso se usa en los termómetros.

 © Santillana

 **EJEMPLO**

Se llena a ras un recipiente de aluminio con 1.000 cm³ de agua. La temperatura del sistema es 40 °C. Si la temperatura disminuye en 15 °C, determinar la cantidad de agua que a 15 °C debe añadirse para que el recipiente quede nuevamente a ras.

Solución:

Para determinar la variación del volumen del agua tenemos:

$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$

$\Delta V = 200 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1} \cdot 1.000\ cm^3 \cdot (-25\ °C)$

$\Delta V = -5\ cm^3$

El volumen del agua disminuye en 5 cm³.

Para determinar la variación del volumen del recipiente de aluminio, determinamos el coeficiente de dilatación volumétrica del aluminio a partir del coeficiente de dilatación lineal,

$\gamma = 3\alpha = 3\,(25 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}) = 75 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$

$\Delta V = 75 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1} \cdot 1.000\ cm^3 \cdot (-25\ °C)$

$= -1{,}9\ cm^3$

El volumen del recipiente disminuye en 1,9 cm³.

Por tanto, se deben añadir 3,1 cm³ de agua.

Aunque la mayoría de las sustancias se dilatan al calentarse, el comportamiento del agua a temperaturas comprendidas entre 0 °C y 4 °C es diferente. En la figura 12 se puede observar que el volumen es mínimo y por ende la densidad es máxima a 4 °C. De esta manera, cuando se aumenta la temperatura de una cantidad de agua cuyo valor está entre 0 °C y 4 °C, se contrae en lugar de dilatarse. Al introducir agua en un refrigerador, esta se dilata. Si la densidad del hielo fuera mayor que la densidad del agua, el hielo formado en la superficie de lagos y mares se hundiría, dando lugar a una nueva formación de hielo que también se hundiría y como resultado, toda el agua se congelaría y no habría vida acuática.

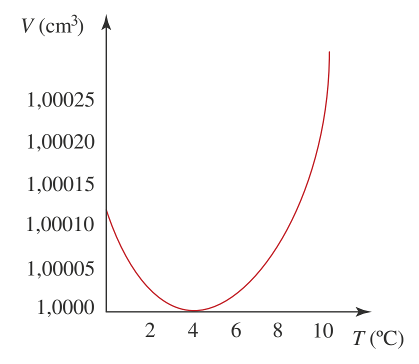
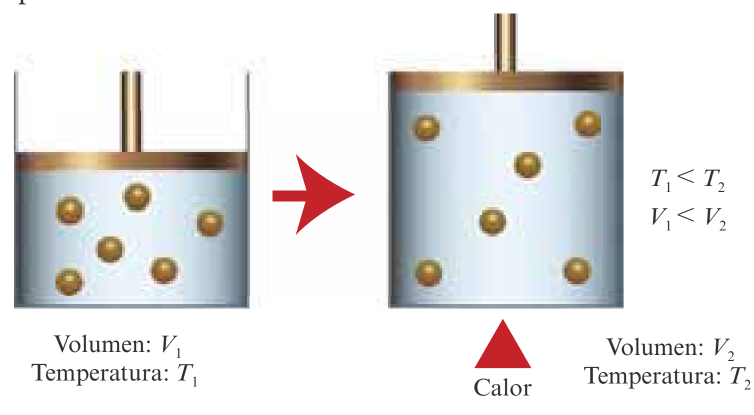


Figura 12. A 4 ºC el volumen del agua es mínimo y su densidad es máxima.

1.5.3 Dilatación en gases

Cuando se aumenta la temperatura de un gas, pueden producirse dos fenómenos:

- **Si la presión no varía, el volumen del gas aumenta**. Esto se debe a que la energía suministrada al gas se emplea en aumentar la energía cinética de las moléculas, aumentando el volumen en forma proporcional a la temperatura medida en kelvin.



- **Si el volumen del gas no varía, la presión del gas aumenta**. En este caso no se produce dilatación, puesto que no hay cambio de volumen.

En días calurosos, la presión del aire contenido en las llantas de un automóvil aumenta debido al incremento de la temperatura. En este caso se puede considerar que la variación del volumen es mínimo.

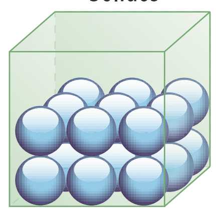
2. Las fases de la materia

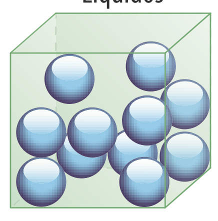
Como ya sabes la materia se puede encontrar en tres fases: sólida, líquida o gaseosa. En estas tres fases las sustancias se comportan de formas diferentes debido a su estructura interna.

Comúnmente identificamos la fase de las sustancias por sus características a temperatura ambiente. Por ejemplo, sabemos que el oxígeno es un gas, sin embargo, bajo ciertas condiciones podría estar en la fase líquida; identificamos el mercurio como un líquido, sin embargo podríamos encontrarlo en fase gaseosa cuando se encuentra en forma de vapor de mercurio y reconocemos los metales como el hierro en su fase sólida aunque en las siderúrgicas lo podemos encontrar en fase líquida.

La fase en la cual se encuentran las sustancias depende de varios factores:

- La estructura interna. Dicha estructura en los sólidos es diferente a la de los líquidos y esta a su vez es diferente de la de los gases (figura 13).
- La temperatura. Un aumento o disminución de la temperatura puede producir un cambio de fase. Por ejemplo, el mercurio a temperatura ambiente se encuentra en fase líquida, pero a temperaturas mayores que 358 °C se encuentra en fase gaseosa.
- La presión. Un aumento de presión puede producir un cambio de fase, aunque no se modifique su temperatura. Por ejemplo, dentro de los encendedores el butano se encuentra en la fase líquida y se transforma en gas al salir de ellos.





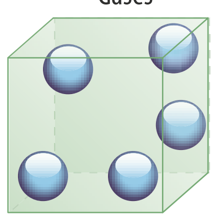


Figura 13. Modelo molecular de las tres fases de la materia.

2.1 Punto de fusión y punto de ebullición

Cuando se aumenta la temperatura de algunos sólidos como el plástico o el vidrio, se observa que su consistencia se empieza a parecer a la de un líquido a medida que aumenta la temperatura. A este tipo de sólidos se les conoce como sólidos amorfos.

Los sólidos cuyo cambio a la fase líquida se produce a una temperatura característica se denominan cristalinos. El hierro y el hielo son ejemplos de dichos sólidos.

Definición

El punto de fusión de una sustancia es la temperatura a la cual se produce el cambio de la fase sólida a la fase líquida. El punto de fusión depende de la presión.

Por ejemplo, el punto de fusión del agua es 0 °C, lo cual significa que cuando a un bloque de hielo que se encuentra a una temperatura de 0 °C se le suministra calor, su temperatura no aumenta hasta tanto todo el bloque cambie de la fase sólida a la fase líquida.

Definición

El punto de ebullición de una sustancia es la temperatura a la cual se produce el cambio de la fase líquida a la fase gaseosa. El punto de ebullición depende de la presión.

Por ejemplo, el punto de ebullición del mercurio es 358 °C, lo cual significa que cuando a una cantidad de mercurio que se encuentra a una temperatura de 358 °C se le suministra calor, su temperatura no aumenta hasta tanto todo el metal cambie de la fase líquida a la fase gaseosa, es decir, a vapor de mercurio.

 © Santillana

Los resultados anteriores muestran que durante el tiempo en el cual una sustancia cambia de fase, la temperatura de la sustancia no aumenta aun cuando se le suministre calor. Por ejemplo, si se toma una cierta cantidad de hielo, se introduce en un recipiente y se somete a calor, mientras haya hielo en el recipiente, la temperatura es 0 °C, valor que corresponde al punto de fusión del agua (figura 14).

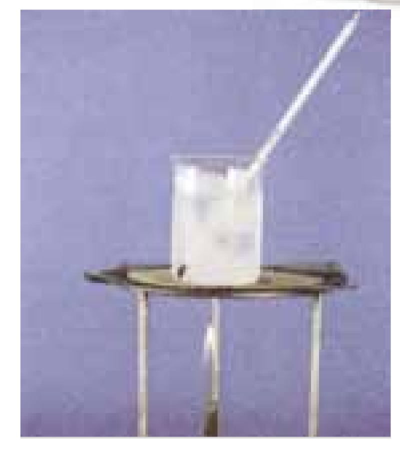


Figura 14. El termómetro marca 0 °C si hay hielo en el recipiente, porque mientras se produce el cambio de fase de la sustancia no hay aumento en la temperatura.

La energía necesaria para que una sustancia cambie de estado se puede determinar mediante la expresión:

$$Q = m \cdot L$$

Donde m es la masa de la sustancia considerada, y L es una propiedad característica de cada sustancia denominada calor latente. En el SI, el calor latente se mide en J/kg.

Definición

El calor latente de fusión L_f de una sustancia es el calor que se debe suministrar por unidad de masa para que dicha sustancia cambie de la fase sólida a la fase líquida.

Definición

El calor latente de vaporización L_v de una sustancia es el calor que se debe suministrar por unidad de masa para que dicha sustancia cambie de la fase líquida a la fase gaseosa.

En la siguiente tabla, se presentan los puntos de fusión y de ebullición a 1 atmósfera de presión y los calores latentes de fusión y de vaporización de algunas sustancias.

Tabla 8.5

Sustancia	Punto de fusión (°C)	Punto de ebullición (°C)	Calor latente de fusión cal/g	Calor latente de vaporización cal/g
Agua	0	100	80	540
Plomo	327	1.750	5,5	205
Oxígeno	−223	−183	3,3	51
Mercurio	−39	358	2,8	71
Zinc	420	918	24	475
Aluminio	658	2.057	94	2.260
Alcohol	−117,3	78,5	24,9	204
Plata	960	2.193	21	558

2.2 Cambios de fase

Los cambios de fase de las sustancias se conocen con nombres característicos.

Vaporización: es el paso de la fase líquida a la fase gaseosa. Se puede producir de dos maneras:

- La evaporación, que tiene lugar a cualquier temperatura como sucede cuando la ropa se seca.
- La ebullición en la cual se observa la producción de burbujas dentro del líquido y tiene lugar a una temperatura característica para cada sustancia.

Licuefacción: se produce cuando una sustancia cambia de la fase gaseosa a la fase líquida. Durante este proceso la sustancia cede calor, sin embargo, su temperatura no disminuye y su valor es igual al punto de ebullición.

Es importante aclarar que en ocasiones este cambio de fase sucede a temperaturas diferentes al punto de ebullición, como ocurre cuando se empañan los vidrios en días fríos caso en el cual nos referimos a la condensación.

Solidificación: se produce cuando una sustancia cambia de la fase líquida a la fase sólida. Durante este proceso la sustancia cede calor, sin embargo la temperatura no disminuye y su valor es igual al punto de fusión.

En el esquema de la siguiente figura se muestran los diferentes cambios de fase.



EJEMPLO

Un cubo de hielo de masa 100 g a temperatura de −20 °C se introduce en un recipiente y se le suministra calor hasta que en la fase gaseosa su temperatura es 110 °C. Determinar la cantidad de calor que se debe suministrar durante el proceso.

Solución:

Consideremos cada uno de los pasos durante el proceso, utilicemos los calores específicos de la tabla 8.1 y los demás valores para el agua que se presentan en la tabla 8.5.

- Cuando la temperatura del hielo aumenta de −20 °C a 0 °C, $\Delta T = 20$ °C.

  $Q_1 = m \cdot c_{e\,hielo} \cdot \Delta T$

  $Q_1 = 100\text{ g} \cdot 0{,}53\text{ cal/g °C} \cdot 20\text{ °C} = 1.060\text{ cal}$

- Cuando el hielo cambia a la fase líquida.

  $Q_2 = m \cdot L_{f\,agua}$

  $Q_2 = 100\text{ g} \cdot 80\text{ cal} = 8.000\text{ cal}$

- Cuando la temperatura del agua aumenta de 0 °C a 100 °C, $\Delta T = 100$ °C.

  $Q_3 = m \cdot c_{e\,agua} \cdot \Delta T$

  $Q_3 = 100\text{ g} \cdot 1\text{ cal/g °C} \cdot 100\text{ °C} = 10.000\text{ cal}$

- El agua cambia a la fase gaseosa.

  $Q_4 = m \cdot L_{v\,agua}$

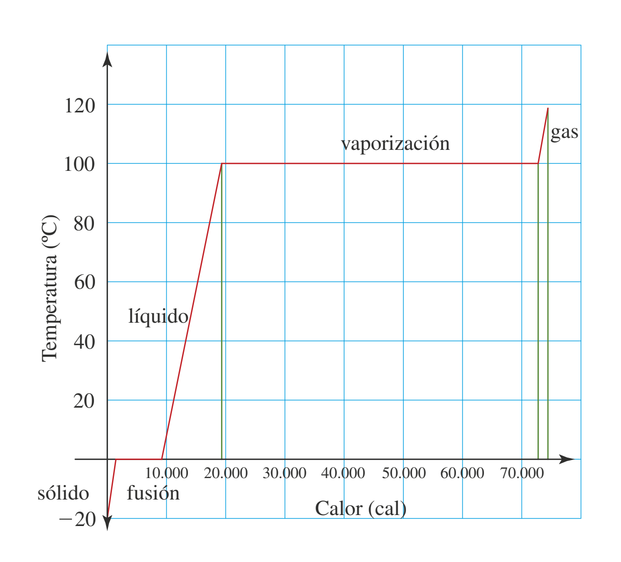
  $Q_4 = 100\text{ g} \cdot 540\text{ cal} = 54.000\text{ cal}$

- Cuando la temperatura del vapor de agua aumenta de 100 °C a 110 °C, $\Delta T = 10$ °C.

  $Q_5 = m \cdot c_{e\,agua} \cdot \Delta T$

  $Q_5 = 100\text{ g} \cdot 0{,}48\text{ cal/g °C} \cdot 10\text{ °C} = 480\text{ cal}$

  El calor total suministrado es la suma de los calores de cada proceso, es decir, 73.540 cal.



 © Santillana



2.2.1 Factores que afectan los cambios de fase

Hemos afirmado que los puntos de fusión y de ebullición son característicos de las sustancias y que su valor depende de la presión. Además, se pueden lograr cambios en dichos puntos mediante la adición de algunas sustancias.

La presión

Cuando un líquido entra en ebullición observamos que se producen burbujas que se dirigen hacia la superficie (figura 15). Puesto que las burbujas se encuentran dentro del líquido, son sometidas a la presión que este les ejerce.



Figura 15. Las burbujas de un líquido en ebullición experimentan la presión que éste les ejerce.

Para que se produzca el proceso de ebullición se requiere que la presión del vapor en el interior de las burbujas sea la suficiente como para soportar la presión del líquido que las rodea. Por ende, cuando la presión del vapor es mayor que la presión exterior se produce la ebullición del líquido.

Cuando la presión exterior aumenta, los líquidos se vaporizan a mayor temperatura, pues es necesario que la presión de vapor aumente para superar el valor de la presión externa. Por ende, cuando la presión externa aumenta, el punto de ebullición aumenta; es decir, que el punto de ebullición de una sustancia depende de la presión atmosférica.

En la tabla 8.6, se muestran algunos valores del punto de ebullición del agua para diferentes valores de la presión atmosférica. Podemos ver que al nivel del mar donde la presión atmosférica es 760 mmHg, el punto de ebullición del agua es 100 °C, pero en Bogotá, en virtud de su altitud, la presión atmosférica es 560 mmHg, y el punto de ebullición del agua es 92 °C.

Podemos hacer un experimento para ilustrar esta situación; si introducimos agua a 60 °C en una jeringa hipodérmica y tapamos el orificio de salida con un dedo. Al tratar de sacar el émbolo se observa que el agua entra en ebullición, pues con esta acción disminuimos la presión del líquido.

El punto de fusión de las sustancias también depende de la presión ejercida. Por lo general, un aumento en la presión produce un aumento en el punto de fusión. El agua es una excepción, puesto que su punto de fusión disminuye cuando aumenta la presión. A la presión de 760 mmHg, el punto de fusión del agua es 0 °C y cuando se aumenta la presión, se logra que un bloque de hielo se funda a menor temperatura. Por esta razón, cuando un patinador se desliza sobre una pista de hielo que se encuentra a una temperatura menor de 0 °C, a su paso los patines ejercen presión sobre el hielo, y se forma una capa de líquido que facilita su desplazamiento que luego se congela nuevamente. Esto significa que al aumentar la presión, el punto de fusión del agua disminuye, pero en los puntos en los que no aumenta la presión, el punto de fusión permanece en 0 °C, por esto el hielo solo se funde en las partes sobre las cuales se ejerce presión.

Presencia de solutos

La experiencia muestra que si añadimos sal al hielo el punto de fusión disminuye, es decir, el hielo se funde a menor temperatura.

Por esta razón, en épocas de invierno, en lugares donde hay estaciones se adiciona sal a las carreteras para descongelar el hielo depositado en ellas.

También es posible lograr un cambio en el punto de ebullición por medio de la adición de sustancias. Por ejemplo, cuando se añade sal al agua, se observa que el punto de ebullición aumenta.

Tabla 8.6

Altura sobre el nivel del mar (m)	Presión atmosférica (mmHg)	Punto de ebullición del agua (°C)
0	760	100
1.000	670	97
2.000	600	93
2.600	560	92
9.000	240	70

- Refrigera y previene el calentamiento.
- Evita la oxidación y la corrosión, lubricando todas las partes del sistema de refrigeración.
- Conserva limpio y mejora la vida útil del radiador, bomba de agua, termostato, sellos y empaque.
- Excede los estándares ASTM y SAE exigidos por los fabricantes internacionales de vehículos.

Cuadro comparativo	
Protección contra congelamiento	−18 °C
Protección contra ebullición	126 °C

Figura 16. Descripción de las características de un aditivo para el líquido refrigerante de un vehículo.

Una aplicación práctica de la variación de los puntos de fusión y de ebullición mediante la adición de sustancias es la preparación de sustancias para llenar los circuitos de refrigeración de los automóviles.

Cuando se adicionan al agua sustancias como el etilenglicol (compuesto de alcohol y glicerina) con determinada concentración, el rango de temperatura para la solución es más amplio pues aumenta el punto de ebullición y disminuye el punto de fusión. En la figura 16 se muestran las características de una de estas soluciones. De esta manera, en regiones en las que durante el invierno la temperatura es de algunos grados bajo cero, el líquido no se congela dentro del circuito refrigerador, lo cual, de suceder, le ocasionaría daños a los conductos debido a la dilatación del agua producida cuando su temperatura disminuye de los 4 °C a los 0 °C. Además estas soluciones entran en ebullición cuando la temperatura del motor es mayor de 100 °C.

2.3 Los gases

La temperatura, la presión y el volumen nos permiten describir las características de los gases bajo determinadas condiciones. Por esta razón a dichas variables se les denomina variables de estado.

El comportamiento de los gases cuando se comprimen, se dilatan, se someten a descargas eléctricas o se combinan entre sí, transformándose en otras sustancias diferentes, ha proporcionado elementos claves para la comprensión de la estructura de la materia. Todas estas observaciones acerca del comportamiento y las características de los gases han llevado a la formulación de una serie de leyes que describen dichas observaciones de manera general.

Por tanto, estudiaremos lo que se conoce como la ley de los gases ideales. Aunque ningún gas real es ideal, la mayoría de los gases de baja densidad a temperaturas que no se acerquen al valor de la temperatura a la cual el gas se condensa satisfacen de manera aproximada la ley de los gases ideales.

2.3.1 La teoría cinética de los gases

El fundamento de la teoría cinética de los gases se basa en las siguientes hipótesis:

- Un gas está constituido por un gran número de moléculas que se mueven continuamente. A este estado de continuo movimiento se le llama agitación térmica, la cual aumenta cuando la energía cinética promedio de las partículas aumenta. En su movimiento, las moléculas chocan entre sí y contra las paredes del recipiente en el cual está contenido el gas (figura 17).
- La temperatura de un gas se relaciona con su agitación térmica. La temperatura de un gas es tanto mayor cuanto mayor es la agitación térmica de las moléculas. La energía cinética promedio de las moléculas y la temperatura del gas son directamente proporcionales.
- La presión que ejerce un gas sobre las paredes del recipiente que lo contiene es producida por los continuos choques de sus moléculas contra las paredes.

A partir de la aplicación de estas hipótesis es posible explicar el comportamiento de los gases con relación a las variaciones de presión, volumen y temperatura.

Como todas las sustancias independientemente de la fase en la cual se encuentran están formadas por partículas que se mueven continuamente, podemos ampliar el campo de aplicación de la teoría cinética de los gases para explicar algunos comportamientos de los sólidos y los líquidos.

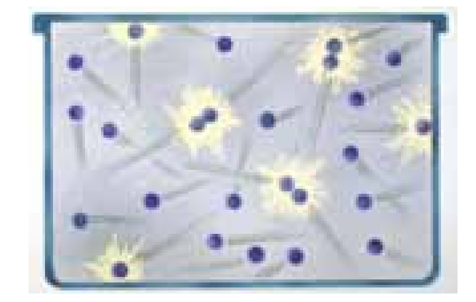


Figura 17. Modelo de las moléculas de un gas que se encuentran en agitación térmica.

 © Santillana

Recordemos que al interior de un líquido las partículas se atraen entre sí mediante las fuerzas de cohesión. Estas fuerzas que ejercen entre sí las partículas que constituyen un cuerpo aumentan cuando las partículas se encuentran más próximas unas de otras. Por ende, al aumentar la presión de un cuerpo el volumen disminuye, y en consecuencia la distancia entre ellas disminuye, lo cual implica que al aumentar la presión sobre un cuerpo, las fuerzas de cohesión son más intensas.

A partir de las fuerzas de cohesión podemos explicar que una sustancia bajo determinadas condiciones se encuentra en determinada fase. Por ejemplo, en los sólidos las fuerzas de cohesión son más intensas que en los líquidos, lo cual ocasiona que tengan forma definida.

A partir de la teoría cinética podemos explicar fenómenos como la evaporación de los líquidos, que es una forma de vaporización que no sucede a una temperatura igual al punto de ebullición. Por ejemplo, cuando ponemos alcohol sobre nuestra piel las moléculas se mueven con diferentes velocidades, en todas direcciones y algunas partículas de la superficie tienen la velocidad suficiente para escapar del líquido. Cuando estas partículas escapan del líquido se produce la evaporación. Como la velocidad de las partículas que quedan en contacto con nuestra piel es menor, tenemos la sensación de enfriamiento.

En los gases las fuerzas de cohesión entre las moléculas son prácticamente nulas, lo cual hace que las partículas que los constituyen tengan mayor libertad de movimiento que en las otras fases.

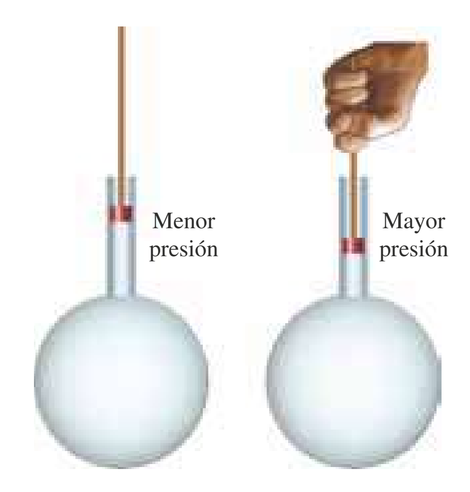


Figura 18. El volumen de un gas se modifica al variar la presión que se le ejerce.

2.3.2 Ley de Boyle

Consideremos un recipiente provisto de un émbolo que contiene un gas (figura 18). Cuando ejercemos presión sobre el émbolo, podemos comprobar que el volumen del gas disminuye. Esta situación ilustra que la presión a la que se somete un gas y su volumen se relacionan.

El químico irlandés Robert Boyle (1627-1691) estableció la relación entre la presión a la que se somete un gas y su volumen cuando la temperatura se mantiene constante, lo cual se conoce como la ley de Boyle:

Definición

A temperatura constante, la presión que se ejerce sobre determinada masa de gas es inversamente proporcional al volumen que dicha masa ocupa.

Esta ley se representa mediante la expresión:

$$P \cdot V = constante$$

En esta expresión P representa la presión a la que se somete el gas y V el volumen del mismo.

En consecuencia, si P_1 es la presión a la cual se somete determinada masa de gas que ocupa un volumen V_1, P_2 es la presión cuando la misma masa de gas ocupa un volumen V_2. Cuando la temperatura es constante, se tiene:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

En la gráfica de la figura 19 se representa la presión en función del volumen para dos temperaturas T_1 y T_2, con $T_2 > T_1$. A la gráfica correspondiente a cada temperatura se le llama **isoterma**.

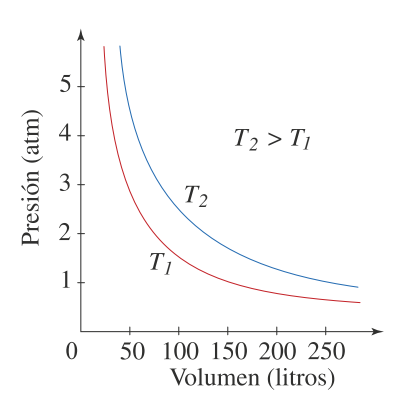


Figura 19. Comportamiento de la presión en función del tiempo cuando $T_2 > T_1$.

EJEMPLOS

1. **Un depósito que contiene gas propano tiene un volumen de 500 m³ a una presión de 4 atm. Determinar cuántos cilindros de 200 litros de capacidad a presión de 2 atm y a la misma temperatura se podrían llenar con la masa de gas contenida en el depósito.**

Solución:

Determinamos el volumen que ocupa el gas a una presión de 2 atmósferas. Para ello consideremos que:

$P_1 = 4$ atm, $V_1 = 500$ m³, $P_2 = 2$ atm.

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

$$4 \text{ atm} \cdot 500 \text{ m}^3 = 2 \text{ atm} \cdot V_2 \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$V_2 = 1.000 \text{ m}^3$$

El volumen del gas a 2 atmósferas es 1.000 m³. Como 1 m³ = 1.000 litros, tenemos que el volumen ocupado por el gas a 2 atm es 1.000.000 litros.

De donde, el número de cilindros que se pueden llenar a presión de 2 atm es 5.000.

2. **Un gas ocupa un volumen de 10 litros cuando se encuentra sometido a una presión de 1 atm. Si la temperatura permanece constante y se aumenta la presión hasta ocasionar que el gas ocupe un volumen de 9 litros, calcular la presión a la cual fue sometido el gas.**

Solución:

Al aplicar la ecuación $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$ tenemos:

$$P_2 = \frac{P_1 \cdot V_1}{V_2} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 10 \text{ L}}{9 \text{ L}} = 1{,}1 \text{ atm}$$

Cuando la presión es de 1,1 atm el volumen del gas es 9 L.

2.3.3 Ley de Gay-Lussac

En 1808 el químico francés J.L. Gay-Lussac (1778-1850) demostró que el aumento del volumen que corresponde a determinado incremento de temperatura es igual para todos los gases, siempre que la presión y la masa se mantengan constantes (figura 20).

Su descubrimiento se conoce como la ley de Gay-Lussac:

Definición

A presión constante, el volumen que ocupa determinada masa de gas es directamente proporcional a la temperatura medida en Kelvin.

Esta ley se expresa como:

$$\frac{V}{T} = \text{constante}$$

donde V representa el volumen que ocupa el gas y T su temperatura. En consecuencia, si T_1 es la temperatura a la cual se encuentra determinada masa de gas que ocupa un volumen V_1, T_2 es la temperatura cuando la misma masa de gas ocupa un volumen V_2. Como la presión es constante, se tiene:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

En conclusión, cuando se aumenta la temperatura de un gas, se aumenta la agitación térmica de sus moléculas, lo cual significa que las moléculas se mueven con mayor velocidad, en consecuencia, recorren distancias más largas y el espacio ocupado por el gas es mayor que el espacio que ocuparía a temperaturas más bajas.

Si representamos gráficamente en el plano cartesiano el volumen en función de la temperatura (medida en kelvin), cuando la presión es constante, obtenemos una recta que pasa por el origen.





Figura 20. Al aumentar la temperatura de un gas aumenta su volumen, siempre y cuando la presión se mantenga constante.

 © Santillana

2.3.4 Ley de los gases ideales

Puesto que las variables de estado: volumen, presión y temperatura pueden experimentar cambios simultáneos, podemos buscar una relación entre las tres combinando las leyes de Boyle y de Gay-Lussac, lo cual se expresa mediante la ley de los gases ideales que se representa como:

$$\frac{P \cdot V}{T} = \text{constante}$$

De donde, $P \cdot V = constante \cdot T$

Si consideramos un gas que, en un estado inicial, se encuentra a una temperatura T_1, está sometido a una presión P_1 y ocupa un volumen V_1 y que, en un estado posterior, se encuentra a una temperatura T_2, está sometido a una presión P_2 y ocupa un volumen V_2, podemos afirmar que:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Lo cual se expresa como:

$$P_1 \cdot V_1 \cdot T_2 = P_2 \cdot V_2 \cdot \mathrm{T}_1$$

Como lo hemos establecido, en términos de la teoría cinética de los gases, la presión que un gas ejerce sobre las paredes del recipiente que lo contiene se debe a los choques de las moléculas del gas contra estas.

En consecuencia, si duplicamos el número de moléculas del gas y mantenemos el volumen y la temperatura constantes, la presión ejercida por el gas se duplica. De acuerdo con lo anterior, la constante en la ley de los gases ideales $P \cdot \frac{V}{T} = constante$ depende del número de moléculas y, en consecuencia, dicha ley se expresa como:

$$P \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

donde N es el número de moléculas y k es la **constante de Boltzman**, cuyo valor es $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K. Esta expresión se conoce como la ecuación de los gases ideales.

Por otra parte, como el número de moléculas es proporcional al número n de moles de gas, podemos expresar la ecuación de los gases ideales como:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

donde n es el número de moles de gas y R, se conoce como la **constante universal de los gases**, cuyo valor en unidades del Sistema Internacional de Unidades es:

$$R = 8{,}314 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}$$

Cuando se expresa la presión en atmósferas, el volumen en litros y la temperatura en kelvin, la constante universal de los gases ideales se expresa como:

$$R = 0{,}082 \ \frac{\mathrm{atm} \cdot \mathrm{L}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}$$

La ecuación de los gases ideales no muestra dependencia del tipo de gas utilizado, ya que todos los gases se comportan de la misma manera, pero sí muestra relación entre las variables de estado con la masa del gas expresada en moles. Recuerda que 1 mol = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas.



Luis Joseph Gay-Lussac. Químico francés quien demostró que el aumento de volumen corresponde a determinado aumento de temperatura.

EJERCICIO

Un mol de O_2 contiene $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas y su masa es 32 gramos. Determinar cuántas moléculas de O_2 están contenidas en 200 gramos de dicho gas.



EJEMPLO

Una cantidad de gas ocupa un volumen de 190 litros en las condiciones ambientales de presión y temperatura de Bogotá (15 °C y 0,74 atm). Determinar:

a. El volumen que ocupa esa cantidad de gas a 1 atm de presión y 35 °C de temperatura.

b. El número de moles y el número de moléculas del gas.

Solución:

a. Como $P_1 = 0{,}74$ atm, $T_1 = 15$ °C $= 288$ K, $V_1 = 190$ litros, $P_2 = 1$ atm, $T_2 = 35$ °C $= 308$ K tenemos:

$$P_1 \cdot V_1 \cdot T_2 = P_2 \cdot V_2 \cdot T_1$$

$$0{,}74 \text{ atm} \cdot 190 \text{ L} \cdot 308 \text{ K} = 1 \text{ atm} \cdot V_2 \cdot 288 \text{ K}$$

$$V_2 = 150 \text{ L}$$

El volumen que ocupa el gas al nivel del mar, a presión de 1 atm y temperatura de 35 °C es 150 litros.

b. Para determinar el número de moles, tenemos que en cada estado del gas se satisfase la ecuación de los gases ideales:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Con los valores para uno de los estados los correspondientes a las condiciones de Bogotá, tenemos:

$$0{,}74 \text{ atm} \cdot 190 \text{ L} = n \cdot 0{,}082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 288 \text{ K}$$

$$n = 6{,}0 \text{ mol}$$

El número de moles del gas es 6,0 mol.

Como un mol contiene $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas, entonces, el número de moléculas del gas es:

$$6{,}0 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}6 \cdot 10^{24}$$

Luego, el número de moléculas es igual a $3{,}6 \cdot 10^{24}$.

3. Las leyes de la termodinámica

En este tema estudiaremos la relación entre la energía interna, el trabajo que realiza un sistema o que se realiza sobre él y el calor que se le suministra o que cede.

Además, se explicarán algunos términos que son importantes para la comprensión de la segunda ley de la termodinámica como lo son el trabajo realizado por un gas y los procesos termodinámicos.

3.1 La primera ley de la termodinámica

Una de las leyes de la naturaleza es aquella que afirma que la energía se conserva. Veamos algunos de estos ejemplos:

- En las centrales hidroeléctricas, la energía potencial gravitacional (asociada a líquido en el punto más alto de una caída de agua) se transforma en energía cinética y se transfiere a las aspas de las turbinas de un generador de electricidad; entonces la energía se manifiesta como energía eléctrica, la cual, posteriormente, se manifiesta en forma de calor cuando calentamos los alimentos en una estufa eléctrica.
- Una transformación de energía cinética en calor ocurre cuando un automóvil se detiene por la acción de su sistema de frenos, lo cual se evidencia en el calentamiento del sistema al que está sujeta cada llanta. Otra forma de esta transformación ocurre cuando frotamos las manos con el fin de combatir el frío. Este hecho sugiere que parte de la energía cinética asociada a las manos en movimiento se transforma en calor.
- Los motores de los automóviles están provistos de unos cilindros, dentro de los cuales se producen explosiones que generan el movimiento y a la vez desprenden calor. Este ejemplo ilustra transformación de energía de un sistema en calor y trabajo.

© Santillana

Sabemos que la caloría se define como la cantidad de calor que debe absorber un gramo de agua para que su temperatura aumente en un grado centígrado. Además, se ha comprobado que se puede elevar la temperatura del agua o cualquier sistema, realizando trabajo sobre él sin suministrar calor.

En estos resultados, se centra la primera ley de la termodinámica.

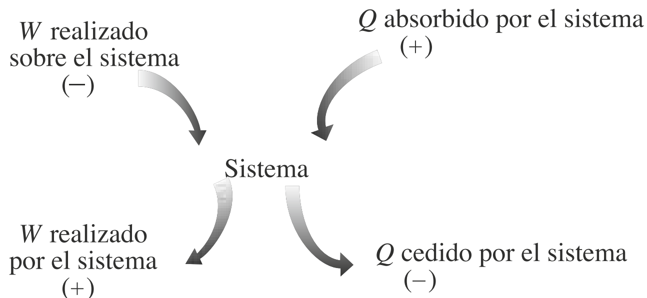
Consideremos un sistema que ni absorbe ni cede calor. Si el sistema realiza trabajo, su energía interna disminuye y tal disminución de energía interna es igual al trabajo realizado por el sistema. De la misma manera, podemos incrementar la energía interna de dicho sistema si realizamos trabajo sobre él y el incremento de energía es igual al trabajo realizado.

Cuando se realiza trabajo sobre un sistema o se le suministra calor, la energía interna aumenta. Así mismo, cuando el sistema realiza trabajo o cede calor, la energía interna disminuye.

Estos resultados se resumen en la primera ley de la termodinámica, la cual establece que la variación de energía interna de un sistema se expresa como

$$\Delta U = Q - W$$

Donde ΔU representa la variación de la energía interna, Q el calor absorbido o cedido por el sistema y W el trabajo realizado por dicho sistema o el trabajo que se realiza sobre él. El siguiente esquema muestra el criterio de los signos para el calor y el trabajo realizado en un sistema.



EJEMPLO

A un gas contenido dentro de un recipiente provisto de un pistón se le suministran 50 J de calor y este a su vez, como muestra la figura, empuja un objeto de peso 1.000 N sobre una superficie. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie es 0,2 y el bloque se desplaza con velocidad constante una distancia de 0,50 m. Determinar la variación de la energía interna del gas, suponiendo que la fricción entre el émbolo y el cilindro es despreciable.

Solución:

Como en este caso, $F_N = mg = 1.000$ N, tenemos que:

$F_r = \mu \cdot F_N$

$F_r = 0{,}2 \cdot 1.000 \text{ N} = 200 \text{ N}$ *Al calcular*

Como el bloque se mueve con velocidad constante, la fuerza F ejercida por el gas es igual a la fuerza de rozamiento.

Por tanto, para el trabajo realizado por el sistema tenemos:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha = 200 \text{ N} \cdot 0{,}2 \text{ m} \cdot \cos 0° = 40 \text{ J}$$

Así, la variación de la energía interna, de acuerdo con la primera ley de la termodinámica es:

$$\Delta U = Q - W = 50 \text{ J} - 40 \text{ J} = 10 \text{ J}$$

La energía interna del gas se incrementa en 10 J.

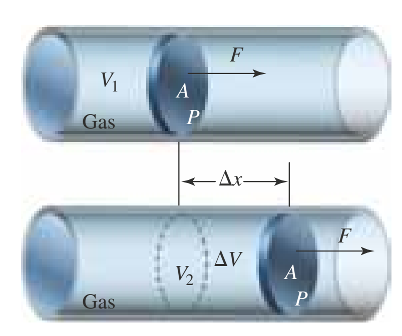
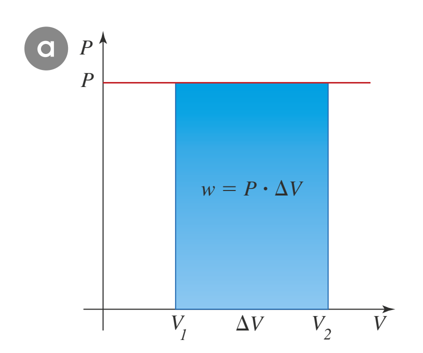


Figura 21. Cilindro de sección transversal con área A, que contiene un gas que realiza trabajo sobre el pistón.



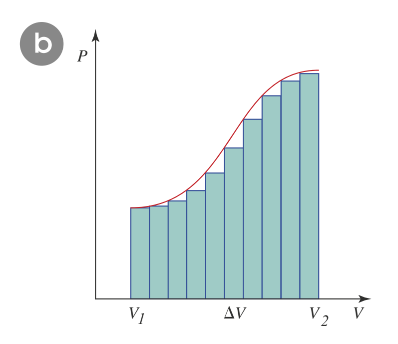


Figura 22. Representación gráfica del trabajo efectuado por un gas sobre un pistón.

3.2 Trabajo en los gases

Consideremos un gas contenido dentro de un cilindro provisto de un pistón cuya área es A, sobre el cual actúa la presión atmosférica P_1 (figura 21). Cuando la temperatura del gas aumenta, el gas se expande a presión constante, pues el émbolo siempre está sometido a la presión atmosférica. Supongamos, además, que la fricción entre el émbolo y las paredes del cilindro es despreciable. Cuando el gas se expande, ejerce fuerza F sobre el pistón y le produce un desplazamiento Δx, en consecuencia, el gas realiza trabajo sobre el pistón.

La fuerza que aplica el gas sobre el pistón es constante pues la presión y el área son constantes.

Recordemos que el trabajo se expresa como:

$$W = F_{\perp} \cdot \Delta x$$

Como $P = \dfrac{F_{\perp}}{A}$ tenemos $F_{\perp} = P \cdot A$, luego,

$$W = P \cdot A \cdot \Delta x$$

donde P es la presión que experimenta el gas y A es el área del pistón. La variación del volumen es $\Delta V = A \cdot \Delta x$, luego el trabajo realizado por el gas es:

$$W = P \cdot \Delta V$$

En la gráfica de la figura 22a, se muestra la representación gráfica de la presión en función del volumen. Este tipo de gráfica se conoce como diagrama P-V. Observemos que en este diagrama el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal corresponde al trabajo realizado por el gas.

Si la presión durante el proceso no fuera constante, la representación gráfica en el diagrama P-V no sería una recta horizontal, sin embargo, podemos considerar que la región comprendida entre la curva y el eje horizontal está formada por rectángulos de base muy pequeña y, entonces, se cumple que el trabajo realizado por el gas también corresponde al área sombreada en la figura 22b.

EJEMPLOS

1. Un gas contenido en un cilindro provisto de un pistón, se comprime en un proceso en el que se mantiene la presión constante, cuyo valor es 80.000 Pa y se produce una disminución de 0,02 m³ en el volumen. Si la energía interna del gas aumenta en 400 J, determinar:

a. El trabajo que se realiza sobre el gas.

b. El calor cedido o absorbido por el gas.

Solución:

a. El trabajo realizado sobre el gas es:

$W = P \cdot \Delta V$

$W = 80.000\ \text{Pa} \cdot (-0{,}02\ \text{m}^3) = -1.600\ \text{J}$.

El trabajo es -1.600 J y como es negativo, tenemos que se realiza trabajo sobre el gas.

b. Para calcular el calor, tenemos:

$$\Delta U = Q - W$$

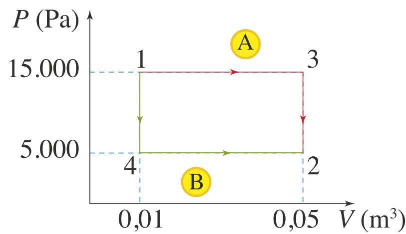
Luego, $Q = \Delta U + W$

$$Q = 400\ \text{J} - 1.600\ \text{J} = -1.200\ \text{J}$$

Puesto que el valor obtenido es negativo, el gas cedió 1.200 J de calor. Observa que aunque el gas cedió calor, la temperatura aumentó debido a que la energía interna aumentó.

 © Santillana

2. En la figura, se muestra un diagrama *P*-*V* para dos procesos diferentes, *A* y *B*, a los que se somete un gas contenido dentro de un cilindro para llevarlo del estado 1 al estado 2. Si en ambos casos la energía interna aumenta en 200 J, determinar el calor absorbido por el sistema en cada proceso.



Solución:

En el proceso *A*, el gas pasa del estado 1 al estado 3 y luego del estado 3 al estado 2. Del estado 3 al estado 2, el trabajo es igual a cero, puesto que no hay variación del volumen. Por tanto, el trabajo desde el estado 1 hasta el estado 2 es igual al trabajo realizado por el gas desde el estado 1 hasta el estado 3, es decir:

$$W = P \cdot \Delta V$$

$W = 15.000\ \text{Pa} \cdot 0{,}04\ \text{m}^3 = 600\ \text{J}$.

Para calcular el calor, tenemos:

$Q = \Delta U + W$

$Q = 200\ \text{J} + 600\ \text{J}$ *Al remplazar*

$Q = 800\ \text{J}$ *Al calcular*

El calor absorbido por el sistema es 800 J.

En el proceso *B* el gas pasa del estado 1 al estado 4 y luego del estado 4 al estado 2. Del estado 1 al estado 4, el trabajo es igual a cero, puesto que no hay variación del volumen. Por tanto, el trabajo desde el estado 1 hasta el estado 2 es igual al trabajo realizado por el gas desde el estado 4 hasta el estado 2, es decir:

$W = P \cdot \Delta V$

$W = 5.000\ \text{Pa} \cdot 0{,}04\ \text{m}^3 = 200\ \text{J}$.

Para calcular el calor, tenemos:

$Q = \Delta U + W$

$Q = 200\ \text{J} + 200\ \text{J}$ *Al remplazar*

$Q = 400\ \text{J}$ *Al calcular*

El calor absorbido por el sistema es 400 J.

A partir del ejemplo anterior, podemos observar que es posible obtener la misma variación de la energía interna de un sistema mediante procesos diferentes en los cuales los valores del calor y el trabajo dependen del proceso representado en el diagrama *P*-*V*.

Aunque en ambos procesos, *A* y *B*, el gas se expande $0{,}04\ \text{m}^3$ y el cambio en la energía interna es igual, los trabajos realizados por el gas son diferentes y las cantidades de calor absorbido son diferentes.

3.3 Procesos termodinámicos

3.3.1 Proceso adiabático

Un proceso termodinámico en el cual no hay transferencia de calor se conoce como **proceso adiabático**. Es decir, que en este tipo de procesos se tiene que $Q = 0$.

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, tenemos:

Como $Q = 0$, entonces a partir de $\Delta U = Q - W$

tenemos: $\Delta U = -W$

Para un gas contenido dentro de un cilindro provisto de un pistón, cuyas paredes no permiten la transferencia de calor al exterior, la variación de energía interna es igual al trabajo, ya sea realizado por el sistema o sobre el sistema (figura 23).

- Cuando el sistema realiza trabajo, dicho trabajo es positivo entonces ΔU es negativo, es decir que la energía interna disminuye y, en consecuencia, disminuye la temperatura del sistema.
- Cuando se realiza trabajo sobre el sistema, dicho trabajo es negativo, entonces ΔU es positivo, es decir, que la energía interna aumenta y, en consecuencia, aumenta la temperatura del sistema.

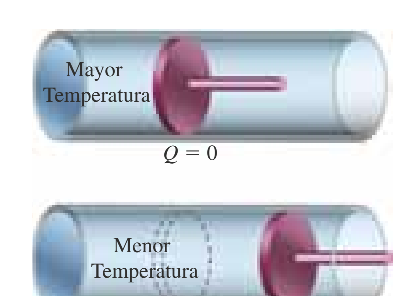


Figura 23. Cilindro con émbolo que no permite transferencia de calor al exterior.

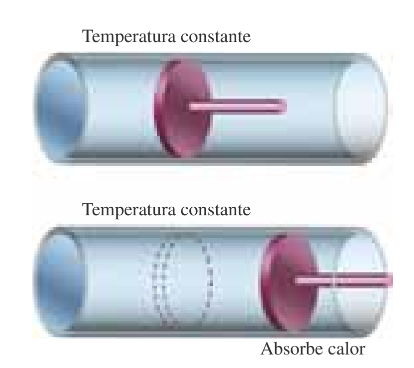


Figura 24. Cilindro con pistón en el que se mantiene el gas a temperatura constante.

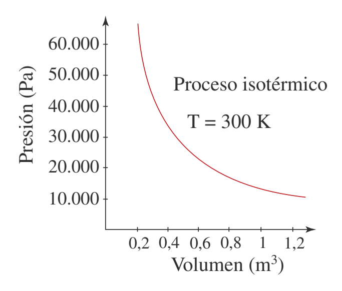


Figura 25. Representación gráfica de la presión en función del volumen a temperatura constante.

3.3.2 Proceso isotérmico

Un proceso termodinámico en el cual la temperatura permanece constante se conoce como **proceso isotérmico**. Es decir que en este tipo de procesos la temperatura no varía y, en consecuencia, la energía interna permanece constante, lo cual significa que $\Delta U = 0$.

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica tenemos:

Como $\Delta U = 0$, a partir de $\Delta U = Q - W$

tenemos $Q = W$

Este proceso ocurre cuando a un sistema, como un gas contenido en un cilindro provisto de un pistón, se le suministra calor y se producen cambios en la presión y el volumen y, sin embargo, su temperatura permanece constante (figura 24).

- Cuando el gas absorbe calor, Q es positivo, por tanto el trabajo W es positivo, es decir, que el gas realiza trabajo cuyo valor es igual al calor absorbido. En este caso el gas se expande.
- Cuando se realiza trabajo sobre el gas, comprimiéndolo, W es negativo, luego Q es negativo, es decir, que el gas cede calor en una cantidad igual al trabajo realizado sobre él.

En el tema anterior mostramos que el diagrama P-V para un gas cuando la temperatura es constante, se representa por una isoterma (figura 25). Esto significa que en todos los estados del gas representados por la gráfica, la energía interna es la constante.

EJEMPLO

Sobre un gas contenido en un cilindro provisto de un pistón se realiza un trabajo de 5.000 J, mediante un proceso isotérmico. Determinar:

a. La variación de la energía interna del gas.

b. El calor absorbido o cedido por el gas.

Solución:

a. Puesto que el proceso es isotérmico, se tiene que $\Delta U = 0$, luego la energía interna no varía.

b. Como el trabajo se realiza sobre el gas,

$W = -5.000$ J

Por tanto, $Q = \Delta U + W$

$Q = 0 - 5.000$ J *Al remplazar*

$Q = -5.000$ J *Al calcular*

Puesto que el calor es negativo, concluimos que el gas cede calor y su valor es 5.000 J.

3.3.3 Proceso isométrico

Un proceso termodinámico en el cual el volumen permanece constante se conoce como proceso isométrico. Es decir, que en este tipo de procesos el volumen no varía y, en consecuencia, el trabajo es igual a cero, lo cual significa que $W = 0$.

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica:

Como $W = 0$, entonces, a partir de $\Delta U = Q - W$

tenemos $Q = \Delta U$

Supongamos que un gas está contenido dentro de un cilindro provisto de un pistón en el que no cambia el volumen (figura 26).

- Cuando el sistema absorbe calor se incrementa la energía interna del gas y, en consecuencia, su temperatura aumenta.

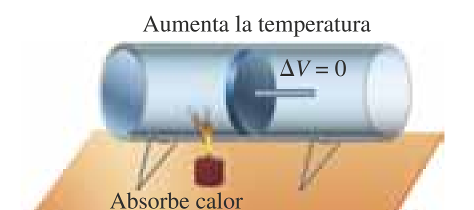


Figura 26. Cilindro con pistón que mantiene el volumen del gas constante mientras varía la temperatura.

© Santillana

- Si el sistema cede calor, disminuye la energía interna *y*, en consecuencia su temperatura disminuye.

3.3.4 Proceso isobárico

Un proceso termodinámico en el cual la presión permanece constante se conoce como proceso isobárico (figura 27). En este proceso, como la presión se mantiene constante, se produce variación en el volumen y, por ende, el sistema puede realizar trabajo o se puede realizar trabajo sobre él.

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, tenemos:

$$\Delta U = Q - W$$

Es decir que en un proceso isobárico tanto el calor transferido como el trabajo ocasionan una variación de energía interna.

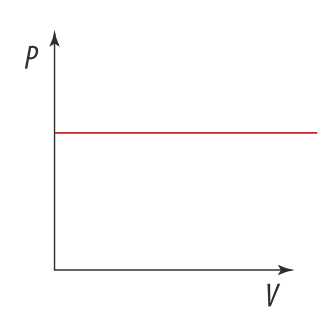
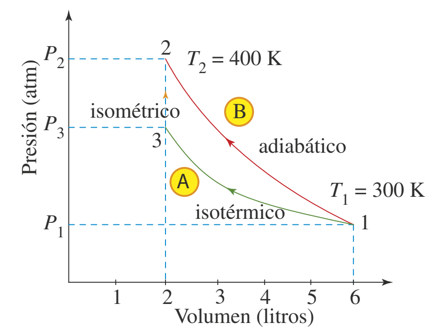


Figura 27. Diagrama *P-V* en un proceso isobárico.

EJEMPLO

En la figura, se muestra un diagrama *P-V* en el que se representan dos procesos, A y B, a los que se somete un gas para pasar del estado 1 al estado 2. Determinar:

a. Las variables de estado en los estados 2 y 3.
b. El proceso en el que se realiza mayor trabajo sobre el gas.
c. El proceso en el que es mayor el incremento de energía interna.
d. El proceso en el que el sistema absorbe más calor.



Solución:

a. En el proceso 1→3, tenemos que la temperatura es constante, por tanto,

$$P_1 \cdot V_1 = P_3 \cdot V_3$$

$1 \text{ atm} \cdot 6 \text{ L} = P_3 \cdot 2 \text{ L}$ *Al remplazar*

$P_3 = 3 \text{ atm}$ *Al calcular*

Por tanto, $P_3 = 3$ atm, $T_3 = 300$ K, $V_3 = 2$ L

Para el proceso 3→2, que ocurre a volumen constante, tenemos:

$P_2 \cdot V_2 \cdot T_3 = P_3 \cdot V_3 \cdot T_2$

$P_2 \cdot T_3 = P_3 \cdot T_2$ *V* es constante:

$P_2 \cdot 300 \text{ K} = 3 \text{ atm} \cdot 400 \text{ K}$ *Al remplazar*

$P_2 = 4 \text{ atm}$ *Al calcular*

Por tanto, $P_2 = 4$ atm, $T_2 = 400$ K, $V_2 = 2$ *L*

b. Puesto que el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal es mayor para el proceso B, el trabajo realizado sobre el gas es mayor en dicho proceso. Observemos que en los dos procesos, *A* y *B*, el gas se comprime.

c. Puesto que a través de los dos procesos, *A* y *B*, la temperatura aumenta en 100 K, el incremento de energía interna es igual en ambos casos.

d. El sistema no absorbe calor en el proceso *B* puesto que se trata de un proceso adiabático. Por tanto, el gas solo absorbe calor en el proceso *A*.

3.4 La segunda ley de la termodinámica

La segunda ley de la termodinámica establece cuáles procesos en la naturaleza pueden suceder o no pueden suceder. De todos los procesos que pueden ocurrir de acuerdo con la primera ley de la termodinámica, según esta segunda ley solo algunas formas de conversión de energía pueden suceder.

Al comienzo de esta unidad establecimos que si dos cuerpos a diferente temperatura se ponen en contacto, el calor fluye del cuerpo que se encuentra a mayor temperatura hacia el cuerpo que se encuentra a menor temperatura y que el calor cedido por el primero es igual al calor absorbido por el segundo.

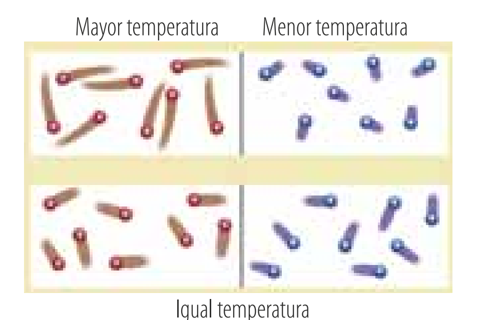


Figura 28. La temperatura alcanzada por dos cuerpos en contacto, implica que las partículas con mayor energía cinética transfieran parte de esta energía a las partículas con menor energía cinética, proceso que no puede darse en sentido contrario.

Consideremos dos cuerpos a diferente temperatura que se ponen en contacto y sobre los cuales no se realiza trabajo. La primera ley de la termodinámica establece que la energía interna del primero disminuye en una cantidad igual al calor que cede y que la energía interna del segundo se incrementa en una cantidad igual al calor que absorbe.

A pesar del postulado que propusimos al principio de la unidad con respecto a la dirección en la cual el calor se difunde, la experiencia nos muestra que, por ejemplo, un vaso de agua caliente disminuye su temperatura hasta que su valor sea igual a la temperatura ambiente, sin embargo, no hemos enunciado una ley que exprese la imposibilidad de que el calor se transmita de los cuerpos que se encuentran a menor temperatura hacia los cuerpos que se encuentran a mayor temperatura.

La segunda ley de la termodinámica establece el orden en que suceden los procesos termodinámicos.

Definición

El calor no fluye espontáneamente de los cuerpos que se encuentran a menor temperatura hacia los cuerpos que se encuentran a mayor temperatura.

En términos de la teoría cinética podemos explicar este hecho pues a las moléculas que constituyen el cuerpo que se encuentra a mayor temperatura se les asocia mayor energía cinética promedio. De modo que, cuando se pone en contacto con el que se encuentra a menor temperatura se produce transferencia de energía cinética de sus partículas a las partículas del cuerpo que se encuentra a menor temperatura. Después de un tiempo, se espera que la energía cinética promedio de las partículas de los dos cuerpos sea la misma, es decir que la energía cinética promedio de las partículas del cuerpo que estaba inicialmente a mayor temperatura haya disminuido y la energía cinética promedio del cuerpo cuya temperatura era menor haya aumentado (figura 28).

En este orden de ideas, la energía interna del cuerpo que se encuentra inicialmente a mayor temperatura disminuye y la energía interna del otro aumenta. Esta transferencia de energía no se puede dar en sentido contrario, pues supondría que partículas con energía cinética promedio menor transferirían energía cinética a las que se mueven más rápido a condición de que la energía cinética promedio de las partículas del primero disminuyera aún más.



3.5 Las máquinas térmicas

Las máquinas térmicas son dispositivos que generan trabajo mecánico a partir del calor.

Inicialmente el gas absorbe una cantidad de calor Q_1, luego, el gas cede una cantidad de calor Q_2, de esta manera la cantidad neta de calor transferida al gas es $Q_1 - Q_2$. Por otra parte, el trabajo neto W durante el proceso, es igual al calor neto transferido, pues el estado inicial y final del ciclo coinciden y, en consecuencia, la variación de energía interna del gas es cero $\Delta U = 0$.

Por tanto, de acuerdo con la primera ley de la termodinámica:

$$\Delta U = Q - W \qquad \text{se tiene} \qquad W = Q_1 - Q_2$$

Este resultado muestra que el trabajo útil realizado por el gas durante el ciclo es igual a la diferencia entre el calor absorbido por el gas y el calor que este cede (figura 29). Por tanto, no es posible que un sistema realice un trabajo igual al calor suministrado.

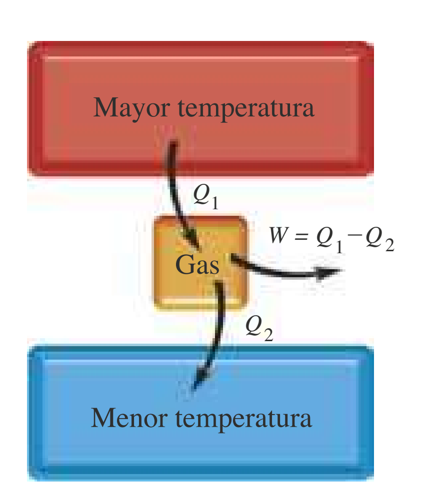


Figura 29. Una máquina térmica funciona con dos depósitos: uno de alta temperatura y otro de baja temperatura.

 © Santillana

El rendimiento de una máquina térmica se define como el cociente entre la energía producida y la energía consumida multiplicada por cien, es decir:

$$Rendimiento = \frac{Energía\ producida}{Energía\ consumida} \cdot 100 = \frac{W}{Q_1} \cdot 100$$

$$Rendimiento = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100$$

De esta manera, la energía mecánica se puede transformar íntegramente en calor, pero no se puede transformar todo el calor de una fuente en trabajo.

Si el calor Q_2 fuera igual a 0, se tendría una máquina con rendimiento del 100%, lo cual en la práctica no es posible.



Figura 30. En la locomotora se transforma calor en energía cinética.

3.5.1 La máquina de vapor

La máquina de vapor indudablemente contribuyó a la Revolución Industrial utilizándose por muchos años para beneficio de la industria y del transporte. Su principio de funcionamiento se basa en la conversión de calor en otras formas de energía como la energía cinética.

La máquina de vapor se define como una máquina de combustión externa, es decir, que su combustión se produce fuera del sistema que realiza el trabajo.

En la máquina de vapor, por medio de una fuente de calor, como el carbón en combustión, se aumenta la temperatura del vapor de agua en el interior de un compartimiento, el cual ingresa a través de una válvula de admisión a un cilindro provisto de un pistón (ubicado en la locomotora, como se muestra en la figura 30). Luego, el vapor se expande y transfiere energía al pistón.

A partir de este aumento de volumen, se produce movimiento en un sistema mecánico y, en consecuencia se realiza trabajo.

Una vez disminuye la temperatura del vapor durante la expansión, este es expulsado a través de una válvula de escape y nuevamente ingresa vapor al cilindro para que se repita el proceso. El vapor expulsado puede ser reutilizado si se condensa y regresa al compartimiento en el cual nuevamente absorbe calor de la fuente.

EJERCICIO

¿Cómo debe variar la diferencia entre Q_1 y Q_2 para que el rendimiento de una máquina aumente?

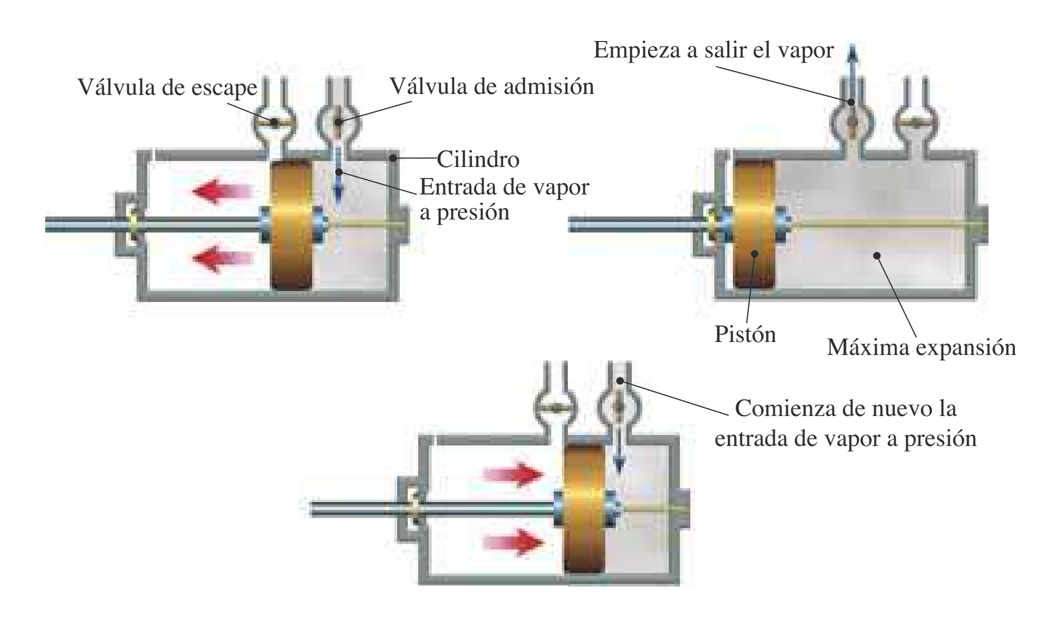




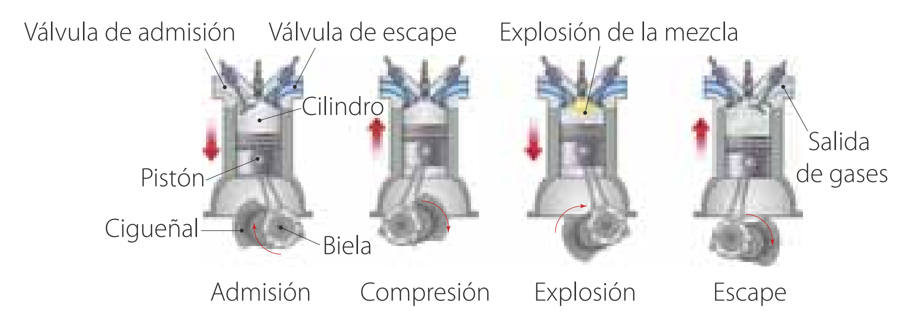
Figura 31. El motor en su funcionamiento incluye una serie de máquinas, algunas de ellas térmicas.

Con el progreso de la tecnología se han diseñado motores y máquinas cuyo rendimiento cada vez es mayor, pues el trabajo útil producido por las primeras máquinas correspondía a un muy bajo porcentaje del calor transferido.

Como lo hemos establecido no todo el calor transferido a una máquina se convierte en trabajo, caso en el cual el rendimiento sería del 100%.

3.5.2 El motor de explosión de cuatro tiempos

La mayoría de automóviles están provistos de un motor de explosión de cuatro tiempos (figura 31), el cual es una máquina de combustión interna, porque la combustión se realiza en el interior del cilindro donde se produce el trabajo. Su esquema de funcionamiento se muestra en la siguiente figura.



El motor de cuatro tiempos consta de un sistema de cilindros provistos de un pistón y dos válvulas aunque hoy se construyen con más de dos válvulas. Cada pistón está sujeto a una biela que se encarga de trasmitir movimiento al cigüeñal. Los tiempos del motor se describen a continuación:

1. Admisión: se abre la válvula de admisión, ingresa combustible en la fase gaseosa al cilindro y, mientras tanto, el pistón se desplaza hacia abajo a lo largo del cilindro.
2. Compresión: la biela continúa su movimiento, el pistón sube y el combustible es comprimido.
3. Explosión: el combustible explota debido a una chispa producida por la bujía y el pistón experimenta una fuerza que lo obliga a bajar a lo largo del cilindro.
4. Escape: se abre la válvula de expulsión, los gases producidos en la explosión son expulsados al exterior y se repite el ciclo.

3.5.3 El refrigerador

La segunda ley de la termodinámica establece que el calor no fluye espontáneamente desde los cuerpos de menor temperatura hacia los cuerpos de mayor temperatura.

Un refrigerador realiza este proceso, transfiere calor de los cuerpos que se encuentran a determinada temperatura en su interior hacia el ambiente que se encuentra a mayor temperatura, sin embargo, este dispositivo no contradice la segunda ley de la termodinámica, pues requiere trabajo externo.

Un refrigerador está provisto de un circuito hidráulico que contiene un líquido refrigerante, el cual fluye debido a la acción de un motor.

Cuando el líquido llega al congelador del refrigerador absorbe calor de su interior y se transforma en gas. Posteriormente, el gas se comprime, se transforma nuevamente en líquido y se repite el proceso.

 © Santillana

Es importante observar que para su funcionamiento, el refrigerador requiere una fuente de energía, por ejemplo, la energía eléctrica suministrada por la red eléctrica.

En la figura 32 se muestra un esquema de las trasformaciones de energía en el refrigerador. Se absorbe calor de un recinto a determinada temperatura y se transfiere a un sistema a mayor temperatura, para lo cual se requiere la realización de trabajo sobre el sistema.

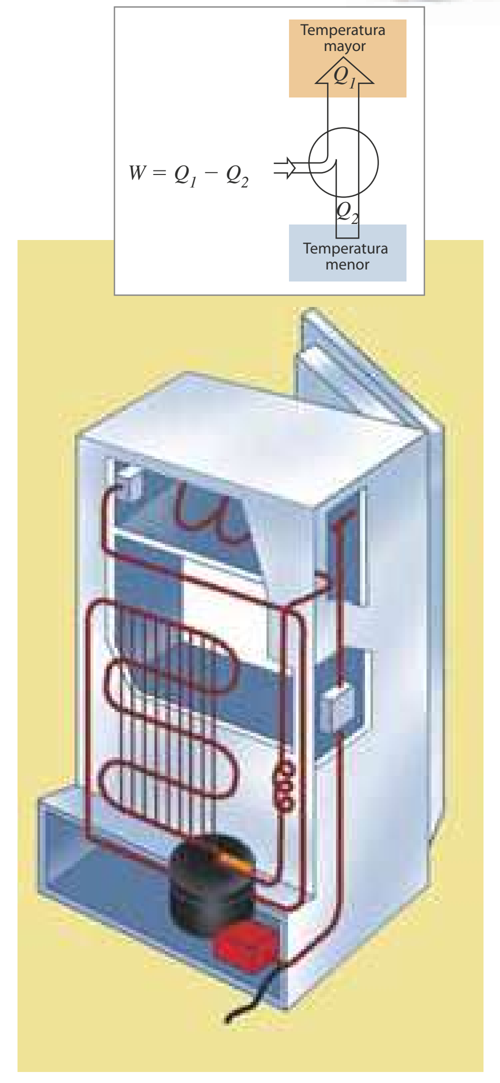


Figura 32. Esquema del funcionamiento de un refrigerador.

3.6 La entropía

Cuando se produce una transformación de la energía mientras ocurre un proceso termodinámico sabemos que esta se conserva, sin embargo, la energía cada vez es menos aprovechable. En este sentido, con frecuencia hablamos de consumo de energía. Por ejemplo, cuando dejamos las luces encendidas, sabemos que la energía eléctrica se trasforma en energía lumínica, sin embargo, dicha energía ya no será utilizable a menos que contemos con un dispositivo como una celda fotoeléctrica que transforme una fracción de esta en energía eléctrica.

En este sentido decimos que la energía se degrada, pues cuando suceden transformaciones de energía se produce una disminución de la cantidad de energía disponible para realizar trabajo. La disminución de la energía disponible se relaciona con el término entropía.

En 1868, el físico alemán Rudolf Clausius introdujo el término entropía para referirse a una medida de la transformación de energía desde una forma disponible a otra no disponible. En 1878, el físico alemán Ludwig Boltzmann la definió como la medida del desorden del universo y enunció la segunda ley de la termodinámica en estos términos:

Definición

La entropía de un sistema aislado aumenta con el tiempo o en el mejor de los casos permanece constante, mientras la entropía del universo como un todo crece inexorablemente hacia un máximo.

En la naturaleza muchos fenómenos se consideran imposibles, como el flujo espontáneo de calor de un cuerpo hacia otro cuya temperatura sea mayor. En términos de la entropía, en la naturaleza solo es posible que ocurran espontáneamente aquellos procesos en los que la entropía crece.

Para que en un proceso la entropía disminuya se requiere de acción externa. Por ejemplo cuando tenemos un conjunto de canicas ordenadas de acuerdo con el color, al introducirlas en una urna existe una tendencia hacia el desorden y para que nuevamente estén ordenadas se requiere nuestra participación.

En la naturaleza ocurren procesos que se denominan irreversibles, los cuales se producen cuando un sistema luego de pasar de un estado inicial a un estado final, es imposible que vuelva al estado inicial sin producir cambios en el entorno o sin intervenir el sistema. En este sentido, tenemos que la entropía de un sistema no decrece a menos que haya una interacción externa. Así, cuando un sistema aislado experimenta un proceso irreversible, su entropía aumenta.



Interpreta

1 **Un termo consta de dos recipientes separados por una zona de vacío. Cada recipiente, así como la zona de vacío, evita una forma de propagación del calor.**

Por lo tanto, los recipientes del termo cumplen la función de:

a. Propagar el calor más rápido de lo normal.

b. Aislar térmicamente del interior sustancias más calientes del exterior.

c. Aislar térmicamente del exterior las sustancias que hay en el interior, manteniendo la temperatura.

d. Conducir el calor lentamente.

2 **Un alumno menciona que al abrir la ventana de su casa sintió cómo el frío ingresaba a su cuerpo. Mencionar cuál es la verdadera razón por la cual el niño tuvo la sensación de frío.**

a. Porque el aire tiene una temperatura menor que la de su cuerpo; por eso se propaga más rápido.

b. Porque la temperatura de su cuerpo, al ser mayor que la del ambiente, se disipó al exterior.

c. Porque el calor de su cuerpo se propaga al medio ambiente, al ser la temperatura del niño mayor que la del aire exterior.

d. Porque la temperatura del aire es igual a la temperatura del cuerpo.

3 **Las corrientes de aire frío y caliente que existen dentro de un refrigerador se deben a:**

a. La radiación del calor.

b. Las corrientes de convección.

c. Un proceso de conducción.

d. Radiaciones electromagnéticas.

4 **Indica el mecanismo de transferencia de energía térmica que tiene lugar en cada caso.**

a. Calentamiento del agua de mar por la energía procedente del Sol.

b. Aumento de temperatura al calentar agua en una estufa eléctrica.

c. Calentamiento de una viga metálica en un incendio.

d. El aumento de temperatura en una persona cuando ingresa a un baño turco.

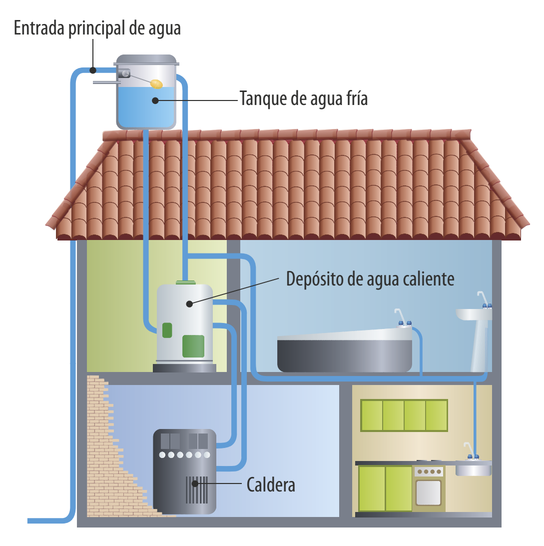
e. Calentamiento de aire en un globo.



Argumenta

5 **Analiza y comenta el funcionamiento de la siguiente aplicación práctica.**

El sistema de distribución de agua caliente de muchas casas es similar al que se muestra en el dibujo. La caldera, las tuberías y los depósitos tienen agua.



a. ¿A dónde y por qué va el agua que se calienta en la caldera?

b. ¿Qué sustituye el agua que salió de la caldera? ¿De dónde procede ese sustituto?

c. Si se llena la bañera o una de las piletas con agua caliente, ¿de dónde procede y que sustituye a esa cantidad de agua?

d. Si el agua en este sistema se calienta, por ejemplo, mediante el calentador eléctrico de inmersión, ¿en qué lugar se coloca dentro del conjunto de tubos, caldera y depósitos? ¿Por qué?



Propone

6 **Realiza el experimento que se muestra en la figura.**



¿Sientes los dedos a la misma temperatura al ponerlos en agua tibia? Explica tu respuesta.

 © Santillana

Actividades

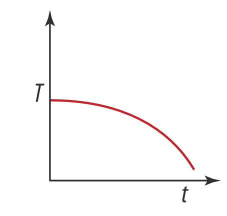
Verifica conceptos

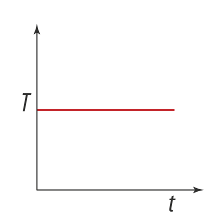
1 **Siempre que un cuerpo recibe calor, ¿aumenta su temperatura?**

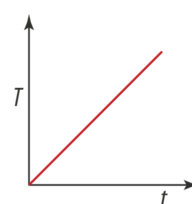
2 **Si un cuerpo pierde calor, ¿disminuye necesariamente su temperatura?**

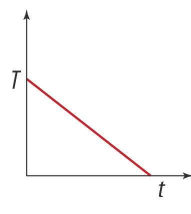
3 **En la experiencia de Joule: ¿qué pasa con la energía de la pesa? ¿De dónde procede el calor que aumenta la temperatura del agua?**

4 **Se introduce un trozo de hielo a 210 °C en una cámara al vacío herméticamente cerrada, cuyas paredes son aislantes. La cámara está provista de un bombillo. Si el bombillo está apagado, la gráfica que representa la temperatura del hielo en función del tiempo es:**

a.


c.


b.


d.


5 **Completa la tabla y expresa la diferencia de temperaturas en °C y en K.**

$T_{inicial}$		T_{final}		$\Delta T = T_{final} - T_{inicial}$	
°C	K	°C	K	°C	K
100		200			
	273		300		
	300	30			
230		200			

6 **Escribe de menor a mayor las siguientes temperaturas.**

a. 100 °C

b. 350 K

c. 200 °F

7 **Indica cuáles de los siguientes enunciados corresponden a calor o temperatura.**

a. La unidad en el SI es el julio.

b. Se mide con un termómetro.

c. Depende de la masa.

d. Es una forma de energía.

e. Se mide con un calorímetro.

f. No depende de la masa.

g. Se expresa en grados.

h. Es una medida de energía interna.

8 **¿Es correcto afirmar que las diferencias de temperatura tienen el mismo valor en grados centígrados que en kelvin?**

9 **Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa. Justifica tus respuestas.**

☐ Cuanto mayor es la masa de un cuerpo, mayor es el calor específico de la sustancia que lo forma.

☐ Si envolvemos con un abrigo de piel un trozo de hielo, este se derrite más rápido debido a que la piel calienta.

☐ El calor se propaga en el vacío por radiación.

☐ El calor es una medida de la energía cinética que poseen las moléculas que forman un cuerpo.

☐ La unidad de calor específico en el Sistema Internacional es cal/g °C.

10 **En un cuadro indica las diferencias entre dilatación lineal, dilatación superficial y dilatación volumétrica.**

11 **Investiga sobre el termostato, cuál es el fenómeno que lo hace útil y en qué aparatos se utiliza.**

Analiza y resuelve

12 **Si tocamos un trozo de mármol y otro de madera que se encuentran a la misma temperatura nos parecerá que la madera está a mayor temperatura que el mármol.**

a. Explica por qué se tiene esta sensación aparente.

b. ¿Cómo se podría demostrar que la sensación coincide con la realidad?



Actividades

13 ¿Por qué la temperatura de las estrellas puede llegar a millones de grados y, sin embargo, existe un límite inferior de temperaturas y no se pueden obtener temperaturas por debajo de 0 K o −273,15 °C?

14 Si tres bolas de igual masa, de sustancias distintas (cobre, plomo y estaño) que están a la misma temperatura de 60 °C se colocan sobre una fina lámina de cera.

a. ¿Qué bola atravesará antes la lámina?

b. ¿Cuál lo hará en último lugar? Justifica tu respuesta.

15 ¿Por qué se utiliza el agua como refrigerante de los motores de los automóviles?

16 Si llenas un globo con agua y lo pones en contacto con una llama, ¿qué crees que sucederá?

17 Explica qué significa que un cuerpo tenga mayor calor específico que otro.

18 Explica por qué un termo puede mantener el agua caliente.

19 Cuando los recipientes que se muestran en la figura se llenan con agua caliente, la temperatura del recipiente negro disminuye más rápidamente. ¿Explica a qué se debe esto?



20 ¿Existe algún límite para el valor más alto de temperatura que se puede alcanzar? ¿Y para el valor más bajo?

21 Si se deja un refrigerador con la puerta abierta dentro de un cuarto cerrado, ¿se enfriará la habitación?

22 Mientras las manos se frotan, ¿cuál de ellas se calienta? ¿Pasa calor de una a la otra, o las dos reciben calor a la vez? ¿De dónde proviene ese calor?

23 Dos cafeteras de igual forma contienen, cada una, un litro de café a 70 °C. Una es de aluminio y la otra de acero inoxidable. Transcurridos unos minutos, ¿de qué cafetera servirías café? Transcurrido mucho tiempo, ¿sería importante elegir alguna cafetera en particular?

24 Explica el funcionamiento de un sauna y cómo se da la transferencia de calor allí.

25 Cuando una persona siente frío tiende a temblar o sentir escalofríos. ¿Cómo justificas este comportamiento?

26 Se desea hervir agua que contiene un vaso y el agua que contiene una caneca. Si inicialmente los líquidos se encuentran a la misma temperatura, ¿a cuál de los dos líquidos se le debe proporcionar más calor?

27 Si la temperatura ambiente fuera 70 °F, ¿sentirías calor o frío? ¿Qué temperatura indicaría un termómetro graduado en la escala de Celsius?

Problemas básicos

28 Expresa en kelvin las siguientes temperaturas.

a. 24 °C b. 210 °C c. 72 °F d. 2460 °F

29 Un termómetro de escala Fahrenheit mide la temperatura corporal en 98 °F. ¿Cuál es la lectura correspondiente en grados Celsius y en Kelvin?

30 Una tina contiene 50 L de agua a 70 °C. ¿Cuántos litros de agua a 20 °C tendrás que añadir para que la temperatura final sea de 40 °C?

31 Una tina contiene 50 L de agua a 25 °C. Si el caudal del grifo es de 5 L/min, ¿cuánto tiempo será preciso abrir el grifo para que salga agua caliente a 80 °C y conseguir que la temperatura final del agua sea de 40 °C?

32 ¿En qué punto las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit son iguales?

33 Una varilla de hierro tiene una longitud de 5 m a una temperatura de 15 °C. ¿Cuál será su longitud al aumentar la temperatura a 25 °C?

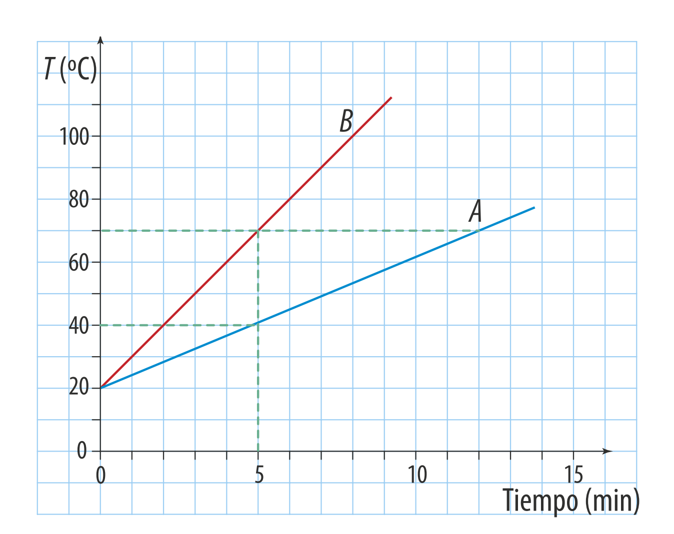
34 Una vasija de vidrio cuyo volumen es exactamente 1.000 cm^3 a 0 °C se llena por completo de mercurio a dicha temperatura. Cuando se calienta la vasija y el mercurio hasta 100 °C se derraman 15,8 cm^3 de Hg. Si el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio es 0,000182 $°C^{-1}$, calcula el coeficiente de dilatación lineal del vidrio.

35 Una placa de aluminio tiene un orificio circular de 2,7−5 cm de diámetro 12 °C.
Si $\alpha = 24 \cdot 10^{-6}\,°C^{-1}$, ¿cuál es el diámetro cuando la temperatura de la placa se eleva a 140 °C?

 © Santillana

36 **La longitud de un cable de aluminio es de 30 m a 20 °C. Sabiendo que el cable es calentado hasta 60 °C y que el coeficiente de dilatación lineal del aluminio es de 24×10^{-6} °C^{-1}, determina la longitud final del cable y su dilatación.**

37 **Se realizó un estudio con dos sustancias *A* y *B* que se calentaron en el laboratorio, y se obtuvieron las siguientes gráficas.**



a. Después de 5 minutos de calentar, ¿cuál es la temperatura de cada una de las dos sustancias?

b. ¿Cuánto tiempo necesita cada sustancia para alcanzar los 70 °C?

c. ¿La sustancia B puede ser agua? Justifica la respuesta.

d. ¿Pueden ser A y B la misma sustancia? ¿Por qué?

e. ¿Cuál de ellas tiene mayor calor específico?

38 **Una chapa de aluminio tiene 0,5 cm de espesor y 1 m² de superficie. Si a través de ella se conducen 200 kcal por minuto, ¿cuál es la diferencia de temperatura entre las caras de la chapa?**

39 **Un cuerpo a 20 °C se pone en contacto con otro que se encuentra a 293,15 K. ¿Se producirá un flujo de calor entre los cuerpos?**

40 **En un recipiente hay 100 g de agua a 20 °C. Se agregan 100 g más de agua caliente, de forma que la mezcla queda a 35 °C. ¿A qué temperatura estaba el agua que se agregó?**

41 **Una taza de café a 100 °C se enfría hasta 20 °C, liberando 800 cal. ¿Qué cantidad de calor se debe proporcionar para calentar el café nuevamente de 20 °C a 50 °C?**

42 **Calcula la capacidad calorífica de una sustancia que absorbe 1.000 cal y eleva su temperatura en 50 °C.**

43 **Un vaso de vidrio refractado de 1 litro de capacidad está lleno de mercurio a 10 °C. ¿Qué volumen de mercurio se derramará cuando se calienta hasta 160 °C?**

44 **Se tienen 150 g de agua a 12 °C en un calorímetro de capacidad despreciable, y se mezcla con 50 g de agua a 80 °C. Calcula la temperatura equilibrio.**

Problemas de profundización

45 **Una esfera de cobre de coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 0{,}000019$ °C^{-1} a 16 °C tiene un radio de 20 mm. ¿A cuántos grados habrá que calentarla para que pase justamente por un anillo de 20,1 mm de radio?**

46 **Un bloque de hielo de 2 kg a 0 °C se mueve con una velocidad de 10 m/s sobre una superficie lisa también a 0 °C. En cierta parte de su trayectoria ingresa a una zona rugosa, lo que causa que el hielo se detenga. Calcula la cantidad de hielo fundido suponiendo que toda la energía calorífica es absorbida por este.**

47 **Se tiene un calorímetro cuyo equivalente en agua es de 40 g y contiene 60 g de agua a 40 °C. Calcula la temperatura de equilibrio si le agregan 300 g de agua a 100 °C.**

48 **Al realizar el experimento de Joule, se deja caer una pesa de 10 kg desde una altura de 40 m para mover las aspas del recipiente, el cual contiene 1 kg de agua, inicialmente a 20 °C. ¿Cuál será el aumento de temperatura del agua?**

49 **Para preparar una mezcla se utilizan dos sustancias cuyas masas son m_1 y m_2 y cuyos calores específicos son c_1 y c_2, respectivamente. Demuestra que la cantidad de calor que se debe suministrar a la mezcla para llevarla de la temperatura ambiente, T_a, a una temperatura T es $(m_1c_1 + m_2c_2)(T - T_a)$.**

50 **Una arandela de aluminio tiene un diámetro interior de 2,8 cm y uno exterior de 4,3 cm a 0 °C. Si el coeficiente de dilatación lineal del aluminio es de $25 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}, ¿en cuánto cambiará el diámetro de la arandela si la temperatura aumenta a 300 °C?**

Actividades

Verifica conceptos

1 **Nombra tres situaciones en las cuales podemos transferir calor a un cuerpo y tres en las cuales podemos recibir calor de un cuerpo.**

2 **Calcula la cantidad de moléculas de hidrógeno que hay en el interior de un cilindro de 2 dm^3, cuando la presión del gas sea de 83,1 kPa y su temperatura de 10 °C.**

3 **Completa la siguiente tabla mencionando las ideas principales sobre la presión, el volumen y la temperatura de acuerdo con las siguientes leyes.**

Ley de Charles y Gay-Lussac	
Ley de Boyle	
Ley de Avogadro	

4 **Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.**

- ☐ Un gas es una sustancia cuyo volumen es sensible a la temperatura y la presión externa.
- ☐ La ley de Charles y Gay-Lussac relaciona el volumen con la presión.
- ☐ Las variables de estado son presión, volumen y temperatura.
- ☐ La ley de Boyle dice que el volumen se relaciona de forma inversamente proporcional con la presión cuando un gas se encuentra a temperatura constante.
- ☐ El punto de ebullición de una sustancia depende de la cantidad de sustancia.
- ☐ La temperatura de un gas es directamente proporcional a la energía media de las moléculas.
- ☐ El agua puede llegar a hervir a 120 °C.
- ☐ La fusión es el cambio de estado líquido a sólido.
- ☐ El calor de fusión de una sustancia es igual al calor de vaporización.

5 **Busca dos ejemplos sobre materiales en estado plasmático.**

6 **Responde las siguientes preguntas.**

a. ¿Qué es un estado termodinámico?

b. ¿Para qué sirve conocer el comportamiento de los gases ideales?

c. ¿Qué son fuerzas de cohesión?

d. ¿Qué es la sublimación?

e. ¿Qué es un gas ideal?

f. ¿Qué es calor latente de fusión?

g. ¿Qué es calor latente de vaporización?

Analiza y resuelve

7 **¿Se puede aumentar el volumen de un gas sin que aumente su temperatura? Justifica cómo se podría hacer.**

8 **Acostumbramos soplar sobre la superficie de un líquido caliente para que se enfríe más rápido.**

a. Al realizar este proceso, ¿qué ocurre con la rapidez de evaporación de un líquido?

b. Explica por qué al proceder de esta forma logramos hacer que el líquido se enfríe más rápido.

9 **¿Por qué el agua de los lagos se congela primero en la superficie?**

10 **Un líquido volátil contenido en un frasco se evapora fácilmente si está abierto, pero no si está cerrado. ¿Cómo se explica este hecho?**

11 **¿Por qué es más doloroso quemarse con vapor que con agua hirviente a la misma temperatura?**

12 **El hielo flota en el agua líquida, ¿cómo se relaciona este hecho con la modificación de las distancias intermoleculares al producirse el cambio de estado?**

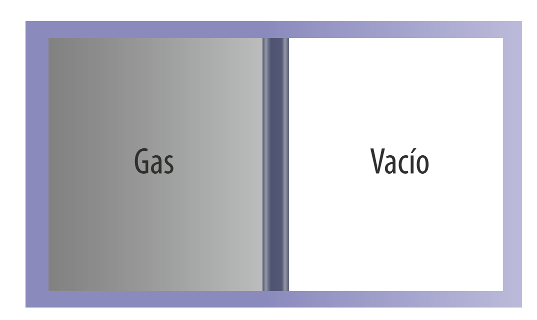
13 **¿Una heladería enfría los alimentos al convertir en sólidos los líquidos o haciendo lo contrario? Explica tu respuesta.**

© Santillana

14 Explica por qué se utiliza el agua como refrigerante. ¿Qué ventaja tiene sobre los otros líquidos?

15 Si llenas un globo con agua y le aplicas fuego, ¿qué crees que sucede? Justifica tu respuesta.

16 El recipiente de la figura está dividido en dos partes iguales por un émbolo sin fricción. En uno de los compartimentos hay *n* moles de un gas ideal. Si al compartimiento vacío se introducen *n* moles de gas ideal, ¿Qué sucederá con el émbolo?



17 ¿Qué ocurre con el volumen de un gas cuando su presión se duplica y su temperatura se cuadruplica?

Problemas básicos

18 ¿Qué cantidad de calor debemos suministrar a 20 g de hielo a 0 °C para que se transforme en vapor de agua calentando hasta 200 °C?

19 ¿Qué cantidad de calor es necesario remover de 50 g de agua a 0 °C para transformarla completamente en hielo?

20 ¿Cuánto calor es necesario proporcionarle a 100 g de hielo a −20 °C para vaporizarlo por completo, a presión de 1 atm?

21 ¿Qué cantidad de calor se necesita extraer a 10 g de vapor a 100 °C para transformarlo en agua a 0 °C?

22 ¿Qué volumen, en litros, ocupa un mol de cualquier gas a 0 °C y a una presión de 1 atm.

23 Un litro de cierto gas es calentado a presión constante desde 18 °C hasta 58 °C. ¿Qué volumen final ocupará el gas?

24 El peso de un gas A es de 133,3 g y ocupa un volumen de 20 L a 10 atm de presión y 20 °C. Calcula el peso molecular del gas.

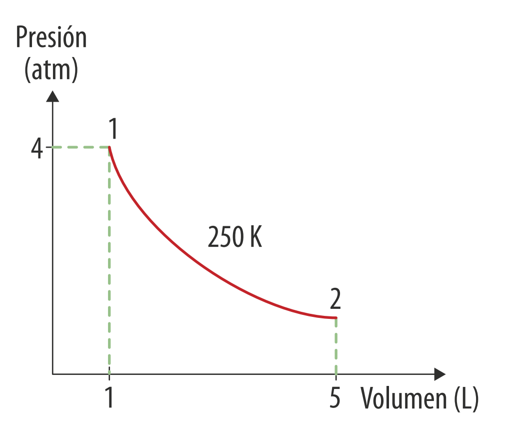
25 ¿Cuál es el volumen que ocupan 10 moles de un gas a 37 °C a una presión de 100 kPa?

26 Calcula la cantidad de moléculas de hidrógeno que hay en el interior de un cilindro de 0,25 m^3 de capacidad, cuando la presión indicada por el manómetro es de 0,5 atm, y su temperatura, de 10 °C.

27 Analiza la ecuación de estado de los gases ideales y describe qué inconveniente habría en que la temperatura de un gas fuera 0 K.

Problemas de profundización

28 La gráfica muestra la variación de la presión en función del volumen para un gas cuya temperatura permanece constante con un valor de 250 K. Determina el valor de la presión cuando el gas está en el estado 2, representado en la figura.



29 Un alpinista compra un equipo de oxígeno con una capacidad de 160 litros. Si el manómetro indica una presión de 74 cm de Hg y el termómetro del tanque indica 10 °C, ¿cuál es el número de moléculas contenidas en el tanque?

30 Se deja una olla con un litro de agua hirviendo sobre un fogón de la estufa. Suponiendo que el fogón cede 50 cal/s y que no se cede calor al ambiente, ¿cuánto tiempo pasará hasta que la olla se quede sin agua?

31 En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se mezclan 5 g de hielo a 10 °C con *m* gramos de agua a 20 °C. Si la temperatura de equilibrio es 5 °C, calcula *m*.



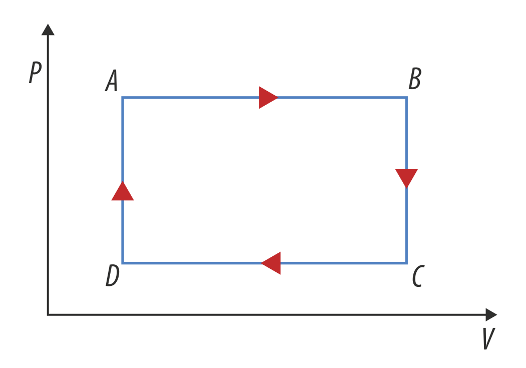
Actividades

Verifica conceptos

1. **Explica a tus compañeros, la diferencia entre estado y proceso.**
2. **Describe un ejemplo para:**
   a. Proceso adiabático.
   b. Proceso isotérmico.
   c. Proceso isométrico.
   d. Proceso isobárico.
3. **Explica en qué consiste:**
   a. La primera ley de la termodinámica.
   b. La segunda ley de la termodinámica.
   c. El motor de explosión de cuatro tiempos.
   d. La entropía.
4. **Elabora un cuadro comparativo entre los procesos termodinámicos.**
5. **Explica qué es un ciclo termodinámico.**
6. **Menciona cinco ejemplos de máquinas cuyo funcionamiento se basa en los ciclos termodinámicos.**
7. **Explica la importancia de la segunda ley de la termodinámica en nuestras vidas.**
8. **Investiga qué procesos caseros se utilizaban antiguamente para refrigerar los alimentos.**
9. **Escribe una V, si el enunciado es verdadero o una F, si es falso. Justifica tu respuesta.**
   - [ ] La energía interna de un sistema puede aumentar sin necesidad de suministrarle calor.
   - [ ] En un proceso adiabático no hay flujo de calor sobre el sistema.
   - [ ] En un proceso isotérmico la temperatura no permanece constante.
   - [ ] Un proceso isobárico se produce a presión constante.
   - [ ] La energía térmica es la energía asociada al objeto en virtud del movimiento de las moléculas.
   - [ ] Un proceso isométrico se da a volumen constante.
10. **Discute si dos sistemas en equilibrio necesariamente tienen:**
   a. El mismo volumen.
   b. La misma temperatura.
   c. La misma densidad.
   d. La misma masa.
   e. La misma presión.
   f. La misma energía interna.
   g. La misma entropía.

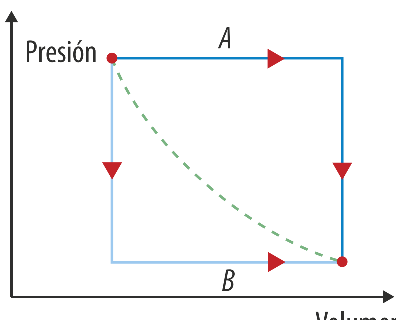
Analiza y resuelve

11. **Cuando un meteorito impacta contra la Tierra: ¿cómo cambia su temperatura? ¿Se cumple la primera ley de la termodinámica?**
12. **Si nuestro cuerpo tiene una temperatura propia óptima alrededor de 37 °C, ¿por qué estar expuestos a esa temperatura nos produce la sensación de calor? ¿Qué pasaría con nuestra temperatura si nos pusiéramos un traje adiabático?**
13. **Si un sistema absorbe una cantidad de calor igual al trabajo que realiza, ¿qué ocurre con su energía interna?**
14. **Un gas ideal contenido en un recipiente experimenta el proceso termodinámico mostrado en la figura. Señala cuál de las siguientes opciones es la correcta.**
   a. Las temperaturas en *A* y *B* son iguales.
   b. De *A* a *B*, el ambiente hace trabajo sobre el gas.
   c. De *B* a *C*, el gas cede calor al ambiente.
   d. De *C* a *D*, la temperatura aumenta.
   e. De *D* a *A*, el gas cede calor al ambiente.



 © Santillana

15 **Considera los siguientes caminos reversibles para expandir un gas desde el estado 1 hasta el estado 2 a igual temperatura.**



a. ¿Cuáles son los signos del trabajo y el calor en cada caso?

b. ¿En cuál camino el sistema realiza mayor trabajo?

c. ¿En cuál camino el sistema recibe mayor cantidad de calor?

Problemas básicos

16 **Calcula el trabajo en joules que realiza un gas ideal cuando se calienta isobáricamente desde los 27 °C hasta 87 °C, si se encuentra dentro de un recipiente cerrado por un émbolo móvil. El volumen inicial es de 5 L y la presión atmosférica es 1,033.**

17 **Una máquina térmica reversible funciona entre un caldero a 127 °C y un condensador a 7 °C. Determina el rendimiento de esta máquina.**

18 **Determina la eficiencia de una máquina a vapor sabiendo que absorbe 200 kJ y elimina 75 kJ al foco frío.**

19 **El motor de un automóvil consume una energía de 150.000 J con un rendimiento del 50%.**

a. ¿Qué trabajo mecánico realiza?

b. ¿Cuál sería el rendimiento si el trabajo realizado fuese 50.000 J?

20 **El rendimiento de un motor es del 40%. Si el foco frío se encuentra a 18 °C y se le ceden 250.000 J, calcula:**

a. La temperatura del foco caliente.

b. El trabajo que realiza.

21 **Considera el siguiente sistema: un pistón adiabático con 20 L de gas a una presión de 1 atm y una temperatura de 300 K. Indica qué ocurriría con el volumen del gas si se equilibrara el gas en el pistón con una presión exterior de 0,7 atm en un caso, y de 1,5 atm en otro.**

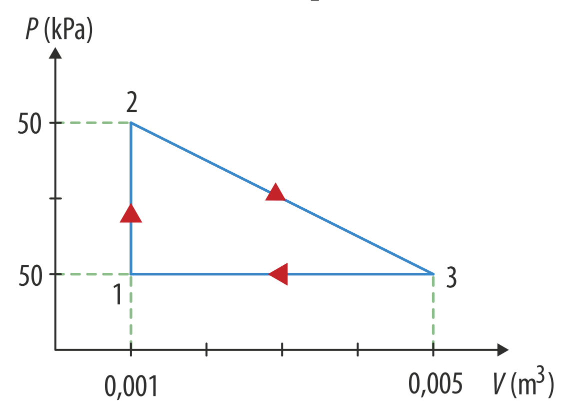
a. En cada caso determina quién hace el trabajo, si el sistema o el medio ambiente.

b. En cada uno de los casos anteriores indica cuál será la presión del gas en el pistón cuando el sistema llegue al equilibrio.

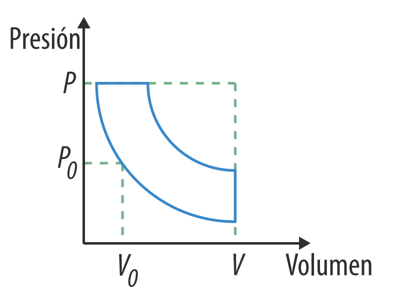
c. Supón que el pistón ya no es adiabático sino que sus paredes permiten el intercambio de calor. ¿Será la misma presión final sobre el pistón en este caso?

Problemas de profundización

22 **Una máquina térmica realiza el ciclo termodinámico mostrado en la figura. Conociendo que el calor que absorbe en cada ciclo es 500 J, calcula el rendimiento de la máquina.**



23 **Representa un proceso cíclico con un gas ideal de tal forma que el gráfico de presión-volumen sea como el que aparece en la figura. Las curvas son dos isotermas donde P_o y V_o representan la presión y el volumen iniciales. ¿El gas recibió o cedió energía calorífica en el proceso total? Coloca los valores de presión y volumen.**



Cálculo del calor específico de un metal

Un procedimiento para medir el calor específico de un metal consiste en introducir una cierta cantidad del mismo con una temperatura conocida en un recipiente con agua a diferente temperatura cuyo valor se conoce. Suponiendo que el conjunto está aislado, cuando se alcanza el equilibrio térmico, el calor cedido por una de las sustancias es absorbido por la otra.

El calor absorbido, Q_{abs}, y el desprendido, Q_{des}, se relacionan mediante la expresión: $Q_{abs} = -Q_{des}$.

En esta práctica nos proponemos determinar experimentalmente el calor específico de un metal.

Conocimientos previos

Calor, temperatura y medida de la temperatura.

Materiales

- Un vaso de icopor con su respectiva tapa, del mismo material
- Un trozo de metal
- Hilo
- Probeta graduada
- Termómetro
- Agua
- Fuente de calor
- Recipiente para calentar agua

Procedimiento

1. Determina la masa del trozo de metal que vas a utilizar.
2. Introduce el trozo de metal amarrado de un hilo dentro de agua hirviendo y déjalo allí durante unos minutos. Determina la temperatura del agua en ebullición (fig. 1).
3. Vierte en el vaso de icopor un volumen de agua a temperatura ambiente. Determina con la probeta dicho volumen.
4. Mide la temperatura del agua contenida en el vaso de icopor.
5. Con ayuda del hilo, retira rápidamente el trozo de metal del agua e introdúcelo en el vaso de icopor que contiene agua.
6. Agita el agua contenida en el vaso y observa la medida de la temperatura hasta que haya equilibrio térmico entre el trozo de metal y el agua (fig. 2).
7. Registra la medida de la temperatura de equilibrio.
8. Calcula la cantidad de calor absorbida por el agua. Al conocer el valor del calor absorbido por el agua tenemos el calor desprendido por el trozo de metal.
9. Calcula el calor específico del trozo de metal a partir de su masa. la variación de su temperatura y el calor desprendido por él.

1 Calentamiento del metal



2



Análisis de resultados

1. ¿Qué fuentes de error experimental se tienen en este procedimiento?
2. ¿Cómo determinarías de qué metal está constituido el objeto utilizado?
3. ¿Cómo variarías los resultados si el trozo de metal fuera de mayor masa?
4. ¿Cómo variarían los resultados si la cantidad de agua empleada fuera mayor?
5. ¿Cómo variarían los resultados si el recipiente no fuera de icopor sino de aluminio?

Dilatación

Los cambios de temperatura pueden afectar en gran forma las propiedades de los materiales. A temperaturas muy bajas, por ejemplo, el acero se vuelve quebradizo y se rompe fácilmente, Así, al aumentar la temperatura, las moléculas tienen más vibración y más velocidad, por lo que las moléculas se separan más. Esto se manifiesta con un aumento en el tamaño del objeto, es decir, se dilata.

En esta práctica observarás los efectos de la dilatación de los cuerpos.

Conocimientos previos

Calor y temperatura

Materiales

- Dos botellas plásticas de 600 mL con tapa
- Dos pitillos
- Agua fría y agua caliente
- Silicona
- Colorante para alimentos
- Puntilla

1

2

Procedimiento

1. Abre un orificio en la tapa de cada botella e introduce el pitillo sellándolo herméticamente a la tapa. Deja uno de los pitillos a una altura tal que uno de sus extremos pueda llegar hasta el fondo del recipiente.
2. Llena hasta el borde una de las botellas con agua con colorante para alimentos y enrosca fuertemente la tapa para que no presente fuga del líquido (fig. 1).
3. Pon en la segunda botella solo un poco de agua con colorante para alimentos y enrosca la tapa (fig. 2).
4. Sumerge cada botella, hasta el cuello en agua caliente y observa.
5. Escribe las observaciones en la tabla de registro.

Tabla de registro	
Observaciones	
Botella llena hasta el borde	
Botella con un poco de agua	
Análisis de resultados	

Análisis de resultados

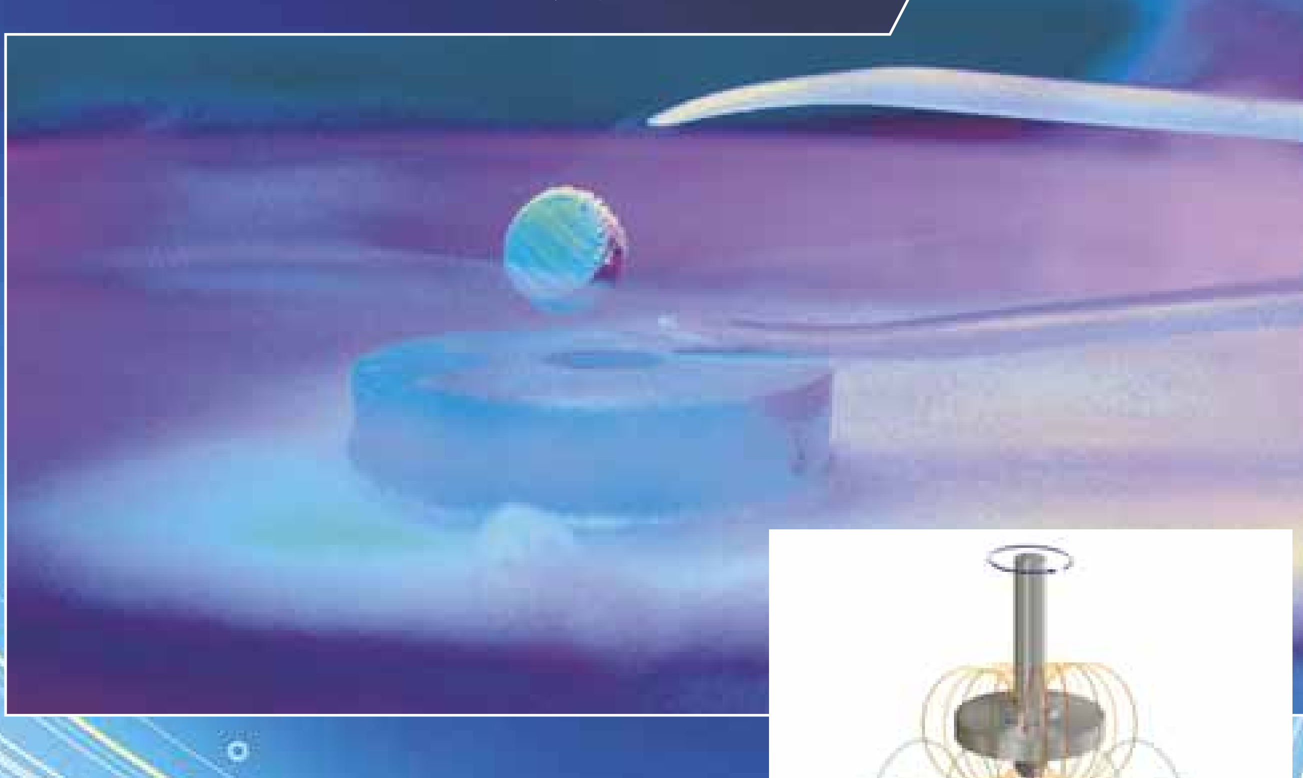
1. ¿Qué propiedades de los cuerpos han cambiado al variar la temperatura en esta experiencia?
2. ¿Cómo variarían los resultados si la cantidad de agua empleada fuera la misma en ambas botellas?
3. Explica, con tus propias palabras, lo ocurrido en esta experiencia.
4. ¿Qué fuentes de error experimental se tienen en esta práctica?



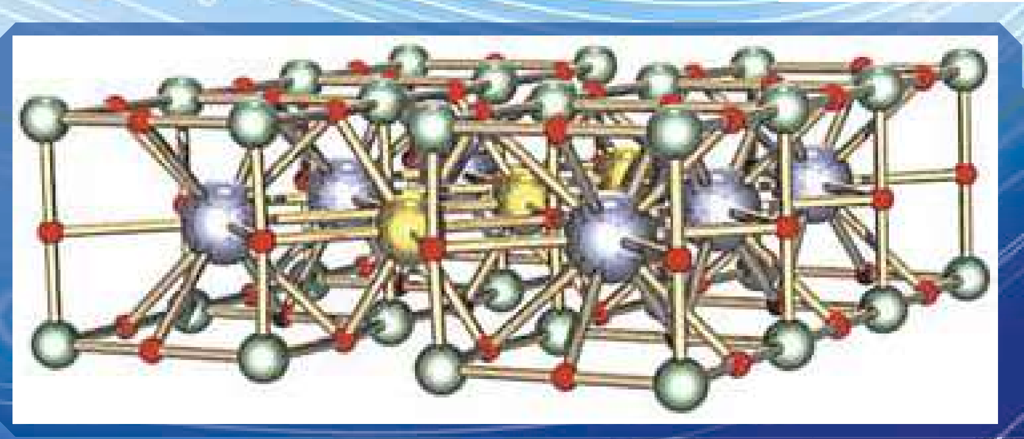
superconductividad

La **superconductividad** es un fenómeno que permite conducir corriente eléctrica sin resistencia alguna ni pérdida de energía en forma de calor.

Este fenómeno se da en materiales con temperaturas cercanas al cero absoluto, es decir, a 0 K. Algunos materiales que pueden adquirir esta condición son el plomo, el estaño, el aluminio y algunos semiconductores.



Cuando se acerca un imán a un superconductor, se convierte en un imán de polaridad contraria haciendo que el objeto se mantenga sobre él, generando la levitación magnética.

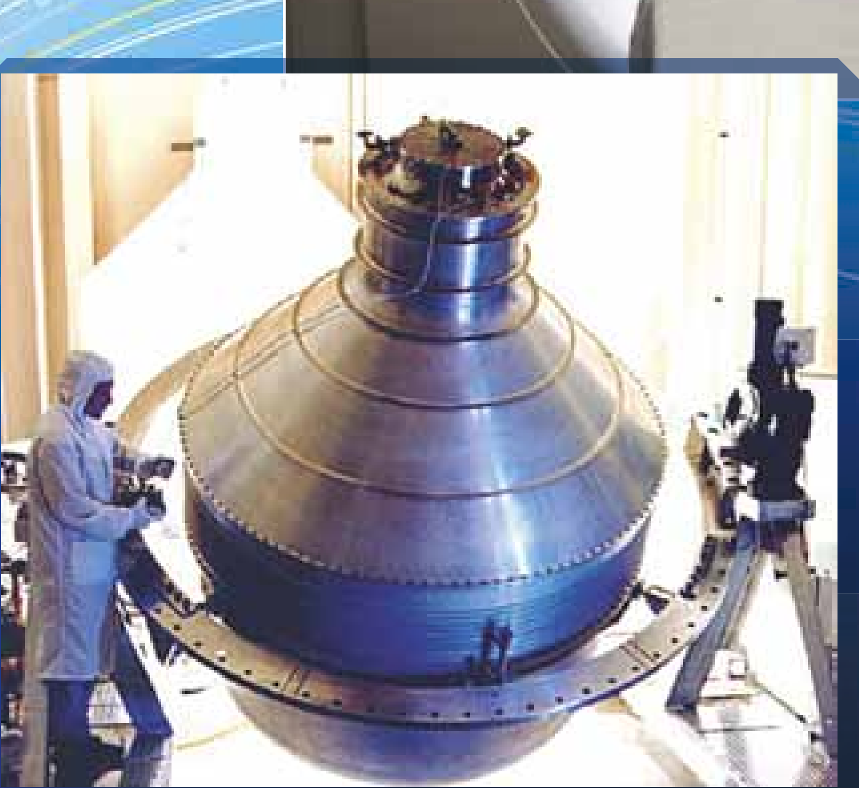


También existen superconductores de alta temperatura que se comportan así a 94 K. Un ejemplo es el YBCO que es un material cerámico compuesto de itrio, bario y cobre.

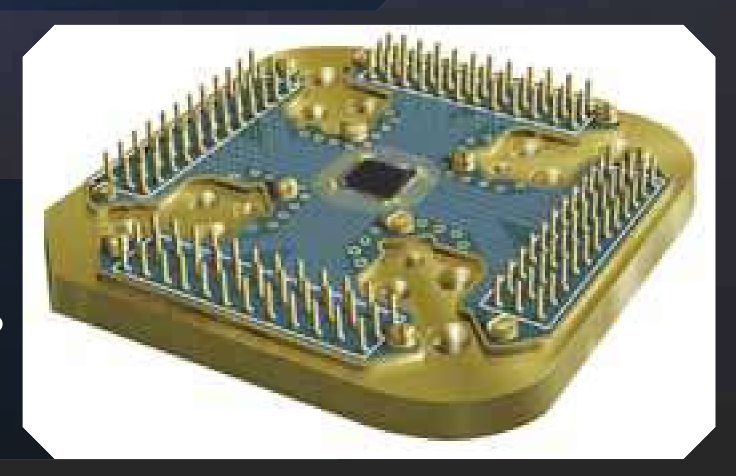
© Santillana



En las resonancias magnéticas los superconductores se utilizan para detectar campos electromagnéticos muy débiles como los generados por el cerebro.



El gran dewar es un contenedor que tiene cerca de 1.500 L de helio líquido, que enfría los sacos de plomo a temperaturas de hasta −271 °C, convirtiendo el plomo en material superconductor.



En el futuro se usará la superconductividad en computadores cuánticos permitiendo velocidades 250 veces mayores que las actuales.



GLOSARIO



A

Aceleración: variación de la velocidad que experimenta un móvil en la unidad de tiempo.
Aceleración angular: magnitud física que mide la variación por unidad de tiempo que experimenta la velocidad angular de un cuerpo con movimiento circular.
Aceleración centrípeta: aceleración dirigida hacia el centro de una curva.
Aceleración tangencial: aceleración que indica la variación de la velocidad lineal con respecto al tiempo.



C

Calor: energía que se propaga de los cuerpos calientes a los cuerpos fríos.
Calor específico: cantidad de calor que debe absorber un gramo de sustancia para que su temperatura aumente en un grado centígrado.
Centro de gravedad: punto de aplicación del vector que representa el peso de un cuerpo.
Colisión elástica: colisión en la que la energía cinética total de los dos objetos antes del choque es igual a la energía cinética total después del choque.
Colisión inelástica: colisión en la que parte de la energía cinética total de los objetos que interactúan, durante la colisión se transforma en calor, sonido u otras formas de energía.
Conducción del calor: transferencia de calor de un cuerpo a otro cuando ambos se encuentran en contacto.
Conductividad térmica: cantidad que indica qué tan buen conductor del calor es un material.
Constante elástica del resorte: relación entre la fuerza aplicada a un resorte y la deformación producida.
Convección: forma de transferencia del calor que implica transporte de materia. Es la forma en la que el calor se propaga en los líquidos y en los gases.
Cuerpo puntual o partícula: objeto que consideramos sin tamaño, que puede tener movimiento, pero que no existe en la naturaleza.
Cuerpo rígido: cuerpo que no se considera puntual ya que tiene diferentes movimientos dependiendo del punto en el cual se le ejerza fuerza.



D

Desplazamiento: vector que une dos posiciones diferentes sobre la trayectoria de un objeto en movimiento o móvil.
Desplazamiento angular: ángulo barrido por el radio que une un objeto que describe un movimiento circular y el eje de dicho movimiento.
Dilatación térmica: fenómeno por el cual los cuerpos aumentan de tamaño debido a cambios en su temperatura.



E

Energía cinética: forma de energía que se asocia a los cuerpos en movimiento.
Energía interna: energía asociada a los átomos o las moléculas de una sustancia.
Energía potencial elástica: energía asociada a los sistemas elásticos como los resortes.
Energía potencial gravitacional: forma de energía asociada a un cuerpo que se encuentra bajo la acción de la fuerza gravitacional.
Entropía: cantidad relacionada con la cantidad de energía que no es susceptible de ser utilizada para realizar trabajo. También es una medida de la cantidad de desorden de un sistema.
Equilibrio térmico: estado en que se encuentran dos cuerpos en contacto cuando alcanzan la misma temperatura y no se presentan, por tanto, intercambios de calor entre ellos.



F

Flujo laminar: flujo que se caracteriza porque cada pequeño volumen de fluido se mueve sin girar siguiendo trayectorias que no se cruzan entre sí.
Flujo turbulento: flujo que se caracteriza porque las partículas del fluido describen trayectorias en forma de remolinos, representadas por ecuaciones no lineales y complejas.
Frecuencia: número de veces que ocurre un fenómeno (revoluciones, ondulaciones, saltos, etc.) por unidad de tiempo.
Fuerza centrífuga: fuerza ficticia que se debe a la tendencia de los objetos a seguir en línea recta pero no resulta de la interacción con otros objetos.
Fuerza centrípeta: fuerza que produce un cambio en la dirección de un movimiento. Está dirigida hacia el centro de la trayectoria curva.
Fuerza de empuje: fuerza vertical hacia arriba que ejerce un fluido sobre un cuerpo sumergido en él.
Fuerza de rozamiento: fuerza que se opone al deslizamiento de un objeto.
Fuerza de rozamiento cinético: fuerza de rozamiento que actúa sobre los cuerpos cuando se encuentran en movimiento con respecto a la superficie sobre la cual se encuentran.
Fuerza de rozamiento estático: fuerza de rozamiento que actúa cuando los cuerpos están en reposo con respecto a la superficie sobre la cual se encuentran.
Fuerza gravitacional: fuerza de atracción entre masas.
Fuerza normal: fuerza perpendicular a la superficie que ésta ejerce sobre los cuerpos.
Fuerzas conservativas: fuerza cuyo trabajo es independiente de la trayectoria seguida por el cuerpo.
Fuerzas de cohesión: fuerzas de atracción de naturaleza electromagnética que existen entre las partículas que constituyen un cuerpo o una sustancia.
Fuerzas ficticias: fuerzas que no mantienen la velocidad de un cuerpo constante y que aparecen en ciertos sistemas de referencia.



Impulso: producto de la fuerza que actúa sobre un cuerpo por el tiempo durante el cual esta actúa.



Lanzamiento horizontal: movimiento que describe un proyectil cuando se dispara horizontalmente desde cierta altura.



Magnitud derivada: magnitud que se define a partir de las magnitudes fundamentales.
Magnitud fundamental: magnitud física independiente de las demás, definida por convención entre la comunidad científica.
Magnitud vectorial: magnitud que se expresa mediante un vector.
Magnitudes escalares: magnitudes que se definen únicamente con un número y una unidad.
Momentum lineal: llamado también cantidad de movimiento lineal, es el producto de la masa de un cuerpo por la velocidad.
Movimiento circular uniforme: movimiento circular que se caracteriza porque el módulo de la velocidad lineal permanece constante a lo largo de la trayectoria.
Movimiento circular uniformemente acelerado: movimiento circular que sucede con aceleración angular constante.
Movimiento rectilíneo uniforme: movimiento descrito por un móvil cuando su trayectoria es recta y su rapidez es constante.
Movimiento rectilíneo uniformemente variado: movimiento que describe un móvil cuando su trayectoria es una recta y su aceleración es constante y no nula.



Período: tiempo que tarda un objeto en realizar una revolución.
Potencia: rapidez con la cual se realiza un trabajo.
Presión: cantidad de fuerza aplicada perpendicularmente sobre una superficie, por unidad de área.
Presión diastólica: presión sanguínea cuando el corazón se relaja.
Presión sistólica: presión sanguínea cuando el corazón se contrae.
Proceso adiabático: proceso que se realiza sin que haya transferencia de calor.
Proceso isobárico: proceso que ocurre a presión constante.
Proceso isométrico: proceso que ocurre a volumen constante.
Proceso isotérmico: proceso que se realiza a temperatura constante.



Rapidez: distancia recorrida en la unidad de tiempo.



Sistemas de referencia: lugar en el espacio sobre el cual se define un sistema de coordenadas, generalmente consistente en tres ejes cartesianos, perpendiculares entre sí, con respecto a los cuales se describe un movimiento.



Temperatura: medida de la energía interna (energía cinética) promedio de las partículas que conforman un cuerpo o una sustancia.
Tensión superficial: efecto producido en la superficie de un líquido debido a las fuerzas de cohesión entre las partículas.
Torque o momento de una fuerza: producto del valor de la componente perpendicular de la fuerza aplicada sobre un objeto por la distancia al eje de rotación.
Trabajo: producto del valor de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento por el valor del desplazamiento.
Trayectoria: línea que describe un móvil durante su movimiento.



Vector: segmento orientado, que se define mediante módulo, dirección y sentido.
Velocidad angular media: cociente entre el ángulo girado por un cuerpo en movimiento circular y el tiempo empleado en girarlo.
Viscosidad: propiedad de los fluidos que afecta su movimiento de la misma manera que la fuerza de rozamiento afecta el deslizamiento de los sólidos.

BIBLIOGRAFÍA

- AUTORES VARIOS, Física, Lima, Santillana, 2008.
- BARRADA SOLAS, FRANCISCO; LÓPEZ DE GUEREÑU, JOSÉ G; VALERA ARROYO, PEDRO; VIDAL FERNÁNDEZ MARÍA DEL CARMEN. *Física y química 1 bachillerato,* Madrid, Santillana, 2008.
- CROMER, ALAN, *Física para las ciencias de la vida y de la salud,* Barcelona, Reverté, 1982.
- CURTIS, HELENA Y BARNES, N. SUE, *Biología,* Buenos Aires, Editorial Médica Panamericana, 1993.
- GIANCOLI, DOUGLAS C., *Física. Principios con aplicaciones,* México, Prentice-Hall Iberoamericana S.A., 1994.
- HECHT, EUGENE, *Física en perspectiva,* México, Addison Wesley Iberoamericana, 1987.
- HECHT, EUGENE, *Física, Álgebra y Trigonometría,* México, Thomson, 1998.
- HEWITT, PAUL G., *Física conceptual,* México, Pearson, 1999.
- HEWITT, PAUL Y ROBINSON, PAUL, *Manual de laboratorio de Física,* México, Pearson, 1998.
- KANE, JOSEPH W. Y STERNHEIM, MORTON M., *Física,* Barcelona, Reverté, 1991.
- KRAMER, CRAIG. *Prácticas de Física,* México, McGraw-Hill, 1993.
- SEARS, FRANCIS W.; ZEMANSKY, MARK W.; YOUNG, HUSH D., *Física Universitaria,* México, Addison Wesley, 1998.
- SERWAY, RAYMOND A., *Física,* México, McGraw-Hill Interamericana de México, 1993.
- TIPLER, PAUL A., *Física,* Barcelona, Reverté, 1992.
- WILSON, JERRY D., *Física con aplicaciones,* México, McGraw Hill, 1994.

Fuentes de Internet

webplaza.pt.lu

www.en.wikipedia.org

www.physlink.com

physicsweb.org.jobs

www.es.encarta.msn.com

www.galeon.com

www.astromia.com

www.sc.ehu.es/sbweb/fisica

 © Santillana